



1 統計の基礎

1.4 統計的推論

テキスト

芳賀敏郎（2011）医薬品開発のための統計解析

第1部 基礎 改訂版、サイエンティスト社、p.275



第1部 基礎

- 1. 統計の基礎
 - 1.1 宝くじの期待値と分散、1.2 サイコロの目の数の期待値と分散
 - 1.3 分散の加法性・中心極限定理・正規分布、**1.4 統計的推測**、1.5 モデル
- 2. 1組のデータの解析
 - 2.1 データの特徴の記述、2.2 データのグラフ表示と外れ値
 - 2.3 対数変換と対数正規分布、2.4 平均に関する推測（母標準偏差 σ 既知）
 - 2.5 分散に関する推測、2.6 平均に関する推測（母標準偏差 σ 未知）
- 3. 2組のデータの解析
 - 3.1 データのグラフ化、3.2 平均値の差の t 検定、3.3 分散の違いの検定
 - 3.4 分散が異なる場合の平均値の差の比較
 - 3.5 対応のある場合の平均値の差の t 検定、3.6 検出力と n の決め方
 - 3.7 ノンパラメトリック検定
- 4. 相関・回帰
 - 4.1 散布図、4.2 相関係数、4.3 回帰モデルとモデルの推定
 - 4.4 誤差を考慮した推定、4.5 回帰分析適用上の諸問題



1.4 統計的推論

p.31

- (1) 母集団とサンプル
- (2) サンプルの選び方
- (3) 統計的推論の例
- (4) 論理的推論と統計的推論
- (5) 仮説検定の手順
- (6) p 値
- (7) 2項分布
- (8) 第2種の誤りと検出力
- (9) 片側検定と両側検定

テキストの
該当ページ

★プレゼンテーションの
スピーカーノートを、
PDFの注釈に変換してあります

使用するファイル

Excelファイル「基本改1.xls」

JMP 10.0.2 の出力を表示（本節では未使用）



- 本テキストの事例について

本テキストで取り上げられる事例の中に、「賭け」の事例が多くある
古くから、統計学と賭け（ギャンブル）は、密接した関係にある

「賭け」は法律上、問題がある
本テキストでは、一時の娯楽に供する物を賭けることに限定

(1) 母集団とサンプル

●事例 1 : 男子大学生の身長

日本人の男子大学生の身長の平均値を知りたい

男子大学生全体で143万人（2021年調査）→その一部を調査して推測

第1回調査： n_1 人を測定、平均身長 $\bar{x}_1 = 171.9$ cm を得た

第2回調査： n_2 人の測定、平均身長 $\bar{x}_2 = 168.2$ cm を得た
(身長にばらつきがあるため、値は一致しない)

母集団とサンプル (標本)

母集団：男子大学生の全体 (143 万人)

サンプル：調査のために選ばれた n_1 人、 n_2 人

抽出と推測 (推定)

抽出：母集団からサンプルを選んでくること

推測：サンプルから得られる情報を基に、
母集団の特性を導き出す (統計的推測)




●事例 1 : 男子大学生の身長

母集団

結論を求めたい対象 (事例 1 では、日本人男子大学生 143 万人)

母集団の種類

有限母集団 : 日本男子大学生、1 万本の宝くじ

無限母集団 : サイコロを投げて得られる目 

母数 (パラメータ)

母集団の性質・形状を記述する値

母平均 (μ)、母標準偏差 (σ)、母比率 (π)

サンプルの平均、標準偏差、比率と区別

ギリシャ文字の記号を使う習慣

通常は未知 (一般に全数調査は不可能)

「真値」ともいう、サンプルの情報を使って母数を推測



●事例 1：男子大学生の身長

サンプル（標本）

試験・実験・調査のために母集団から抽出した集団

代表性と独立性

サンプルには「代表性」と「独立性」が必要

統計量：サンプルの性質・形状を記述する値

平均 (\bar{x})、標準偏差 (s)、比率 (p)

サンプル数（標本数）

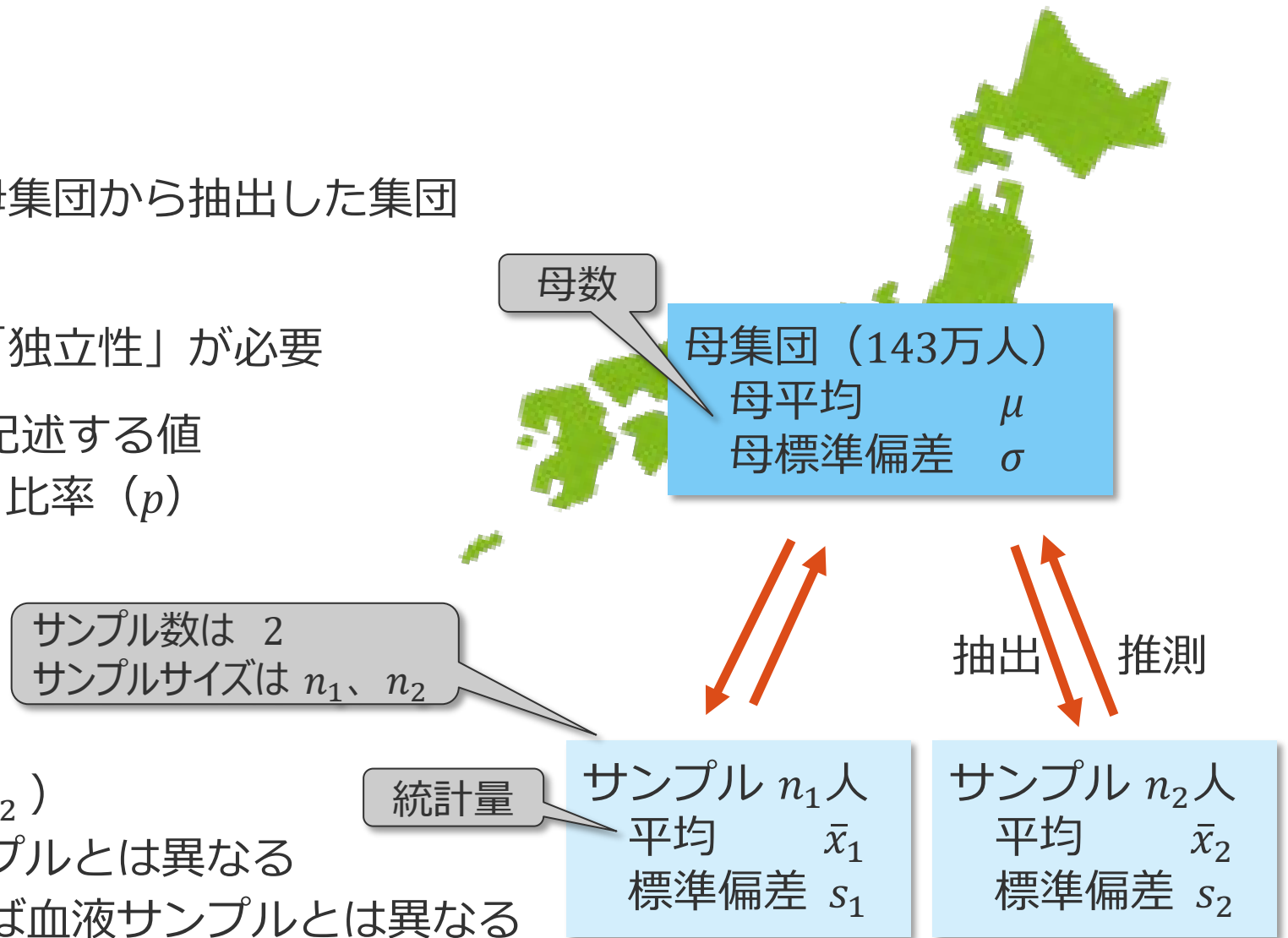
サンプルの数

サンプル・サイズ（標本の大きさ）

サンプルの中の個数 (n_1, n_2)

(注意) 実験者がイメージするサンプルとは異なる

実験で得た測定対象、例えば血液サンプルとは異なる



●事例 1：男子大学生の身長

サンプル（標本）

試験・実験・調査のために母集団から抽出した集団

代表性と独立性

サンプルには「代表性」と「独立性」が必要

統計量：サンプルの性質・形状を記述する値

平均 (\bar{x})、標準偏差 (s)、比率 (p)

サンプル数（標本数）

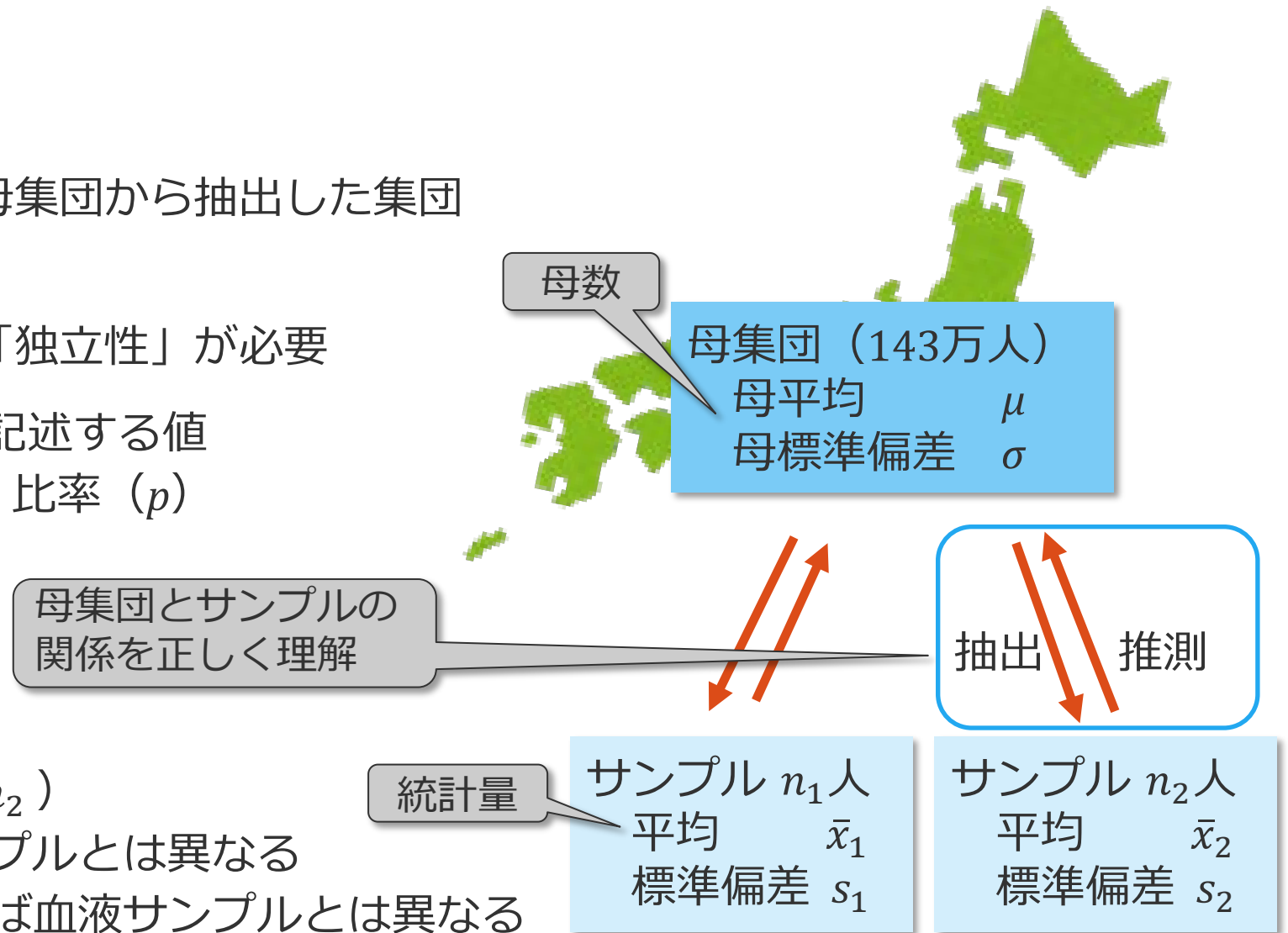
サンプルの数

サンプル・サイズ（標本の大きさ）

サンプルの中の個数 (n_1 、 n_2)

(注意) 実験者がイメージするサンプルとは異なる

実験で得た測定対象、例えば血液サンプルとは異なる



●事例 2 : 同時購入した同系統のラットの血液検査

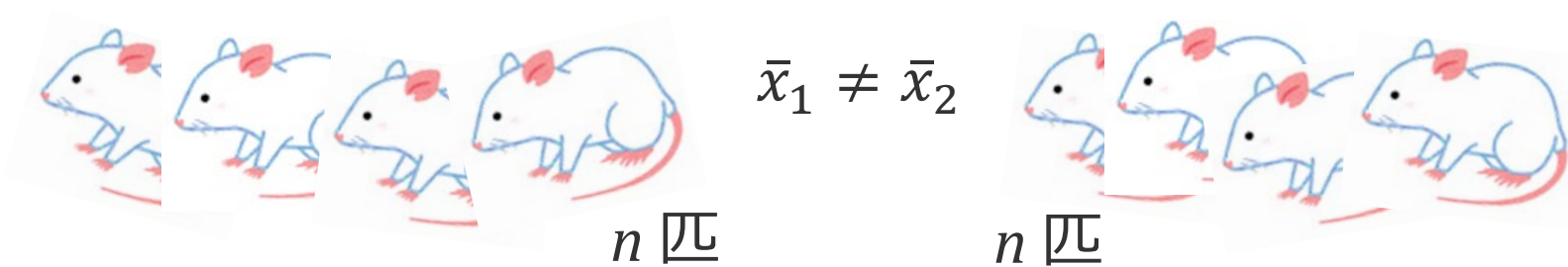
母集団から得られたサンプルの統計量には様々な誤差が含まれる

- 母集団 : 同時購入した 1 群のラット全体

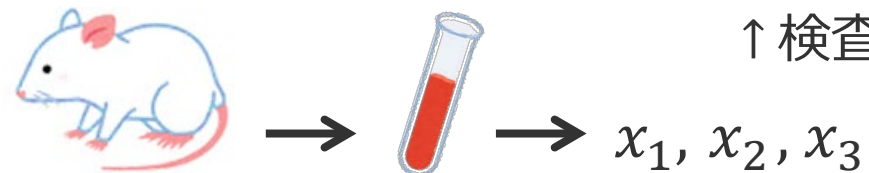
何回も測定を繰り返したときに得られる真の血液検査値が知りたい (無限母集団)

- サンプル : 1 群から取り出した n 匹ずつのラット、血液検査値の平均値は一致しない

↑ 誤差 (個体差) のため



- 1 匹のラットの血液を複数回測定した結果は一致しない



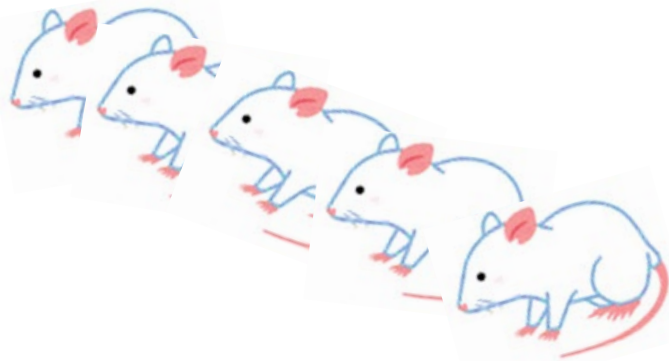
↑ 検査の過程における誤差のため

●事例 3 : 同質と考えられるラットを使った実験

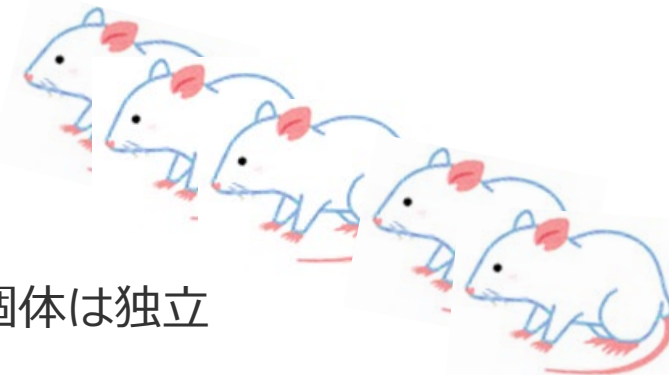
母集団から得られたサンプルの統計量には様々な誤差が含まれる

- 母集団 : 同質のラットを繰り返し実験して得られる結果 (無限母集団)
- サンプル : 2 群のラット (個体飼育)、薬剤 A、B を投与し、血液検査値の平均値を求める.
- 効果の平均値 $\bar{x}_1 = 98$ 、 $\bar{x}_2 = 80$ 、この差 18 をそのまま薬剤の効果の差と考えてもいいか?

薬剤 A の効果 $\bar{x}_1 = 98$



薬剤 B の効果 $\bar{x}_2 = 80$



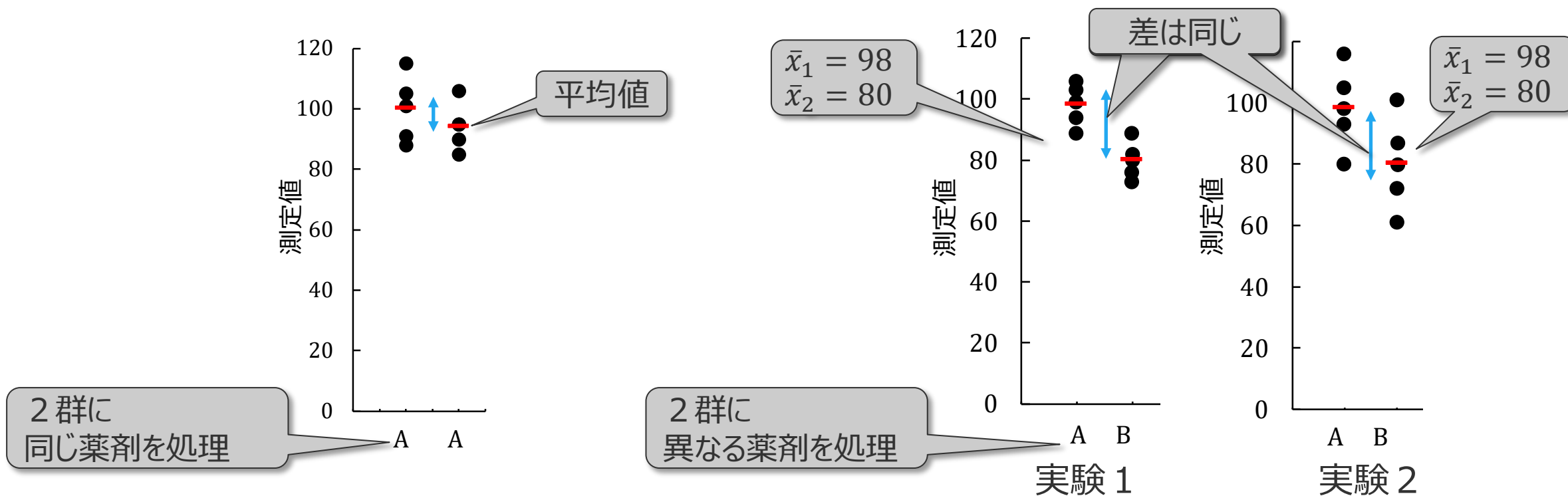
それぞれの個体は独立

●事例3：同質と考えられるラットを使った実験

母集団から得られたサンプルの統計量には様々な誤差が含まれる

同じ薬剤を処理しても平均値に差が生じる
真の薬剤の効果は？

2薬剤の平均値の差は実験1と2で同じ
ばらつきの程度に差がある → 同じ結果？

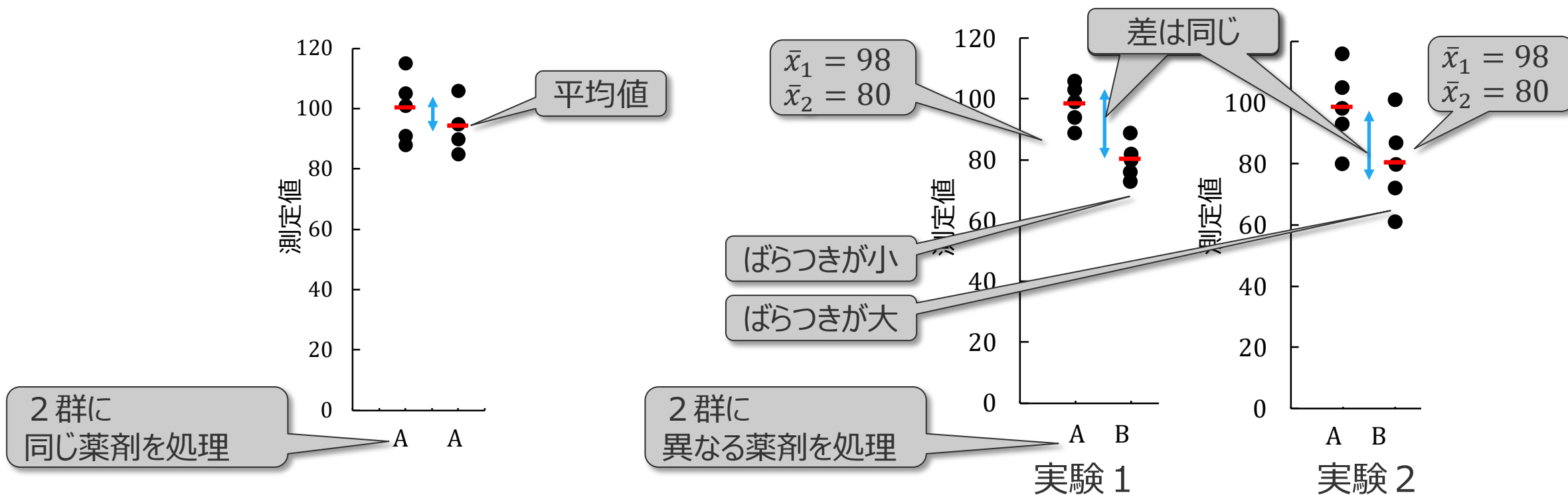


●事例3：同質と考えられるラットを使った実験

母集団から得られたサンプルの統計量には様々な誤差が含まれる

同じ薬剤を処理しても平均値に差が生じる
真の薬剤の効果は？

2薬剤の平均値の差は実験1と2で同じ
ばらつきの程度に差がある → 同じ結果？



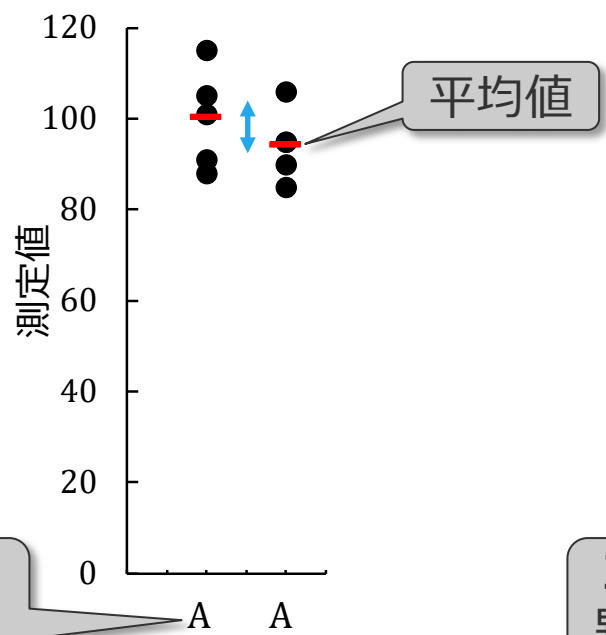
●事例3：同質と考えられるラットを使った実験

母集団から得られたサンプルの統計量には様々な誤差が含まれる

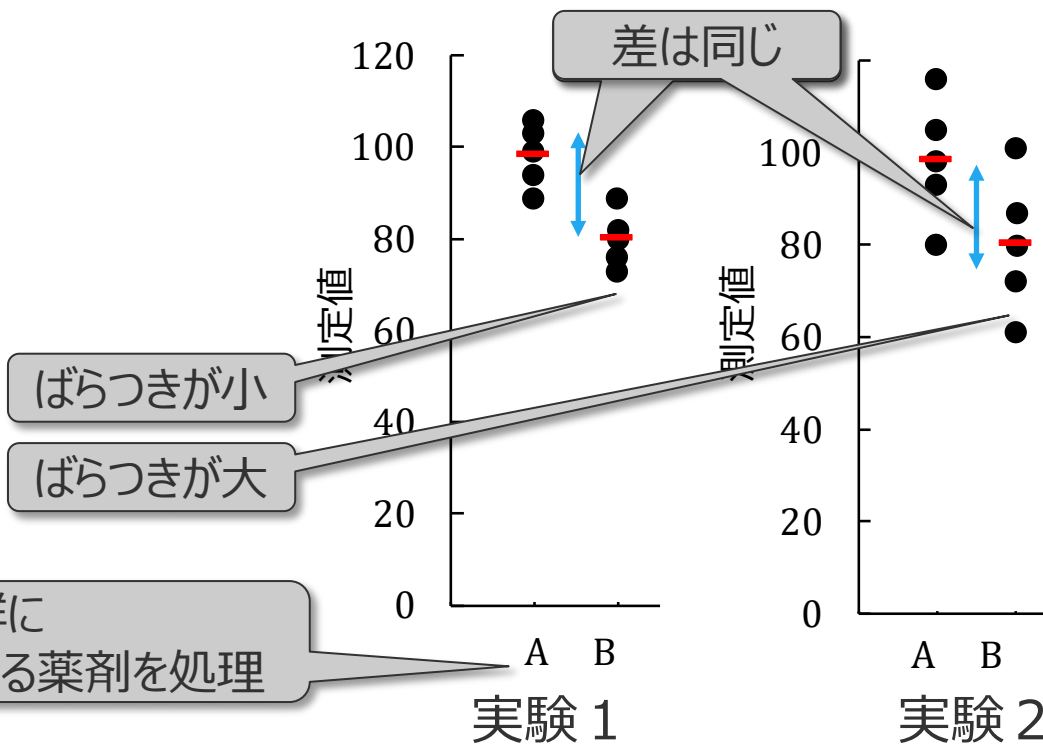
統計的推測は誤差を伴う実験において薬剤の効果に真の差があるのか答えてくれる

同じ薬剤を処理しても平均値に差が生じる
真の薬剤の効果は？

2薬剤の平均値の差は実験1と2で同じ
ばらつきの程度に差がある → 同じ結果？



2群に
同じ薬剤を処理



2群に
異なる薬剤を処理



(2) サンプルの選び方

サンプリングにおける留意点

● 代表性と独立性

代表性

サンプルが母集団を正しく代表するものであること

独立性

個々のサンプルは互いに独立にとられたものであること

● 無作為抽出（ランダム・サンプリング）

サンプル（標本）を無作為（ランダム）に

抽出（サンプリング）する行為

サンプルから、偏りなく母集団の統計的推測を

行うための保証

（事前情報などを利用する抽出方法を有意抽出という）



● 事例 4 : ある大学の男子学生の身長

母集団 : この大学の男子学生の全員

サンプル: 60 人の男子学生 → どのようにサンプリングするか？

- 全員の学籍簿からランダムに 60 人を選ぶ (代表性○、独立性○)
- ある特定の学部の男性 60 人をランダムに選ぶ (代表性×)
- 教室にいた出席者からランダムに 60 人選ぶ (代表性×)
出席日数の多い学生が選ばれる可能性が高い
体育系の部活に熱心な学生が対象外になるかもしれない
- まず 20 人を選んで、友人 2 人を誘って 3 人で来るように依頼 (独立性×)
20 人の中に、バスケットやバレーボールの背の高い選手が選ばれた場合、
背の高いチームメートを連れてくる可能性がある (平均値は高くなる)
このサンプリング方法は 2 段階抽出法と呼ばれる (解析には特別の配慮が必要)

この調査結果を、日本の男子大学生全体の平均身長として「一般化」することはできない



- 事例 5 : 薬剤 A、B の効果を比較する実験材料を選択

実験 1 : 同腹のラット (母親の同じラット) を使用する

ラット間の測定値のバラツキが小さくなり、薬剤 A と B の違いが見やすい
 一般化して、薬剤 A と B の比較結果として報告することは危険 (一般化可能性の問題)

ただし、薬剤 A と B の差は別腹ラットで変わらないことが事前に分かっている場合、
 同腹ラットを使用すると、薬剤 A と B の比較の精度を高めることができる

実験 2 : 別腹のラット (母親の異なるラット) を使用する

一般化可能性はある

ラット間の測定値のバラツキが大きいと、薬剤 A と B の違いは見え難くなることもある
 (↑ 薬剤開発の初期段階では重大な問題)

実験 3 : 同腹ラットを複数組使ってデータを取る

望ましい実験方法 (いろいろな角度から解析可能)

実験方法、解析方法に工夫が必要 → 「第 2 部 実験計画法」



● 事例 5 : 薬剤 A、B の効果を比較する実験材料を選択

観測値 = 母平均 + 誤差

母平均 : ラットに薬剤を投与したときの
効果の真の値

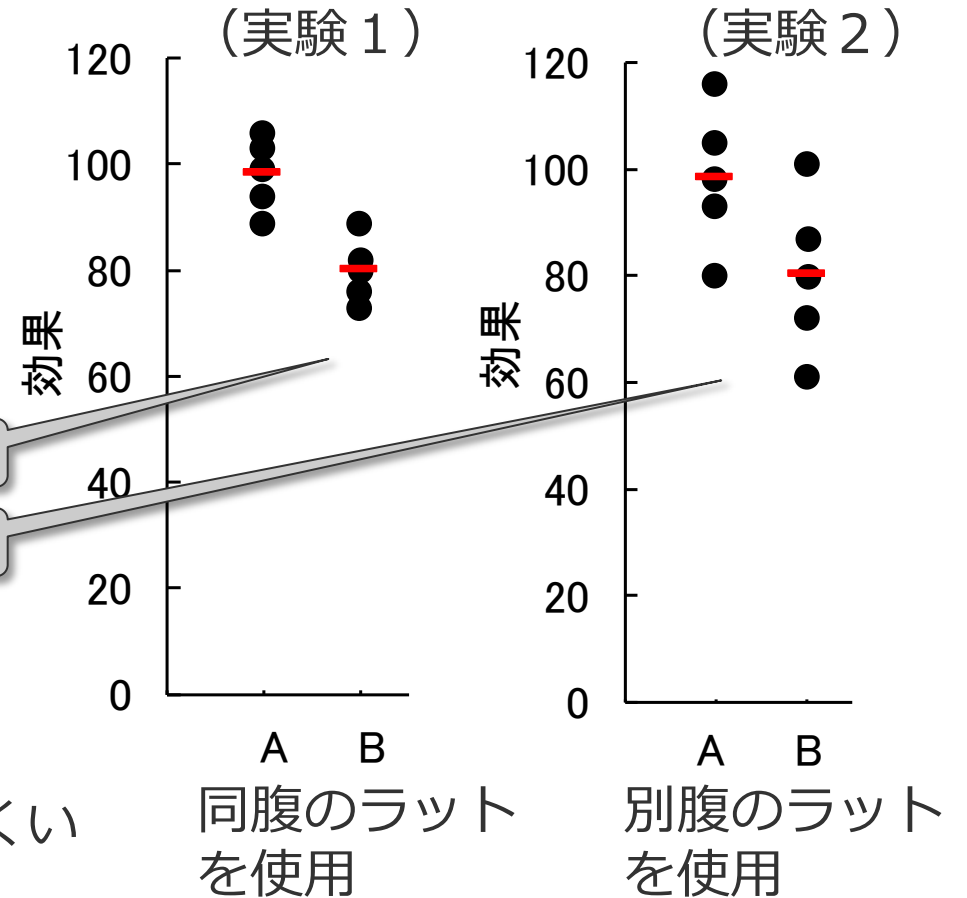
誤差 : 個体差、実験や測定の過程での
ばらつき

個体差は

同腹のラット < 別腹のラット
(実験 1) (実験 2)

ばらつきが小

ばらつきが大



相対的に、実験 1 は差が出やすく、実験 2 は差が出にくい
実験 1 の結果を一般化して結論を出すことは危険

誤差を十分考慮してサンプルを得る (実験を正しく計画)



●一般可能性（補足）

臨床試験で得た知見を、
その試験に参加した被験者から
より広い患者集団とより広い医療現場へ外挿することが
信頼をもってできる程度 （臨床試験のための統計的原則 ICH E9用語集）

研究の中で示された結果が、
研究環境以外（実社会）でも
同じように示す（一般化する）ことができるかどうかの程度

実験にどのような誤差があるか、どの誤差を含めるのか考慮して、実験を計画する必要がある
誤差をなるべく小さくして実験の精度を高めることは必要であるが、
これが行き過ぎて、必要な誤差を排除した実験は、一般可能性の観点から問題がある



(3) 統計的推論の例

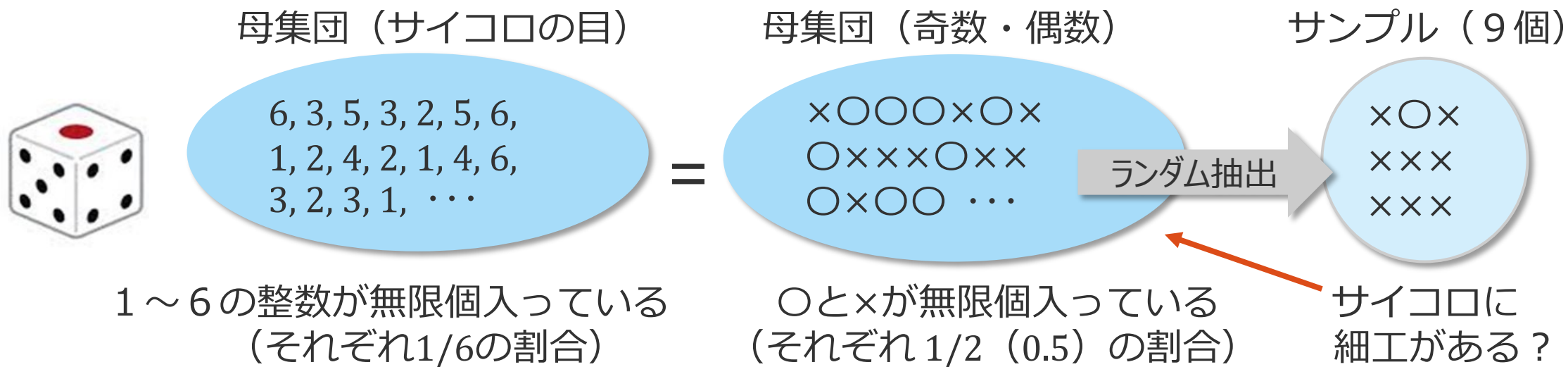
サイコロの賭けの事例
この節の最後まで使用



●事例 6 : サイコロの賭け

サイコロを投げて、出た目が奇数 (○) ならば勝ち、偶数 (×) ならば負け
 この賭けを 9回 実施して、
1回しか勝てなかった (奇数 1回、偶数 8回)

公正ではない? (サイコロに細工があった?)、どのように確かめる? (課題 1.4)



●事例6：サイコロの賭け

この生起確率を計算

サイコロを投げて、出た目が奇数 (○) ならば勝ち、偶

この賭けを9回実施して、
1回しか勝てなかった (奇数1回、偶数8回)

公正ではない? (サイコロに細工があった?)、どのように確かめる? (課題 1.4)

サイコロの目が奇数 (○) になる真の確率: π
公正である (正しいサイコロ) : $\pi = 0.5$
奇数が出やすいサイコロ : $\pi > 0.5$
奇数が出にくいサイコロ : $\pi < 0.5$
公正ではないサイコロ : $\pi \neq 0.5$



母集団 (サイコロの目)

6, 3, 5, 3, 2, 5, 6,
1, 2, 4, 2, 1, 4, 6,
3, 2, 3, 1, ...

1 ~ 6 の整数が無限個入っている
(それぞれ1/6の割合)

母集団 (奇数・偶数)

×○○○×○×
○×××○××
○×○○ ...

○と×が無限個入っている
(それぞれ1/2 (0.5) の割合)

サンプル (9回)

×○×
×××
×××

サイコロに
細工がある?

ランダム抽出

●事例 6 : サイコロの賭け : 2 項分布による確率の計算

(1) 公正なサイコロであると仮定した場合、勝つ (奇数が出る) 確率は 0.5 (1/2)

(2) 1 個のサイコロを 9 回投げて全て負ける確率 (全て偶数が出る確率)

$$p_0 = \left(\frac{1}{2}\right)^9 = \frac{1}{512} \approx 0.002$$

独立して 9 回投げるのが前提

(3) 1 個のサイコロを 9 回投げて 1 回勝つ確率 (奇数が 1 回出る確率)

$$p_1 = {}_9C_1 \times \left(\frac{1}{2}\right)^1 \left(\frac{1}{2}\right)^8 = 9 \times \left(\frac{1}{2}\right)^9 = \frac{9}{512} \approx 0.018$$

2 項分布を使って生起確率を計算
(第 3 部で詳しく説明)

起こる可能性を否定できない : 確率 0.018、累積確率 0.020

公正なサイコロ ($\pi = 0.5$) を 9 回投げて x 回奇数が出る確率										
勝数	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
確率	0.002	0.018	0.070	0.164	0.246	0.246	0.164	0.070	0.018	0.002
累積確率	0.002	0.020	0.090	0.254	0.500	0.746	0.910	0.980	0.998	1.000

●事例6：サイコロの賭け：2項分布による確率の計算

(1) 公正なサイコロであると仮定した場合、勝つ（奇数が出る）確率は 0.5 (1/2)

(2) 1個のサイコロを9回投げて全て負ける確率（全て偶数が出る確率）

$$p_0 = \left(\frac{1}{2}\right)^9 = \frac{1}{512} \approx 0.002$$

(3) 1個のサイコロを9回投げて1回勝つ確率（奇数が1回出る確率）

$$p_1 = {}_9C_1 \times \left(\frac{1}{2}\right)^1 \left(\frac{1}{2}\right)^8 = 9 \times \left(\frac{1}{2}\right)^9 = \frac{9}{512} \approx 0.018$$

9回投げる試行を1セットとする
100セット行くと2セットくらいは
勝数が0または1になる

起こる可能性を否定できない：確率 0.018、累積確率 0.020

公正なサイコロ ($\pi = 0.5$) を9回投げて x 回奇数が出る確率

勝数	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
確率	0.002	0.018	0.070	0.164	0.246	0.246	0.164	0.070	0.018	0.002
累積確率	0.002	0.020	0.090	0.254	0.500	0.746	0.910	0.980	0.998	1.000

下側累積確率

9回中、勝数が1回以下の確率

●事例6：サイコロの賭け：2項分布による確率の計算

(1) 公正なサイコロであると仮定した場合、勝つ（奇数が出る）確率は 0.5 (1/2)

(2) 1個のサイコロを9回投げて全て負ける確率（全て偶数が出る確率）

$$p_0 = \left(\frac{1}{2}\right)^9 = \frac{1}{512} \approx 0.002$$

(3) 1個のサイコロを9回投げて1回勝つ確率（奇数が1回出る確率）

$$p_1 = {}_9C_1 \times \left(\frac{1}{2}\right)^1 \left(\frac{1}{2}\right)^8 = 9 \times \left(\frac{1}{2}\right)^9 = \frac{9}{512} \approx 0.018$$

起こる可能性を否定できない：確率 0.018、累積確率 0.020 → サイコロが公正か否かを統計的推論によって判定

公正なサイコロ ($\pi = 0.5$) を9回投げて x 回奇数が出る確率

勝数	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
確率	0.002	0.018	0.070	0.164	0.246	0.246	0.164	0.070	0.018	0.002
累積確率	0.002	0.020	0.090	0.254	0.500	0.746	0.910	0.980	0.998	1.000

下側累積確率

9回中、勝数が1回以下の確率

●事例6：サイコロの賭け：公正なサイコロと公正ではないサイコロ

公正なサイコロ ($\pi = 0.5$)



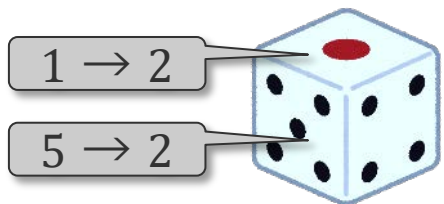
正確な立方体で、
内部の重量バランスが取られ、
1~6の面が1面ずつあるサイコロ

公正ではないサイコロ (奇数が出にくい、 $\pi = 0.4$)



内部の重量バランスを変えると
奇数が出にくいサイコロが作成可能？

公正ではないサイコロ (奇数が出にくい、 $\pi = 0.2$)



1と5の面を2に変えると奇数は3のみ
奇数が出る確率は $1/6 = 0.16666$
この内部の重量バランスを変えて作成可能？

外見や感触からではなく
サイコロの目の出方から
公正なサイコロか否かを
統計的推論で判定する

(π は連続変数)



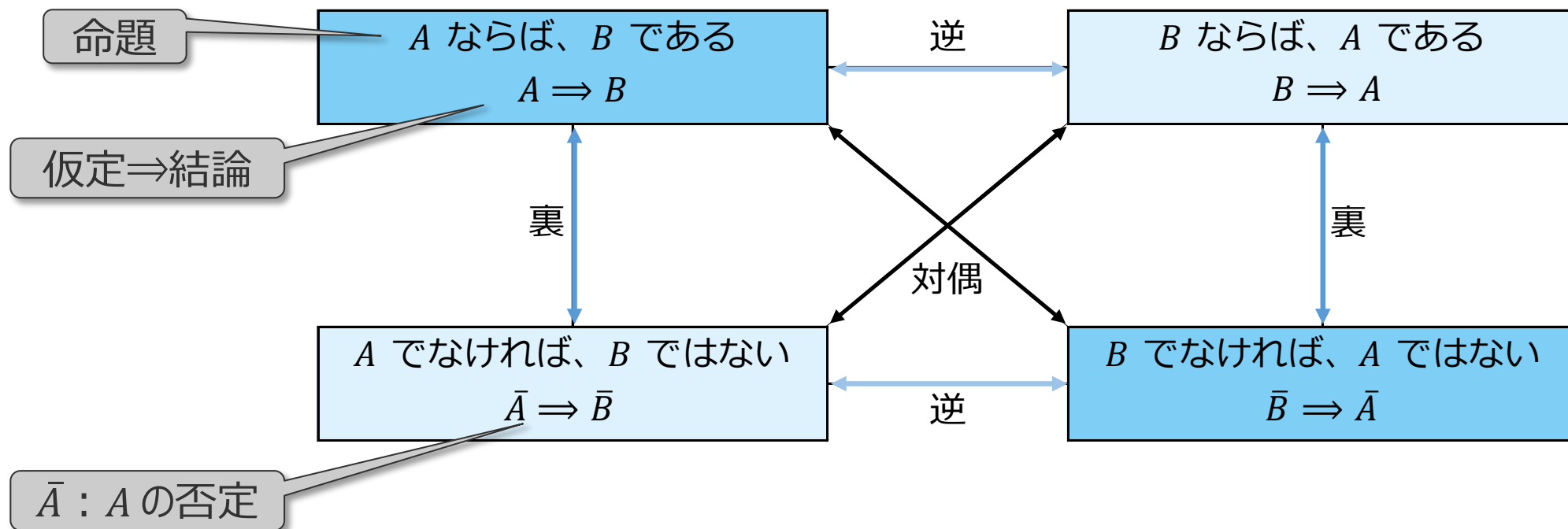
(4) 論理的推論と統計的推論

論理学の「対偶」から統計的推論を説明
(サイコロの賭けの事例からいったん離れて)

●論理的推論の定理

命題「 A ならば B である」が必ず成立するとき、
この命題の「逆」と「裏」は必ずしも成立しない
この命題の「対偶（たいぐう）」は必ず成立する

命題：正しいか正しくないかがハッキリと
決まるようなことがらを表す文章や式



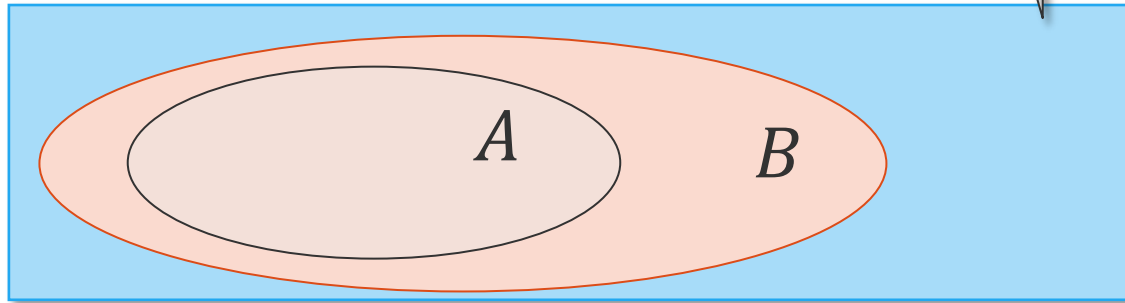
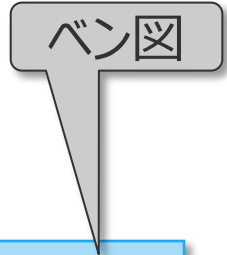


- これから使用する事例について

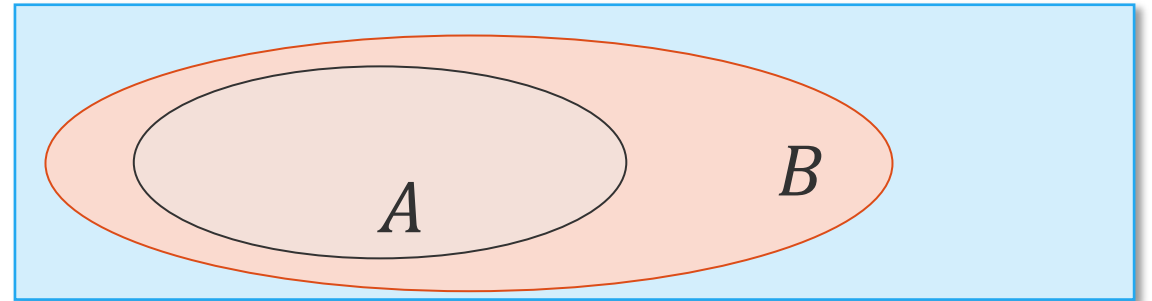
次に示す事例は、これ以外に適切な事例が思いつかず、
読者の理解を助けるために仕方なく利用しています
セクシャルハラスメントの意図はありません（著者談）

●論理的推論の定理

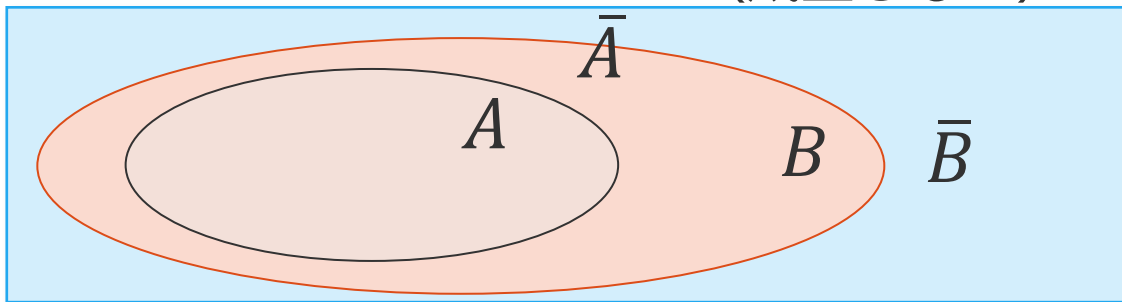
命題 A : 子供を産んだ \rightarrow B : 女性である
 $A \implies B$ (成立)



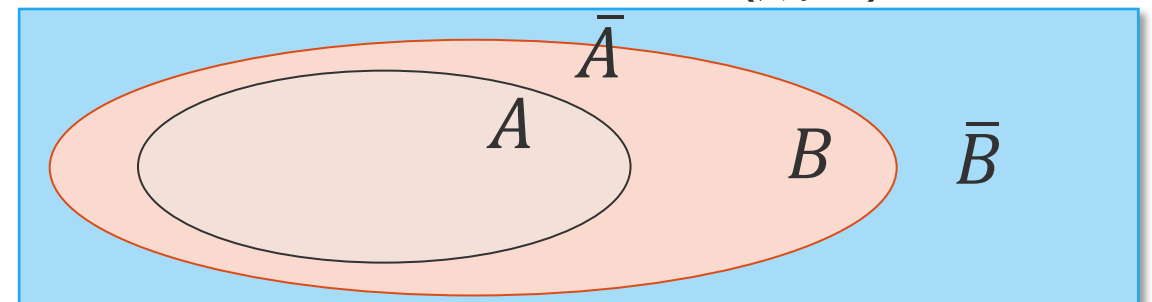
逆 A : 子供を産んだ \leftarrow B : 女性である
 $A \impliedby B$ (成立しない)



裏 \bar{A} : 子供を産んでない \rightarrow \bar{B} : 女性ではない
 $\bar{A} \implies \bar{B}$ (成立しない)



対偶 \bar{A} : 子供を産んでない \leftarrow \bar{B} : 女性ではない
 $\bar{A} \impliedby \bar{B}$ (成立)

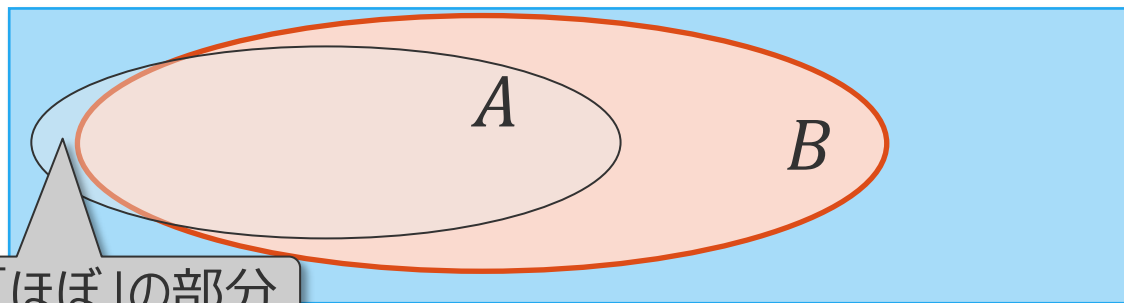


●論理的推論の定理を統計的推論に応用

結婚している

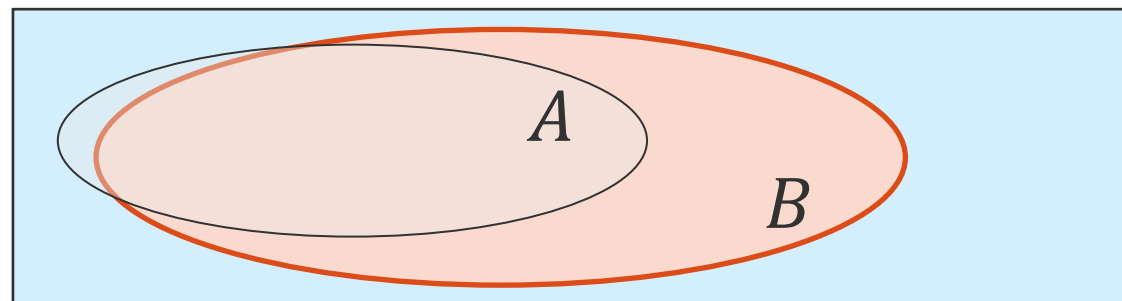
命題 A : 子供を産んだ \rightarrow B : ミセスである

$$A \approx \Rightarrow B \quad (\text{ほぼ成立})$$



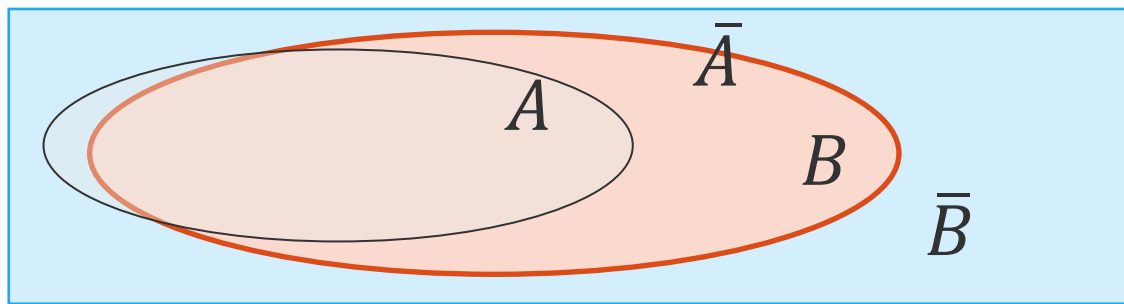
逆 A : 子供を産んだ \leftarrow B : ミセスである

$$A \Leftarrow \neq B \quad (\text{成立しない})$$



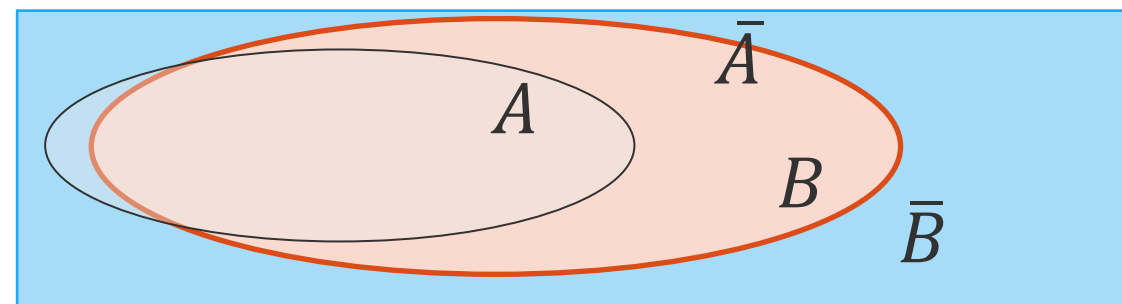
裏 \bar{A} : 子供を産んでない \rightarrow \bar{B} : ミセスではない

$$\bar{A} \neq \Rightarrow \bar{B} \quad (\text{成立しない})$$



対偶 \bar{A} : 子供を産んでない \leftarrow \bar{B} : ミセスではない

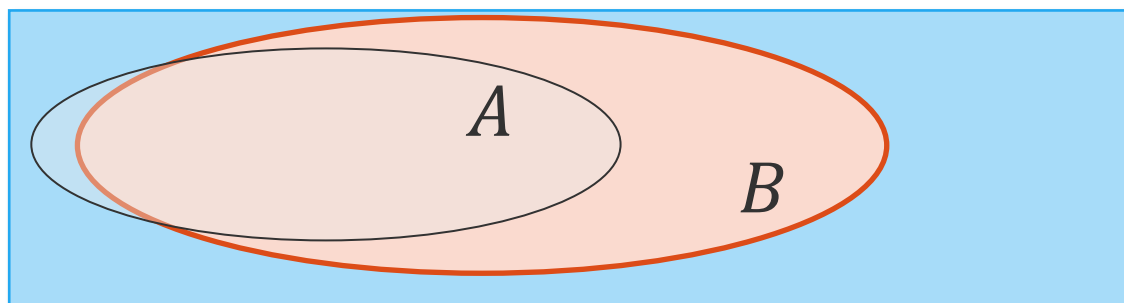
$$\bar{A} \Leftarrow \approx = \bar{B} \quad (\text{ほぼ成立})$$



●論理的推論の定理を統計的推論に応用

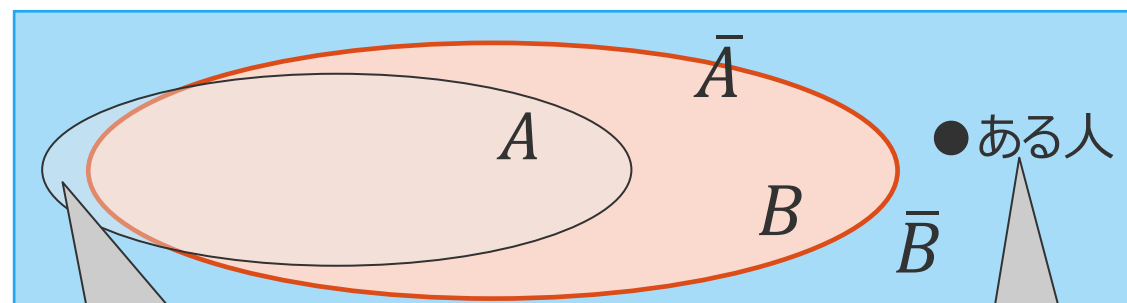
命題 A : 子供を産んだ \rightarrow B : ミセスである

$$A \approx \Rightarrow B \quad (\text{ほぼ成立})$$



対偶 \bar{A} : 子供を産んでない \leftarrow \bar{B} : ミセスではない

$$\bar{A} \approx \Leftarrow \bar{B} \quad (\text{ほぼ成立})$$



「誤る」部分
ある人●はここに
含まれるかもしれない

ミセスではない人

統計的 = 確率論的

命題「 A ならば、ほぼ B である」に対し、対偶「 B でなければ、ほぼ A ではない」は成立
ほぼ程度（誤る部分）を明確にして、これらの関係を使って推論するのが統計的推論

→ サイコロの賭けの事例6にあてはめてみる



(5) 仮説検定の手順

サイコロが公正か否か（事例 6）を
「対偶」を使った統計的推論で判定



対偶による仮説検定の考え方

p.35

- サイコロの賭け（事例 6）

サイコロの目が奇数ならば勝ち、偶数ならば負け

この賭けを 9 回実施して勝数は 1 回、サイコロは公正か公正ではないか？

- 命題と対偶

命題 A : 賭けが公正 ($\pi = 0.5$) $\Rightarrow B$: 9 回中、ほぼ勝数が **2 回以上**

対偶 \bar{A} : 賭けはほぼ公正ではない ($\pi < 0.5$) $\Leftarrow \bar{B}$: 9 回中、勝数が 2 回以上ではない (**1 回以下**)

設定の根拠？

対偶による仮説検定の考え方

- サイコロの賭け (事例 6)

サイコロの目が奇数ならば勝ち、偶数ならば負け

この賭けを 9 回実施して勝数は 1 回、サイコロは公正か公正ではな

A を前提として
生起確率を計算 (下表)
信頼率 $1 - \alpha = 0.98$ 98%
誤る確率 $\alpha = 0.02$ 2%

- 命題と対偶

命題 A : 賭けが公正 ($\pi = 0.5$) \Rightarrow **B** : 9 回中、ほぼ勝数が **2 回以上**

対偶 \bar{A} : 賭けはほぼ公正ではない ($\pi < 0.5$) \Leftarrow **\bar{B}** : 9 回中、勝数が 2 回以上ではない (**1 回以下**)

命題「A ならば B (勝数が **2 回以上**)」、誤る確率は 2%、信頼率は 98% ($1 - 0.020 = 0.980$)

対偶の \bar{B} は「ほぼ 2 回以上ではない (**1 回以下**)」

公正なサイコロ ($\pi = 0.5$) を 9 回投げて x 回奇数が出る確率

勝数	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
確率	0.002	0.018	0.070	0.164	0.246	0.246	0.164	0.070	0.018	0.002
累積確率	0.002	0.020	0.090	0.254	0.500	0.746	0.910	0.980	0.998	1.000

下側
累積確率

勝数が 1 回以下の確率 α

勝数が 2 回以上の確率 ($1 - \alpha$)
= $1 -$ 勝数が 1 回以下の確率
= $1 - 0.020 = 0.980$

対偶による仮説検定の考え方

- サイコロの賭け (事例 6)

サイコロの目が奇数ならば勝ち、偶数ならば負け

この賭けを 9 回実施して勝数は 1 回、サイコロは公正か公正ではな

A を前提として
生起確率を計算 (下表)
信頼率 $1 - \alpha = 0.98$ 98%
誤る確率 $\alpha = 0.02$ 2%

- 命題と対偶

命題 A : 賭けが公正 ($\pi = 0.5$) \Rightarrow B : 9 回中、ほぼ勝数が **2 回以上**

対偶 \bar{A} : 賭けはほぼ公正ではない ($\pi < 0.5$) \Leftarrow \bar{B} : 9 回中、勝数が 2 回以上ではない (**1 回以下**)

棄却限界値

命題「A ならば B (勝数が **2 回以上**)」、誤る確率は 2%、信頼率は 98% ($1 - 0.020 = 0.980$)

対偶の \bar{B} は「ほぼ 2 回以上ではない (**1 回以下**)」

公正なサイコロ ($\pi = 0.5$) を 9 回投げて x 回奇数が出る確率

勝数	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
確率	0.002	0.018	0.070	0.164	0.246	0.246	0.164	0.070	0.018	0.002
累積確率	0.002	0.020	0.090	0.254	0.500	0.746	0.910	0.980	0.998	1.000

勝数が 1 回以下の確率 α

棄却限界値

勝数が 2 回以上の確率 ($1 - \alpha$)
 $= 1 -$ 勝数が 1 回以下の確率
 $= 1 - 0.020 = 0.980$

対偶による仮説検定の考え方

- サイコロの賭け (事例 6)

サイコロの目が奇数ならば勝ち、偶数ならば負け

この賭けを 9 回実施して勝数は 1 回、サイコロは公正か公正ではない

A を前提として
生起確率を計算 (下表)
信頼率 $1 - \alpha = 0.98$ 98%
誤る確率 $\alpha = 0.02$ 2%

- 命題と対偶

命題 A : 賭けが公正 ($\pi = 0.5$) \Rightarrow **B** : 9 回中、ほぼ勝数が **2 回以上**

対偶 \bar{A} : 賭けはほぼ公正ではない ($\pi < 0.5$) \Leftarrow **\bar{B}** : 9 回中、勝数が 2 回以上ではない (**1 回以下**)

命題の A を前提して、命題はほぼ成立、したがって対偶もほぼ成立 (信頼率 98%、誤る確率 2%)

9 回中、勝数は 1 回 $\rightarrow \bar{B}$ に当てはまる \rightarrow 対偶から \bar{A} が導かれる (賭けはほぼ公正ではない)

公正なサイコロ ($\pi = 0.5$) を 9 回投げて x 回奇数が出る確率

勝数	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
確率	0.002	0.018	0.070	0.164	0.246	0.246	0.164	0.070	0.018	0.002
累積確率	0.002	0.020	0.090	0.254	0.500	0.746	0.910	0.980	0.998	1.000

勝数が 1 回以下の確率 α

棄却限界値

勝数が 2 回以上の確率 ($1 - \alpha$)
= $1 -$ 勝数が 1 回以下の確率
= $1 - 0.020 = 0.980$

対偶による仮説検定の考え方

- サイコロの賭け (事例 6)

サイコロの目が奇数ならば勝ち、偶数ならば負け

この賭けを 9 回実施して勝数は 1 回、サイコロは公正か公正ではない

A を前提として
生起確率を計算 (下表)
信頼率 $1 - \alpha = 0.98$ 98%
誤る確率 $\alpha = 0.02$ 2%

- 命題と対偶

命題 A : 賭けが公正 ($\pi = 0.5$) \Rightarrow **B** : 9 回中、ほぼ勝数が **2 回以上**

対偶 \bar{A} : 賭けはほぼ公正ではない ($\pi < 0.5$) \Leftarrow **\bar{B}** : 9 回中、勝数が 2 回以上ではない (**1 回以下**)

命題の A を前提して、命題はほぼ成立、したがって対偶もほぼ成立 (信頼率 98%、**誤る確率 2%**)

9 回中、勝数は 1 回 $\rightarrow \bar{B}$ に当てはまる \rightarrow 対偶から \bar{A} が導かれる (賭けはほぼ公正ではない)

勝数が 0
も同様

公正なサイコロ ($\pi = 0.5$) を 9 回投げて x 回奇数が出る確率

勝数	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
確率	0.002	0.018	0.070	0.164	0.246	0.246	0.164	0.070	0.018	0.002
累積確率	0.002	0.020	0.090	0.254	0.500	0.746	0.910	0.980	0.998	1.000

勝数が 1 回以下の確率 α

棄却限界値

勝数が 2 回以上の確率 ($1 - \alpha$)
= $1 -$ 勝数が 1 回以下の確率
= $1 - 0.020 = 0.980$

対偶による仮説検定の考え方

- サイコロの賭け (事例 6)

サイコロの目が奇数ならば勝ち、偶数ならば負け

この賭けを 9 回実施して勝数は 1 回、サイコロは公正か公正ではな

A を前提として
生起確率を計算 (下表)
信頼率 $1 - \alpha = 0.98$ 98%
誤る確率 $\alpha = 0.02$ 2%

- 命題と対偶

命題 A : 賭けが公正 ($\pi = 0.5$) \Rightarrow B : 9 回中、ほぼ勝数が **2 回以上**

対偶 \bar{A} : 賭けはほぼ公正ではない ($\pi < 0.5$) $\Leftarrow \bar{B}$: 9 回中、勝数が 2 回以上ではない (**1 回以下**)

命題の A を前提して、命題はほぼ成立、したがって対偶もほぼ成立 (信頼率 98%、誤る確率 2%)

9 回中、勝数は 1 回 $\rightarrow \bar{B}$ に当てはまる \rightarrow 対偶から \bar{A} が導かれる (賭けはほぼ公正ではない)

9 回中、勝数は 2 回 $\rightarrow \bar{B}$ に当てはまらない \rightarrow 対偶から導かれる結論はない

勝数	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
確率	0.002	0.018	0.070	0.164	0.246	0.246	0.164	0.070	0.018	0.002
累積確率	0.002	0.020	0.090	0.254	0.500	0.746	0.910	0.980	0.998	1.000

勝数が 1 回以下の確率 α

棄却限界値

勝数が 2 回以上の確率 ($1 - \alpha$)
 $= 1 -$ 勝数が 1 回以下の確率
 $= 1 - 0.020 = 0.980$

対偶による仮説検定の考え方

- サイコロの賭け (事例 6)

サイコロの目が奇数ならば勝ち、偶数ならば負け

この賭けを 9 回実施して勝数は 1 回、サイコロは公正か公正ではない

A を前提として
生起確率を計算 (下表)
信頼率 $1 - \alpha = 0.98$ 98%
誤る確率 $\alpha = 0.02$ 2%

- 命題と対偶

命題 A : 賭けが公正 ($\pi = 0.5$) \Rightarrow B : 9 回中、ほぼ勝数が **2 回以上**

対偶 \bar{A} : 賭けはほぼ公正ではない ($\pi < 0.5$) $\Leftarrow \bar{B}$: 9 回中、勝数が 2 回以上ではない (**1 回以下**)

命題の A を前提して、命題はほぼ成立、したがって対偶もほぼ成立 (信頼率 98%、**誤る確率 2%**)

9 回中、勝数は 1 回 $\rightarrow \bar{B}$ に当てはまる \rightarrow 対偶から \bar{A} が導かれる (賭けはほぼ公正ではない)

9 回中、勝数は 2 回 $\rightarrow \bar{B}$ に当てはまらない \rightarrow 対偶から導かれる結論はない

勝数	0	1	2	3	4	5	6	7
確率	0.002	0.018	0.070	0.164	0.246	0.246	0.164	0.070
累積確率	0.002	0.020	0.090	0.254	0.500	0.746	0.910	0.980

勝数が 1 回以下の確率 α

棄却限界値

第 1 種の誤りの確率 α
公正なサイコロなのに、
たまたま勝数が 1 以下になり
公正ではないと判定される

対偶による仮説検定の考え方

- サイコロの賭け (事例 6)

サイコロの目が奇数ならば勝ち、偶数ならば負け

この賭けを 9 回実施して勝数は 1 回、サイコロは公正か公正ではない

A を前提として
生起確率を計算 (下表)
信頼率 $1 - \alpha = 0.98$ 98%
誤る確率 $\alpha = 0.02$ 2%

- 命題と対偶

命題 A : 賭けが公正 ($\pi = 0.5$) \Rightarrow **B** : 9 回中、ほぼ勝数が **2 回以上**

対偶 \bar{A} : 賭けはほぼ公正ではない ($\pi < 0.5$) \Leftarrow **\bar{B}** : 9 回中、勝数が 2 回以上ではない (**1 回以下**)

棄却限界値

命題の A を前提して、命題はほぼ成立、したがって対偶もほぼ成立 (信頼率 98%、**誤る確率 2%**)

第 1 種の誤りの確率 α があらかじめ定めた有意水準 α を超えないように棄却限界値を設定

	\bar{B}		B						
勝数	0	1	2	3	4	5	6	7	
確率	0.002	0.018	0.070	0.164	0.246	0.246	0.164	0.070	
累積確率	0.002	0.020	0.090	0.254	0.500	0.746	0.910	0.980	

勝数が 1 回以下の確率 α

棄却限界値

第 1 種の誤りの確率 α
公正なサイコロなのに、
たまたま勝数が 1 以下になり
公正ではないと判定される

対偶による仮説検定の考え方

- サイコロの賭け (事例 6)

サイコロの目が奇数ならば勝ち、偶数ならば負け

この賭けを 9 回実施して勝数は 1 回、サイコロは公正か公正ではない

A を前提として
生起確率を計算 (下表)
信頼率 $1 - \alpha = 0.98$ 98%
誤る確率 $\alpha = 0.02$ 2%

- 命題と対偶

命題 A : 賭けが公正 ($\pi = 0.5$) \Rightarrow **B** : 9 回中、ほぼ勝数が **2 回以上**

対偶 \bar{A} : 賭けはほぼ公正ではない ($\pi < 0.5$) \Leftarrow **\bar{B}** : 9 回中、勝数が 2 回以上ではない (**1 回以下**)

棄却限界値

命題の A を前提して、命題はほぼ成立、したがって対偶もほぼ成立 (信頼率 98%、**誤る確率 2%**)

棄却限界値は、有意水準 0.05 に最も近く、かつ 0.05 を超えない累積確率の勝数に設定

棄却限界値

勝数	0	1	2	3	4	5	6	7
確率	0.002	0.018	0.070	0.164	0.246	0.246	0.164	0.070
累積確率	0.002	0.020	0.090	0.254	0.500	0.746	0.910	0.980

実質的な有意水準 α

有意水準 $\alpha = 0.05$

第 1 種の誤りの確率 α
公正なサイコロなのに、
たまたま勝数が 1 以下になり
公正ではないと判定される

対偶による仮説検定の考え方

- サイコロの賭け (事例 6)

サイコロの目が奇数ならば勝ち、偶数ならば負け

この賭けを 9 回実施して勝数は 1 回、サイコロは公正か公正ではないか？

帰無仮説 $H_0: \pi = 0.5$
否定したい仮説

対立仮説 $H_1: \pi < 0.5$
本来証明したい仮説

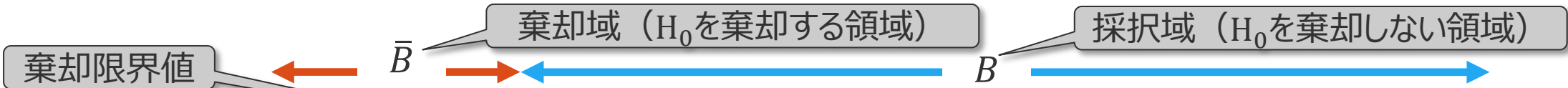
帰無仮説を棄却し、
対立仮説を採択する

- 命題と対偶

命題 $A: \text{賭けが公正 } (\pi = 0.5) \Rightarrow B: \text{9 回中、ほぼ勝数が 2 回以上}$

対偶 $\bar{A}: \text{賭けはほぼ公正ではない } (\pi < 0.5) \Leftarrow \bar{B}: \text{9 回中、勝数が 2 回以上ではない (1 回以下)}$

9 回中、勝数は 1 回 $\rightarrow \bar{B}$ の領域 (棄却域) の中 \rightarrow 対偶から \bar{A} が導かれる



勝数	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
確率	0.002	0.018	0.070	0.164	0.246	0.246	0.164	0.070	0.018	0.002
累積確率	0.002	0.020	0.090	0.254	0.500	0.746	0.910	0.980	0.998	1.000

検定統計量

- サイコロの賭け (事例 6)

サイコロの目が奇数ならば勝ち、偶数ならば負け

この賭けを 9 回実施して勝数は 1 回、サイコロは公正か公正ではないか？

帰無仮説 $H_0: \pi = 0.5$
否定したい仮説

対立仮説 $H_1: \pi < 0.5$
本来証明したい仮説

- 命題と対偶

命題 $A: \text{賭けが公正 } (\pi = 0.5) \Rightarrow B: 9 \text{ 回中、ほぼ勝数が 2 回以上}$

対偶 $\bar{A}: \text{賭けはほぼ公正ではない } (\pi < 0.5) \Leftarrow \bar{B}: 9 \text{ 回中、勝数が 2 回以上ではない (1 回以下)}$

棄却限界値

- 仮説検定

- 証明したい対立仮説 (公正ではない)、その反対となる帰無仮説 (公正である) を設定
- 帰無仮説を前提として、有意水準 α から検定統計量 (勝数) の棄却域 (棄却限界値) を設定
- 実験で検定統計量 (勝数) を取得
- 検定統計量が棄却域に入れば、帰無仮説を棄却して対立仮説を採択

反対は「有意でない」

帰無仮説を棄却・対立仮説を採択 = (π は 0.5 と意味のある差が**有る**) 有意である

●背理法

「Aではない」ことを直接示すことが難しい場合、
 「Aである」ことを仮定して論理を進めると矛盾が起こることを指摘することによって、
 「Aである」ことの仮定が間違いであると判断 → すなわち「Aではない」と結論する方法

●背理法による統計的仮説検定の手順（事例6：サイコロの賭け）

ある仮説と、それを否定する仮説を立てる

帰無仮説：賭けは公正である、サイコロは正しい、 $\pi = 0.5 \dots$ 否定したい仮説

対立仮説：賭けは公正ではない、サイコロは正しくない、 $\pi < 0.5 \dots$ 示したい仮説

帰無仮説が正しいと仮定して、実際に得られた値以上に偏る累積確率を求める

9回実施して勝数は1回 \dots 勝数が1または0回の累積確率は0.020

起こり難いこと（判断基準は有意水準0.05）が起こったので帰無仮説は矛盾していると判断

帰無仮説を棄却して対立仮説を取る → 賭けは公正ではないと結論

（この結論は誤っているかもしれない、誤る確率は有意水準0.05であるが実質的には0.02）



●対偶と背理法による仮説検定の考え方

対偶を利用した仮説検定の考え方

命題「 $A \Rightarrow B$ 」が成立すれば、その対偶「 $\bar{B} \Rightarrow \bar{A}$ 」も成立する（統計的推論は「ほぼ」が入る）
命題を前提として、対偶を基に「 \bar{B} 」であることを示して「ほぼ \bar{A} 」であると結論する

背理法を利用した仮説検定の考え方

命題の「 \bar{A} 」を示すために、

「 A 」を仮定すると矛盾が起こることを導き、そのことから「ほぼ \bar{A} 」であると結論する

いずれも完全に同じものではない

仮説検定と対偶、仮設検定と背理法は、いずれも類似した論理構造をもつ間接的な証明方法
仮説検定は不確実性（ほぼ \bar{A} ）を伴うが、対偶と背理法はともに論理的に結論は確実である

命題の A を証明する（確認する）ことはできない

「ほぼ \bar{A} 」を導くことができない場合、「ほぼ A 」（帰無仮説）を肯定することにはならない

●仮説検定の手順（サイコロの賭けを事例として）

サイコロの目が奇数ならば勝ち、9回投げて勝数は1回だった、公正なサイコロか確かめる

手順1：帰無仮説と対立仮説を設定

帰無仮説 $H_0 : \pi = 0.5$

対立仮説 $H_1 : \pi < 0.5$ （事前情報：奇数が出にくい）

手順2：有意水準 α を設定（通常は0.05）

手順3：帰無仮説が正しいという条件の下、 $\alpha = 0.05$ に対応する棄却域を定める

$\pi = 0.5$ という条件の下、棄却域は検定統計量（勝数）が $0 \sim 1$

累積確率
0.020

手順4：実験を行って、検定統計量を得る

対象になっているサイコロを9回投げて、勝数を得る

帰無仮説を棄却する
と同じ意味

手順5：検定統計量と棄却域を比較

勝数が棄却域に入れば帰無仮説を棄却し、対立仮説を採択する → 有意である

勝数が棄却域に入らなければ帰無仮説を棄却しない → 有意でない



●仮説検定の手順（サイコロの賭けを事例として）

サイコロの目が奇数ならば勝ち、9回投げて勝数は1回だった、公正なサイコロか確かめる

手順1：帰無仮説と対立仮説を設定

帰無仮説 $H_0 : \pi = 0.5$

対立仮説 $H_1 : \pi < 0.5$ （事前情報：奇数が出にくい）

手順2：有意水準 α を設定（通常は0.05）

手順3：帰無仮説が正しいという条件の下、 $\alpha = 0.05$ に対応する棄却域を定める

$\pi = 0.5$ という条件の下、棄却域は検定統計量（勝数）が0~1

実験前

手順4：実験を行って、検定統計量を得る

対象になっているサイコロを9回投げて、勝数を得る

手順5：検定統計量と棄却域を比較

勝数が棄却域に入れば帰無仮説を棄却し、対立仮説を採択する → 有意である

勝数が棄却域に入らなければ帰無仮説を棄却しない → 有意ではない

●仮説検定の手順（サイコロの賭けを事例として）

サイコロの目が奇数ならば勝ち、9回投げて勝数は1回だった、公正なサイコロか確かめる

手順1：帰無仮説と対立仮説を設定

帰無仮説 $H_0 : \pi = 0.5$

対立仮説 $H_1 : \pi < 0.5$ （事前情報：奇数が出にくい）

手順2：有意水準 α を設定（通常は0.05）

手順3：帰無仮説が正しいという条件の下、 $\alpha = 0.05$ に対応する棄却域を定める

$\pi = 0.5$ という条件の下、棄却域は検定統計量（勝数）が0~1

手順4：実験を行って、検定統計量を得る

対象になっているサイコロを9回投げて、勝数を得る

手順5：検定統計量と棄却域を比較

勝数が棄却域に入れば帰無仮説を棄却し、対立仮説を採択する → 有意である

勝数が棄却域に入らなければ帰無仮説を棄却しない → 有意ではない

p 値と有意水準を比較する方法がある
(→(6) 後述)



●仮説検定の用語

- 帰無仮説 結果として否定（棄却）したい仮説（e.g. サイコロは公正）.
 H_0 と表わす（e.g. $H_0: \pi = 0.5$ ）
- 対立仮説 帰無仮説と反対の仮説. 示したい仮説（e.g. サイコロは公正ではない）
帰無仮説を棄却したときに採択する仮説
 H_1 と表わす（e.g. $H_1: \pi < 0.5$ 、 $H_1: \pi \neq 0.5$ ）
- 棄却域 帰無仮説を棄却する検定統計量の領域（e.g. 勝数が 0～1）
- (採択域) 帰無仮説を棄却しない検定統計量の領域（e.g. 勝数が2以上）
帰無仮説が正しいことを導くわけではない
- 検定統計量 統計的判定に使う量、棄却域に入るか入らないかを判断（e.g. 勝数）
- 棄却限界値 棄却域の境界の値（e.g. 勝数 = 1）

●第1種の誤りと有意水準

統計的推論には「ほぼ」が含まれる

公正なサイコロであれば（ほぼ）9回中2回以上勝つ、その信頼率 $(1 - \alpha)$ は98%

公正なサイコロであっても、9回中1回以下の勝数になることもある、その確率 α は2%

帰無仮説（サイコロは公正）が正しいにもかかわらず、これを棄却する誤りが起こる

この誤りが「第1種の過り」（type I error, α error）

第1種の誤りの確率 α （誤る危険があるので「危険率」ともいう）

有意水準から
棄却域を設定

あらかじめ有意水準 α を決めて、第1種の過りの確率 α が有意水準 α を超えないように制御

したがって、有意水準（危険率） α 、第1種の過りの確率 α は基本的には一致

実験する前に有意水準 α を設定、通常0.05または0.01に設定

解析の目的によっては0.05以上に設定する場合もある（後述）

離散分布の場合
差が生じる

この後で、「第2種の誤り」を説明



- 仮説検定の方法は、連続分布の場合も離散分布の場合も考え方は同じ

離散分布の場合

例えば、サイコロで9回投げたときの勝数の場合

2項分布から検定統計量として勝数（0～9の整数）を算出

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 これ以外の数値は取らない

有意水準 $\alpha = 0.05$ に設定 → 棄却限界値は 1、 $\alpha = 0.02$
(実質的な有意水準)

勝数 1 の下側累積確率は
 $\alpha = 0.05$ に最も近く、
かつ 0.05 を超えない値

連続分布の場合

例えば、体重や血液成分の濃度の場合

正規分布、 t 分布、 χ^2 分布から検定統計量として u 値 (z 値)、 t 値、 χ^2 値を算出

有意水準 $\alpha = 0.05$ に設定 → $\alpha = 0.05$ となる棄却限界値 (u 値、 t 値) を設定

(連続分布なので、 $\alpha = 0.05$ にピッタリ対応する棄却限界値が存在)

次章以降を参照



(6) p 値

「(5) 仮説検定の手順」の一環



●仮説検定の判定方法（事例 6 サイコロの賭けの例）

(1) 検定統計量と棄却域からの判定 ($\alpha = 0.05$)

帰無仮説 ($\pi = 0.5$) の下、有意水準 0.05 から棄却域を決定し、統計量 (勝数) と比較

(2) p 値と有意水準からの判定 ($\alpha = 0.05$)

帰無仮説の ($\pi = 0.5$) の下、統計量の累積確率を p 値を算出し、有意水準 0.05 と比較
勝数が 1 だった場合、p 値は 0.020

		\bar{B}		棄却域 (H_0 を棄却する領域)							
検定統計量	勝数	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	確率	0.002	0.018	0.070	0.164	0.246	0.246	0.164	0.070	0.018	0.002
	累積確率	0.002	0.020	0.090	0.254	0.500	0.746	0.910	0.980	0.998	1.000

(1) 棄却域からの判断

勝数	棄却域 (0~1) と統計量 (勝数) の比較	
0	棄却域の中	有意
1	棄却域の中	有意
2	棄却域の外	

(2) p 値からの判断

勝数	p 値	有意水準 (0.05) と p 値の比較	
0	0.002	< 0.05	有意
1	0.020	< 0.05	有意
2	0.090	> 0.05	



●仮説検定の判定方法（事例 6 サイコロの賭けの例）

(1) 検定統計量と棄却域からの判定 ($\alpha = 0.05$)

帰無仮説 ($\pi = 0.5$) の下、有意水準 0.05 から棄却域を決定し、統計量 (勝数) と比較

(2) p 値と有意水準からの判定 ($\alpha = 0.05$)

帰無仮説の ($\pi = 0.5$) の下、得られた統計量の p 値を算出し、有意水準 0.05 と比較

勝数が 1 だった場合、p 値は 0.020

得られた検定統計量以上に偏る確率
統計量以上に出現確率が低い確率の和

勝数	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
確率	0.002	0.018	0.070	0.164	0.246	0.246	0.164	0.070	0.018	0.002
累積確率	0.002	0.020	0.090	0.254	0.500	0.746	0.910	0.980	0.998	1.000



p 値

(1) 棄却域からの判断

勝数	棄却域 (0~1) と 統計量 (勝数) の比較	
0	棄却域の中	有意
1	棄却域の中	有意
2	棄却域の外	

(2) p 値からの判断

勝数	p 値	有意水準 (0.05) と p 値の比較	
0	0.002	< 0.05	有意
1	0.020	< 0.05	有意
2	0.090	> 0.05	



●仮説検定の判定方法（事例 6 サイコロの賭けの例）

(1) 検定統計量と棄却域からの判定（有意水準 $\alpha = 0.05$ ）

$H_0: \pi = 0.5$

勝数が 0 の場合、統計量は 0、棄却域に入るので帰無仮説を棄却、有意である

勝数が 1 の場合、統計量は 1、棄却域に入るので帰無仮説を棄却、有意である

勝数が 2 の場合、統計量は 2、棄却域に入らないので帰無仮説を棄却しない、有意でない

(2) p 値と有意水準からの判定（有意水準 $\alpha = 0.05$ ）

勝数が 0 だった場合、p 値は 0.002、0.05 以下なので帰無仮説を棄却、有意

勝数が 1 だった場合、p 値は 0.020、0.05 以下なので帰無仮説を棄却、有意

勝数が 2 だった場合、p 値は 0.090、0.05 よりも大きいので帰無仮説を棄却しない

(1) 棄却域からの判断

勝数	棄却域 (0~1) と統計量 (勝数) の比較	
0	棄却域の中	有意
1	棄却域の中	有意
2	棄却域の外	

(2) p 値からの判断

勝数	p 値	有意水準 (0.05) と p 値の比較	
0	0.002	< 0.05	有意
1	0.020	< 0.05	有意
2	0.090	> 0.05	



● p 値の使い方

p 値

帰無仮説が正しいという前提で、得られた検定統計量が同じかそれ以上に極端な値となる確率 p 値が、予め設定しておいた有意水準 (α) より小さいときに帰無仮説を棄却 (有意である)

0~1 までの値を取り、値が小さいほど帰無仮説を棄却する強い証拠があることを表す
p 値が小さいほど、直ちに差が大きいという結論にはならない

サイコロの賭けの仮説検定
 $\pi = 0.5$ 、 $\pi > 0.5$ 、 $\pi < 0.5$ 、 $\pi \neq 0.5$

記載の仕方の目安

$p < 0.05$, $p < 0.01$ 、 $p = 0.034$, $p = 0.002$

0.001 以下の場合には正確な数値を示す意味はほとんどないので $p < 0.001$ と表記

p 値と有意水準 α と混同しない

$\alpha = 0.05$ とすべきところを $p = 0.05$ 、 $p = 0.002$ とすべきところを $\alpha = 0.002$ としないように



(7) 2項分布

サイコロの勝ち負けの確率を計算する方法
最小限の説明（詳細は第3部）



● 2 項分布とその確率：計算方法

勝ち/負け、成功/失敗、+/- など、2つの値をとる事象、2値データ → 2項分布に従う

例：真の勝率が π である賭けを独立に n 回行ったときの勝数 x とその確率 p_x の分布

$$p_x = {}_n C_x \times \pi^x (1 - \pi)^{n-x} \quad {}_n C_x \text{ は組合せ (Combination) の総数 (第3部を参照)}$$

公正なサイコロ ($\pi = 0.5$) を9回 ($n = 9$) 投げて、1回勝つ ($x = 1$) 場合の確率 p_1

$$p_1 = {}_9 C_1 \times 0.5^1 (1 - 0.5)^{9-1} = 0.018$$

Excel 関数



= BINOM.DIST(x, n, π, FALSE) . . . 確率

= BINOM.DIST(1, 9, 0.5, FALSE) = 0.018

= BINOM.DIST(x, n, π, TRUE) . . . 下側累積確率

= BINOM.DIST(1, 9, 0.5, TRUE) = 0.020 (1回以下の確率)

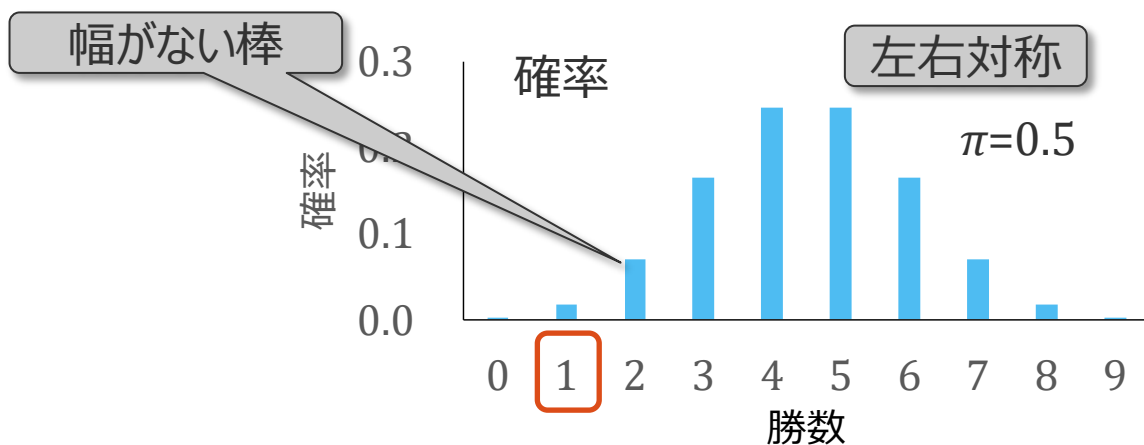
Excel 2010以前

= BINOMDIST(x, n, π, FALSE)

= BINOMDIST(x, n, π, TRUE)

● 2項分布とその確率：公正なサイコロ（事例 6）

公正なサイコロ ($\pi = 0.5$) を独立に9回投げて、 x 回勝つ (x 回奇数が出る) 確率 p_x



$$= \text{BINOM.DIST}(1, 9, 0.5, \text{FALSE}) = 0.018$$



$$= \text{BINOM.DIST}(1, 9, 0.5, \text{TRUE}) = 0.020$$

$$0.002 + 0.018 = 0.020$$

公正なサイコロ ($\pi = 0.5$) を9回投げて、 x 回勝つ (x 回奇数が出る) 確率と下側累積確率

勝数	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
確率	0.002	0.018	0.070	0.164	0.246	0.246	0.164	0.070	0.018	0.002
累積確率	0.002	0.020	0.090	0.254	0.500	0.746	0.910	0.980	0.998	1.000

下側累積確率

● 2 項分布とその確率：公正なサイコロと公正ではないサイコロ（事例 6）

様々なサイコロ ($\pi = 0.5 \sim 0.1$) を 9 回投げて、 x 回勝つ (x 回奇数が出る) 下側累積確率

表示1.4.3 α と β 、検出力 (一部)

x	0.5	0.4	0.3	0.2	0.1
0	0.002	0.0	0.001	0.001	0.001
1	0.020	0.071	0.196	0.436	0.775
2	0.090	0.232	0.463	0.738	0.947
3	0.254	0.483	0.730	0.914	0.992
4	0.500	0.733	0.901	0.980	0.999

勝率 π

勝数 x
5~9 は省略

公正な
サイコロ

イカサマ
サイコロ

累積確率

9 回投げて 1 回勝つ下側累積確率

= BINOM.DIST(1, 9, 0.5, TRUE) = **0.020**

= BINOM.DIST(1, 9, 0.4, TRUE) = **0.071**

= BINOM.DIST(1, 9, 0.3, TRUE) = 0.196

= BINOM.DIST(1, 9, 0.2, TRUE) = 0.436

= BINOM.DIST(1, 9, 0.1, TRUE) = **0.775**

公正なサイコロ ($\pi = 0.5$) を 9 回投げて、 x 回勝つ (x 回奇数が出る) 確率と下側累積確率

勝数	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
確率	0.002	0.018	0.070	0.164	0.246	0.246	0.164	0.070	0.018	0.002
累積確率	0.002	0.020	0.090	0.254	0.500	0.746	0.910	0.980	0.998	1.000

● 2 項分布とその確率：公正なサイコロと公正ではないサイコロ（事例 6）

様々なサイコロ ($\pi = 0.5 \sim 0.1$) を 9 回投げて、 x 回勝つ (x 回奇数が出る) 下側累積確率

表示1.4.3 α と β 、検出力 (一部)

x	0.5	0.4	0.3	0.2	0.1
0	0.002	0.010	0.040	0.134	0.387
1	0.020	0.071	0.196	0.436	0.775
2	0.090	0.232	0.463	0.738	0.947
3	0.254	0.483	0.730	0.914	0.992
4	0.500	0.733	0.901	0.980	0.999

勝率 π

9 回投げて 0~4 回勝つ下側累積確率
 = BINOM.DIST(0, 9, 0.5, TRUE) = 0.002
 = BINOM.DIST(1, 9, 0.5, TRUE) = 0.020
 = BINOM.DIST(2, 9, 0.5, TRUE) = 0.090
 = BINOM.DIST(3, 9, 0.5, TRUE) = 0.254
 = BINOM.DIST(4, 9, 0.5, TRUE) = 0.500

累積確率

イカサマサイコロ

勝数 x
5~9 は省略

公正なサイコロ ($\pi = 0.5$) を 9 回投げて、 x 回勝つ (x 回奇数が出る) 確率と下側累積確率

勝数	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
確率	0.002	0.018	0.070	0.164	0.246	0.246	0.164	0.070	0.018	0.002
累積確率	0.002	0.020	0.090	0.254	0.500	0.746	0.910	0.980	0.998	1.000

2項分布

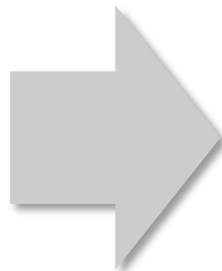
● 2項分布とその確率：公正なサイコロと公正ではないサイコロ（事例 6）

様々なサイコロ ($\pi = 0.5 \sim 0.1$) を9回投げて、 x 回勝つ (x 回奇数が出る) 下側累積確率

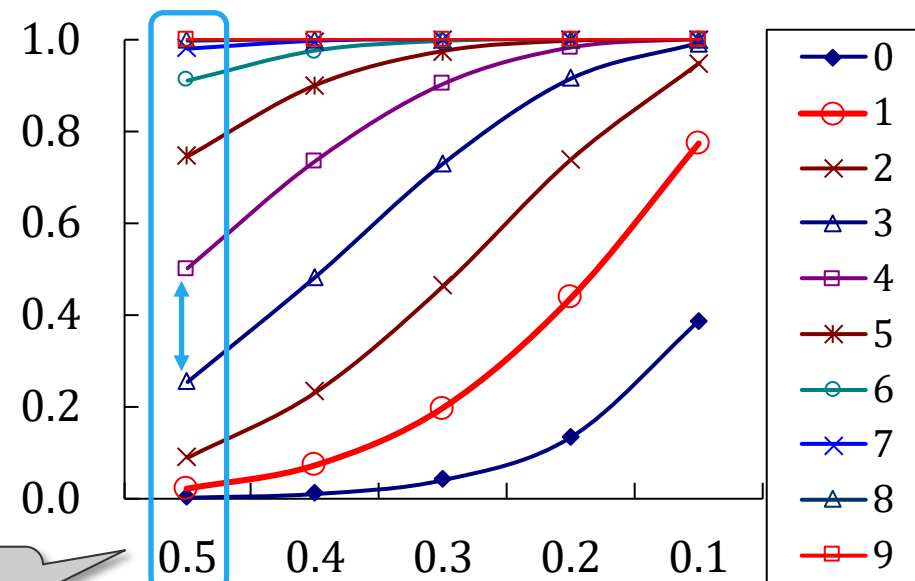
表示1.4.3 α と β 、検出力

x	0.5	0.4	0.3	0.2	0.1
0	0.002	0.010	0.040	0.134	0.387
1	0.020	0.071	0.196	0.436	0.775
2	0.090	0.232	0.463	0.738	0.947
3	0.254	0.483	0.730	0.914	0.992
4	0.500	0.733	0.901	0.980	0.999
5	0.746	0.901	0.975	0.997	1.000
6	0.910	0.975	0.996	1.000	1.000
7	0.980	0.996	1.000	1.000	1.000
8	0.998	1.000	1.000	1.000	1.000
9	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000

勝率 π
連続変数



累積確率



勝率 π
連続変数

公正な
サイコロ

イカサマ
サイコロ

公正な
サイコロ

イカサマ
サイコロ

● 2項分布とその確率：公正なサイコロと公正ではないサイコロ（事例 6）

様々なサイコロ ($\pi = 0.5 \sim 0.1$) を9回投げて、 x 回勝つ (x 回奇数が出る) 下側累積確率

表示1.4.3 α と β 、検出力

x	0.5	0.4	0.3	0.2	0.1
0	0.002	0.010	0.040	0.134	0.387
1	0.020	0.071	0.196	0.436	0.775
2	0.090	0.232	0.463	0.738	0.947
3	0.254	0.483	0.730	0.914	0.992
4	0.500	0.733	0.901	0.980	0.999
5	0.746	0.901	0.975	0.997	1.000
6	0.910	0.975	0.996	1.000	1.000
7	0.980	0.996	1.000	1.000	1.000
8	0.998	1.000	1.000	1.000	1.000
9	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000

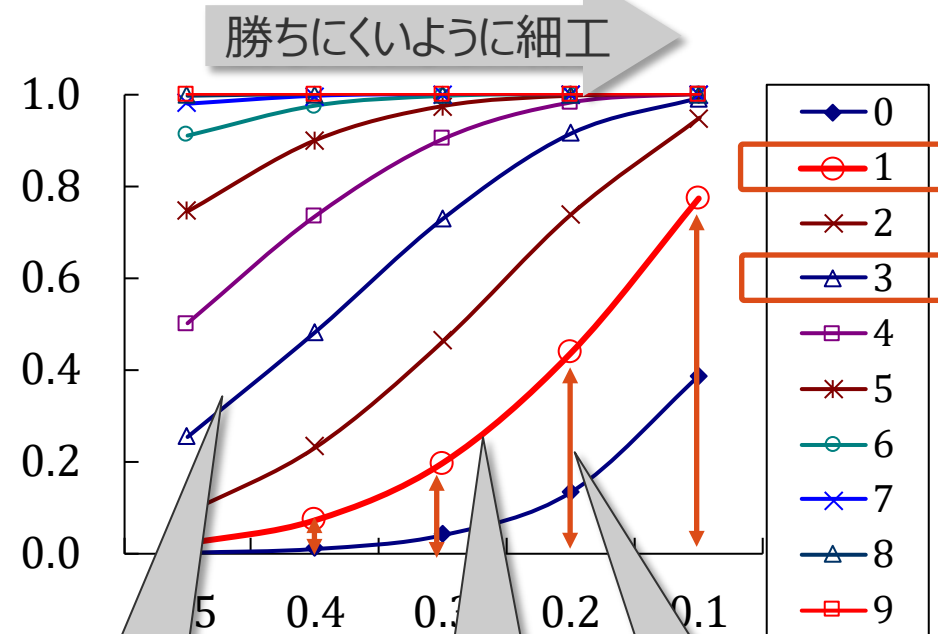
勝数1以下の累積確率 ○

勝数1以下の累積確率 △

勝数3以下の累積確率 △

勝数1以下の累積確率 ○

累積確率の変化を強調



勝ちにくいように細工



(8) 第2種の誤りと検出力

サイコロの事例6を使って2項分布の確率を基に説明
かなり難解な内容、くどい説明になっている
学習が進んだ後に読み返すことを推奨

●公正なサイコロ ($\pi = 0.5$) の場合の検定結果

事例6：有意水準 $\alpha = 0.05$ 、棄却域 $x = [0, 1]$ 、サイコロを1個あたり9回投げて勝数を得る

公正なサイコロ ($\pi = 0.5$) 勝数が棄却域の中 → 帰無仮説を棄却 (公正ではない) : 誤り
勝数が棄却域に入る確率 = $\text{BINOM.DIST}(1, 9, 0.5, \text{TRUE}) = 0.020$
勝数が棄却域の外 → 帰無仮説を棄却しない (公正ではないといえない) : 正しい
公正なサイコロを公正ではないと誤る確率 2%、残りの 98% は正しい判定

公正ではないサイコロ ($\pi = 0.4$) 勝数が棄却域の中 → 帰無仮説を棄却 (公正ではない) : 正しい
勝数が棄却域に入る確率 = $\text{BINOM.DIST}(1, 9, 0.4, \text{TRUE}) = 0.071$
勝数が棄却域の外 → 帰無仮説を棄却しない (公正ではないといえない) : 誤り
公正ではないと見破る確率 7.1%、見逃す確率 92.9% → ほとんど見逃す

公正ではないサイコロ ($\pi = 0.2$) 勝数が棄却域の中 → 帰無仮説を棄却 (公正ではない) : 正しい
勝数が棄却域に入る確率 = $\text{BINOM.DIST}(1, 9, 0.2, \text{TRUE}) = 0.436$
勝数が棄却域の外 → 帰無仮説を棄却しない (公正ではないといえない) : 誤り
公正ではないと見破る確率 43.6%、見逃す確率 56.4% → 半々

●公正なサイコロ ($\pi = 0.5$) の場合の検定結果

事例 6 : 有意水準 $\alpha = 0.05$ 、棄却域 $x = [0, 1]$ 、サイコロを 1 個あたり 9 回投げて勝数を得る

公正なサイコロ ($\pi = 0.5$) 勝数が棄却域の中 → 帰無仮説を棄却 (公正ではない) : 誤り
勝数が棄却域に入る確率 = $\text{BINOM.DIST}(1, 9, 0.5, \text{TRUE}) = 0.020$
勝数が棄却域の外 → 帰無仮説を棄却しない (公正ではないといえない) : 正しい
公正なサイコロを公正ではないと誤る確率 2%、残りの 98% は正しい判定

公正ではないサイコロ ($\pi = 0.4$) 勝数が棄却域の中 → 帰無仮説を棄却 (公正ではない) : 正しい
勝数が棄却域に入る確率 = $\text{BINOM.DIST}(1, 9, 0.4, \text{TRUE}) = 0.071$
勝数が棄却域の外 → 帰無仮説を棄却しない (公正ではないといえない) : 誤り
公正ではないと見破る確率 7.1%、見逃す確率 92.9% → ほとんど見逃す

公正ではないサイコロ ($\pi = 0.2$) 勝数が棄却域の中 → 帰無仮説を棄却 (公正ではない) : 正しい
勝数が棄却域に入る確率 = $\text{BINOM.DIST}(1, 9, 0.2, \text{TRUE}) = 0.436$
勝数が棄却域の外 → 帰無仮説を棄却しない (公正ではないといえない) : 誤り
公正ではないと見破る確率 43.6%、見逃す確率 56.4% → 半々

●公正なサイコロ ($\pi = 0.5$) の場合の検定結果

事例6：有意水準 $\alpha = 0.05$ 、棄却域 $x = [0, 1]$ 、サイコロを1個あたり9回投げて勝数を得る

公正なサイコロ ($\pi = 0.5$) 勝数が棄却域の中 → 帰無仮説を棄却 (公正ではない) : 誤り
勝数が棄却域に入る確率 = $\text{BINOM.DIST}(1, 9, 0.5, \text{TRUE}) = 0.020$
勝数が棄却域の外 → 帰無仮説を棄却しない (公正ではないといえない) : 正しい
公正なサイコロを公正ではないと誤る確率 2%、残りの 98% は正しい判定

公正ではないサイコロ ($\pi = 0.4$) 勝数が棄却域の中 → 帰無仮説を棄却 (公正ではない) : 正しい
勝数が棄却域に入る確率 = $\text{BINOM.DIST}(1, 9, 0.4, \text{TRUE}) = 0.071$
勝数が棄却域の外 → 帰無仮説を棄却しない (公正ではないといえない) : 誤り
公正ではないと見破る確率 7.1%、見逃す確率 92.9% → ほとんど見逃す

公正ではないサイコロ ($\pi = 0.2$) 勝数が棄却域の中 → 帰無仮説を棄却 (公正ではない) : 正しい
勝数が棄却域に入る確率 = $\text{BINOM.DIST}(1, 9, 0.2, \text{TRUE}) = 0.436$
勝数が棄却域の外 → 帰無仮説を棄却しない (公正ではないといえない) : 誤り
公正ではないと見破る確率 43.6%、見逃す確率 56.4% → 半々、力不足

●公正なサイコロ ($\pi = 0.5$) の場合の検定結果

事例6：有意水準 $\alpha = 0.05$ 、棄却域 $x = [0, 1]$ 、サイコロを1個あたり9回投げて勝数を得る

公正なサイコロ ($\pi = 0.5$) 勝数が棄却域の中 → 帰無仮説を棄却 (公正ではない) : 誤り
勝数が棄却域に入る確率 = $\text{BINOM.DIST}(1, 9, 0.5, \text{TRUE}) = 0.020$
勝数が棄却域の外 → 帰無仮説を棄却しない (公正ではないといえない) : 正しい
公正なサイコロを公正ではないと誤る確率 2%、残りの98%は正しい判定

公正ではないサイコロ ($\pi = 0.4$)

勝数が棄却域の中 → 帰無仮説を棄却 (公正ではない) : 正しい
勝数が棄却域に入る確率 = $\text{BINOM.DIST}(1, 9, 0.4, \text{TRUE}) = 0.071$
勝数が棄却域の外 → 帰無仮説を棄却しない (公正ではないといえない) : 誤り
公正ではないと**見破る確率 7.1%**、**見逃す確率 92.9%** → ほとんど見逃す

第1種の誤りの確率 α
= 有意水準

公正ではないサイコロ ($\pi = 0.2$)

勝数が棄却域の中 → 帰無仮説を棄却 (公正ではない) : 正しい
勝数が棄却域に入る確率 = $\text{BINOM.DIST}(1, 9, 0.2, \text{TRUE}) = 0.436$
勝数が棄却域の外 → 帰無仮説を棄却しない (公正ではないといえない) : 誤り
公正ではないと**見破る確率 43.6%**、**見逃す確率 56.4%** → 半々、力不足

第1種の誤り、第2種の誤り、検出力

●公正なサイコロ ($\pi = 0.5$) の場合の検定結果

事例6：有意水準 $\alpha = 0.05$ 、棄却域 $x = [0, 1]$ 、サイコロを1個あたり9回投げて勝数を得る

公正なサイコロ
($\pi = 0.5$)

勝数が棄却域の中 → 帰無仮説を棄却 (公正ではない) : 誤り
勝数が棄却域に入る確率 = $\text{BINOM.DIST}(1, 9, 0.5, \text{TRUE}) = 0.020$
勝数が棄却域の外 → 帰無仮説を棄却しない (公正ではないといえない) : 正しい
公正なサイコロを公正ではないと誤る確率 2%、残りの98%

第1種の誤りの確率 α
= 有意水準

公正ではないサイコロ
($\pi = 0.4$)

勝数が棄却域の中 → 帰無仮説を棄却 (公正ではない) : 正しい
勝数が棄却域に入る確率 = $\text{BINOM.DIST}(1, 9, 0.4, \text{TRUE}) = 0.071$
勝数が棄却域の外 → 帰無仮説を棄却しない (公正ではないといえない) : 誤り
公正ではないと**見破る確率 7.1%**、**見逃す確率 92.9%** → ほとんど見逃す

検出力 ($1 - \beta$)

第2種の誤りの確率 β

公正ではないサイコロ
($\pi = 0.2$)

勝数が棄却域の中 → 帰無仮説を棄却 (公正ではない) : 正しい
勝数が棄却域に入る確率 = $\text{BINOM.DIST}(1, 9, 0.2, \text{TRUE}) = 0.436$
勝数が棄却域の外 → 帰無仮説を棄却しない (公正ではないといえない) : 誤り
公正ではないと**見破る確率 43.6%**、**見逃す確率 56.4%** → 半々、力不足

$\pi = 0.4$ のサイコロよりも検出力は高い

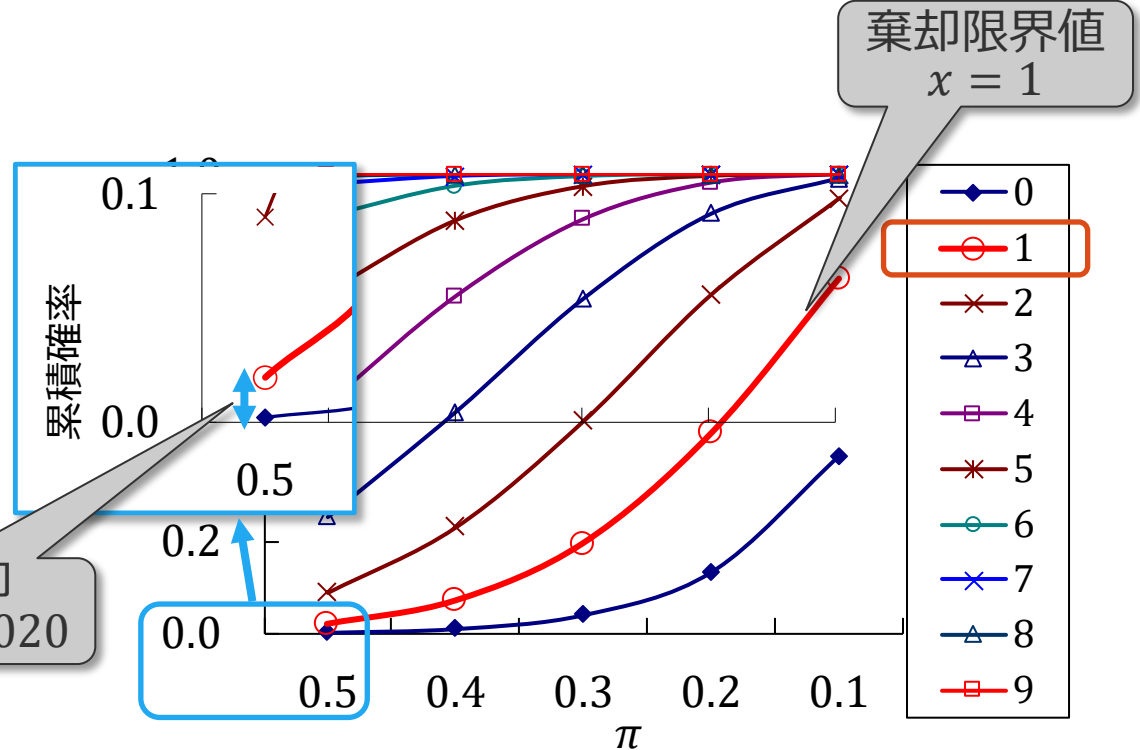
第1種の誤り、第2種の誤り、検出力

●公正なサイコロの第1種の誤りの確率 α

事例6：公正なサイコロ $\pi = 0.5$ の α

表示1.4.3 α と β 、検出力（一部）

x	0.5	0.4	0.3	0.2	0.1
0	0.002	0.010	0.040	0.134	0.387
1	0.020	0.071	0.196	0.436	0.775
2	0.090	0.232	0.463	0.738	0.947
3	0.254	0.483	0.730	0.914	0.992
4	0.500	0.733	0.901	0.980	0.999



公正なサイコロ ($\pi = 0.5$)

有意水準 $\alpha = 0.05$ 、棄却域 $x = [0, 1]$ 、サイコロを1個あたり9回投げる
 勝数が棄却域の中 → 帰無仮説を棄却（公正ではない）：第1種の誤り
 勝数が棄却域に入る確率 = $\text{BINOM.DIST}(1, 9, 0.5, \text{TRUE}) = 0.020$
 公正ではないと誤る確率 $\alpha = 0.020$ （実質）、正しく判定 $1 - \alpha = 0.980$

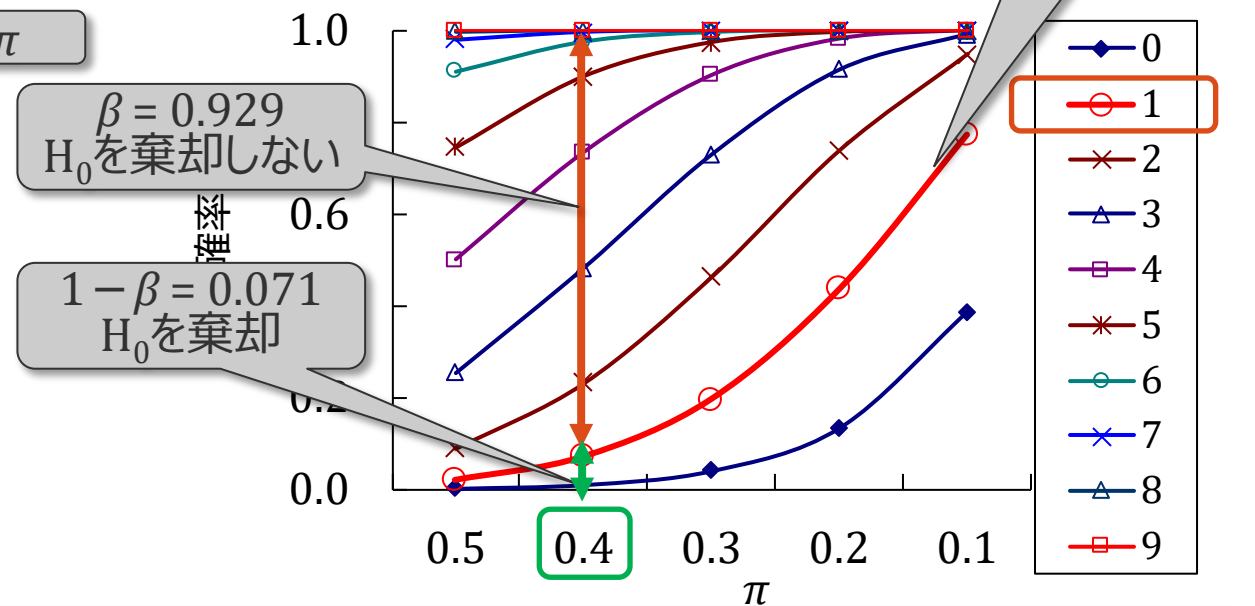
第1種の誤り、第2種の誤り、検出力

●公正ではないサイコロの検出力 $1 - \beta$ と第2種の誤りの確率 β

事例6：公正ではないサイコロ $\pi = 0.4$ の $1 - \beta$ と β

表示1.4.3 α と β 、検出力（一部）

x	0.5	0.4	0.3	0.2	0.1
0	0.002	0.010	0.040	0.134	0.387
1	0.020	0.071	0.196	0.436	0.775
2	0.090	0.232	0.463	0.738	0.947
3	0.254	0.483	0.730	0.914	0.992
4	0.500	0.733	0.901	0.980	0.999



公正ではないサイコロ
($\pi = 0.4$)

有意水準 $\alpha = 0.05$ 、棄却域 $x = [0, 1]$ 、サイコロを1個あたり9回投げる
 勝数が棄却域の中 → 帰無仮説を棄却（公正ではない）：正しい
 勝数が棄却域に入る確率 = $\text{BINOM.DIST}(1, 9, 0.4, \text{TRUE}) = 0.071$
 検出率 $1 - \beta = 0.071$ 、第2種の誤りの確率 $\beta = 0.929$ → ほとんど見逃す

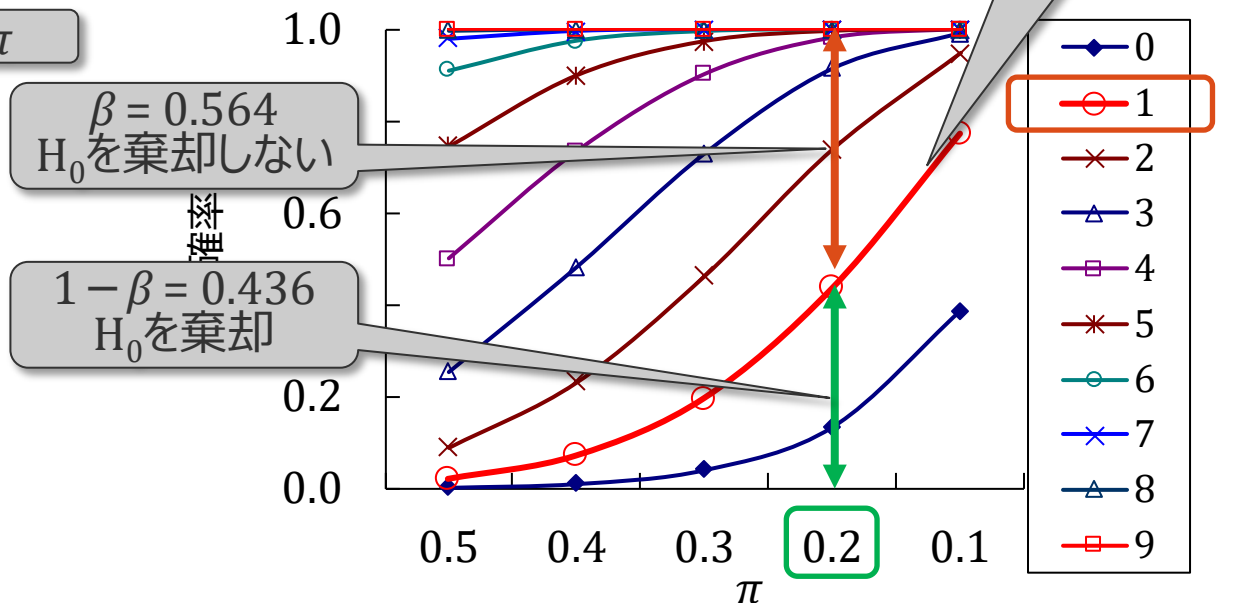
第1種の誤り、第2種の誤り、検出力

●公正ではないサイコロの検出力 $1 - \beta$ と第2種の誤りの確率 β

事例6：公正ではないサイコロ $\pi = 0.2$ の $1 - \beta$ と β

表示1.4.3 α と β 、検出力 (一部)

$1 - \beta$	π	0.5	0.4	0.3	0.2	0.1
棄却 限界値	0	0.002	0.010	0.040	0.134	0.387
	1	0.020	0.071	0.196	0.436	0.775
	2	0.090	0.232	0.463	0.738	0.947
	3	0.254	0.483	0.730	0.914	0.992
	4	0.500	0.733	0.901	0.980	0.999



公正ではない
サイコロ
($\pi = 0.2$)

有意水準 $\alpha = 0.05$ 、棄却域 $x = [0, 1]$ 、サイコロを1個あたり9回投げる
勝数が棄却域の中 → 帰無仮説を棄却 (公正ではない) : 正しい

勝数が棄却域に入る確率 = $\text{BINOM.DIST}(1, 9, 0.2, \text{TRUE}) = 0.436$

検出率 $1 - \beta = 0.436$ 、第2種の誤りの確率 $\beta = 0.564$ → 半々、力不足

第1種の誤り、第2種の誤り、検出力

●公正ではないサイコロの検出力 $1 - \beta$ と第2種の誤りの確率 β

事例6：公正ではないサイコロ $\pi = (0.5, 0.1]$ の $1 - \beta$ と β

表示1.4.3 α と β 、検出力 (一部)

x	0.5	0.4	0.3	0.2	0.1
0	0.002	0.010	0.040	0.134	0.387
1	0.020	0.071	0.196	0.436	0.775
2	0.090	0.232	0.463	0.738	0.947
3	0.254	0.483	0.733	0.914	0.992
4	0.500	0.733	0.914	0.980	0.999
5	0.746	0.901	0.997	1.000	1.000
6	0.910	0.975	1.000	1.000	1.000
7	0.980	0.999	1.000	1.000	1.000
8	0.998	1.000	1.000	1.000	1.000

棄却
限界値

α

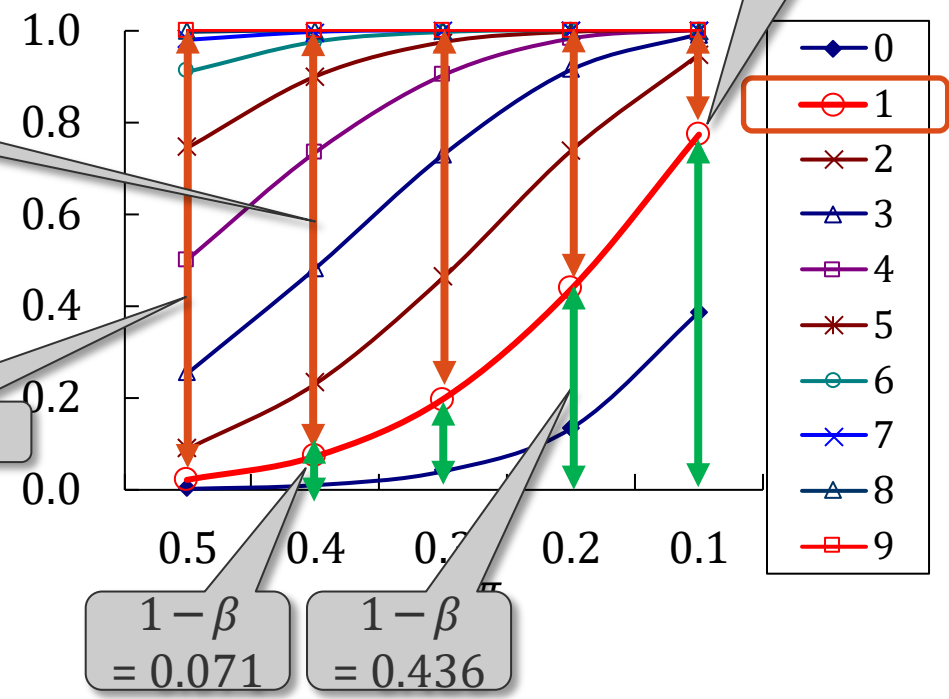
検出力 ($1 - \beta$)
 π が 0.5 から小さくなるほど、検出力は増加
 (イカサマの程度がおおきいほど見破りやすい)

π

$1 - \alpha = 0.980$

β

累積確率



棄却限界値
 $x = 1$

$1 - \beta = 0.071$ $1 - \beta = 0.436$

π が帰無仮説 (0.5) から小さくなると検出力 ($1 - \beta$) は増加
 π が帰無仮説 (0.5) に近いほど β は上昇、($1 - \alpha$) に接近

第1種の誤り、第2種の誤り、検出力

● α と β のトレードオフの関係

事例6：棄却限界値の影響：有意水準 $\alpha=0.05$ から棄却限界値を勝数1に設定

表示1.4.3 α と β 、検出力 (一部)

x	0.5	0.4	0.3	0.2	0.1
0	0.002	0.010	0.040	0.134	0.387
1	0.020	0.071	0.196	0.436	0.775
2	0.090	0.232	0.463	0.738	0.947
3	0.254	0.483	0.730	0.914	0.992
4	0.500	0.733	0.901	0.980	0.999
5	0.746	0.901	0.975	0.997	1.000
6	0.910	0.975	0.996	1.000	1.000
7	0.980	0.996	1.000	1.000	1.000
8	0.998	1.000	1.000	1.000	1.000
9	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000

棄却
限界値

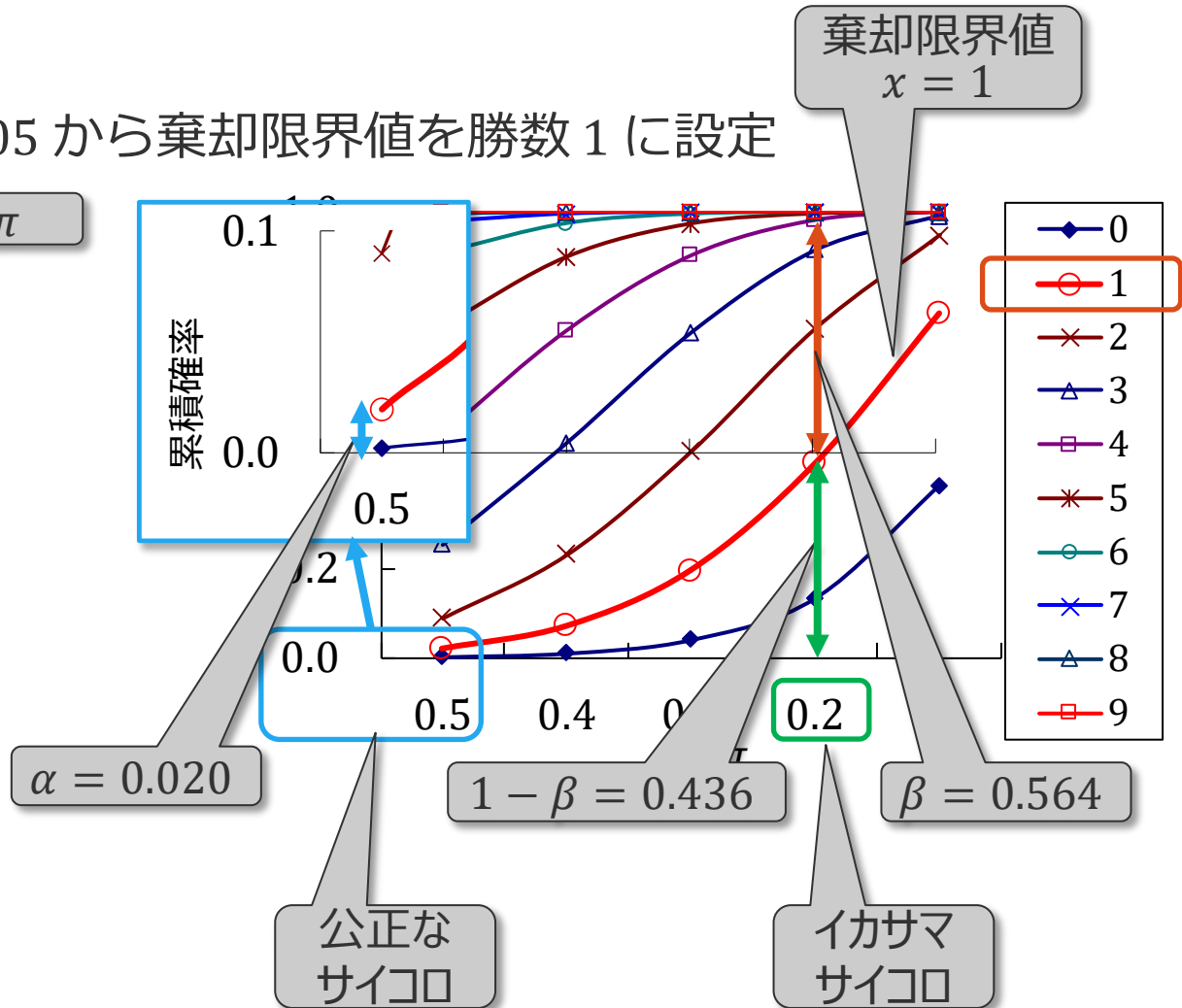
α

$1-\beta$

公正な
サイコロ

イカサマ
サイコロ

π



第1種の誤り、第2種の誤り、検出力

● α と β のトレードオフの関係

事例6：棄却限界値の影響：有意水準 $\alpha=0.10$ から棄却限界値を勝数2 に設定

表示1.4.3 α と β 、検出力 (一部)

x	0.5	0.4	0.3	0.2	0.1
0	0.002	0.010	0.040	0.134	0.387
1	0.020	0.071	0.196	0.436	0.775
2	0.090	0.232	0.463	0.738	0.947
3	0.254	0.483	0.730	0.914	0.992
4	0.500	0.733	0.901	0.980	0.999
5	0.746	0.901	0.975	0.997	1.000
6	0.910	0.975	0.996	1.000	1.000
7	0.980	0.996	1.000	1.000	1.000
8	0.998	1.000	1.000	1.000	1.000
9	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000

棄却
限界値

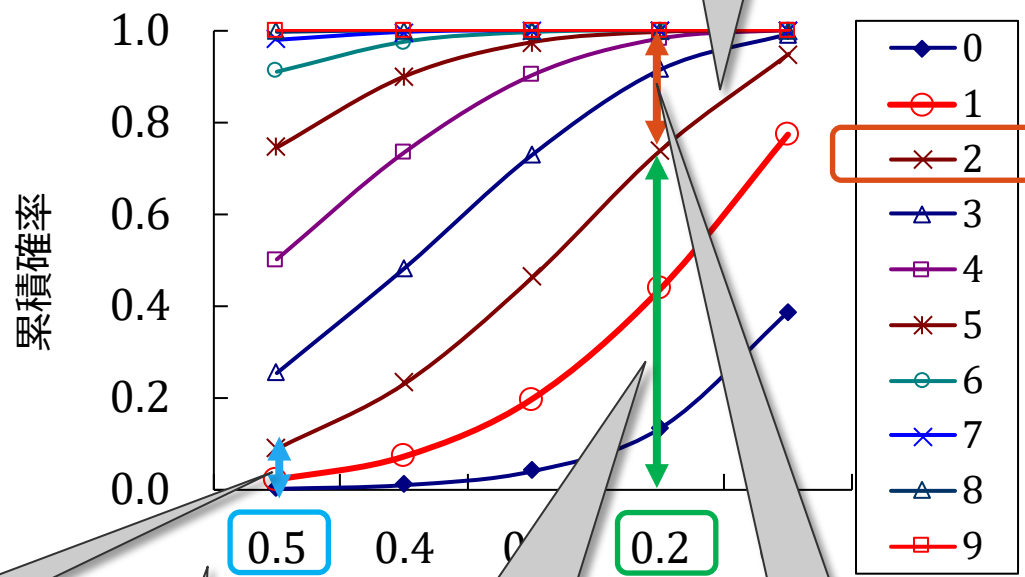
α

$1-\beta$

π

公正な
サイコロ

イカサマ
サイコロ



$\alpha = 0.090$

$1 - \beta = 0.738$

$\beta = 0.262$

公正な
サイコロ

イカサマ
サイコロ

第1種の誤り、第2種の誤り、検出力

● α と β のトレードオフの関係

事例6：棄却限界値の影響：有意水準 $\alpha=0.30$ から棄却限界値を勝数3 に設定

表示1.4.3 α と β 、検出力 (一部)

x	0.5	0.4	0.3	0.2	0.1
0	0.002	0.010	0.040	0.134	0.387
1	0.020	0.071	0.196	0.436	0.775
2	0.090	0.232	0.463	0.738	0.947
3	0.254	0.483	0.730	0.914	0.992
4	0.500	0.733	0.901	0.980	0.999
5	0.746	0.901	0.975	0.997	1.000
6	0.910	0.975	0.996	1.000	1.000
7	0.980	0.996	1.000	1.000	1.000
8	0.998	1.000	1.000	1.000	1.000
9	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000

棄却
限界値

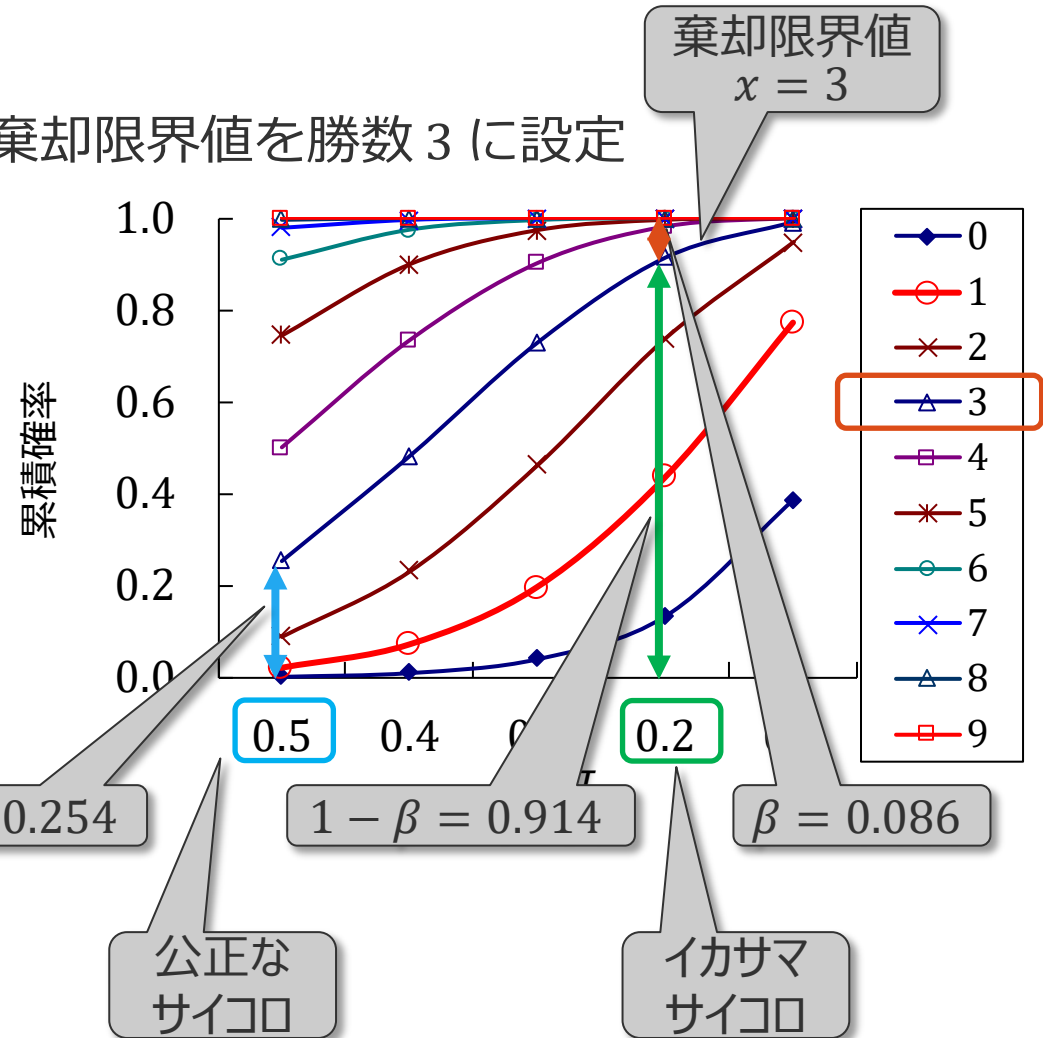
α

$1-\beta$

公正な
サイコロ

イカサマ
サイコロ

π



第1種の誤り、第2種の誤り、検出力

● α と β のトレードオフの関係

事例6：棄却限界値の影響：有意水準 $\alpha=0.50$ から棄却限界値を勝数4 に設定

表示1.4.3 α と β 、検出力 (一部)

x	0.5	0.4	0.3	0.2	0.1
0	0.002	0.010	0.040	0.134	0.387
1	0.020	0.071	0.196	0.436	0.775
2	0.090	0.232	0.463	0.738	0.947
3	0.254	0.483	0.730	0.914	0.992
4	0.500	0.733	0.901	0.980	0.999
5	0.746	0.901	0.975	0.997	1.000
6	0.910	0.975	0.996	1.000	1.000
7	0.980	0.996	1.000	1.000	1.000
8	0.998	1.000	1.000	1.000	1.000
9	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000

棄却
限界値

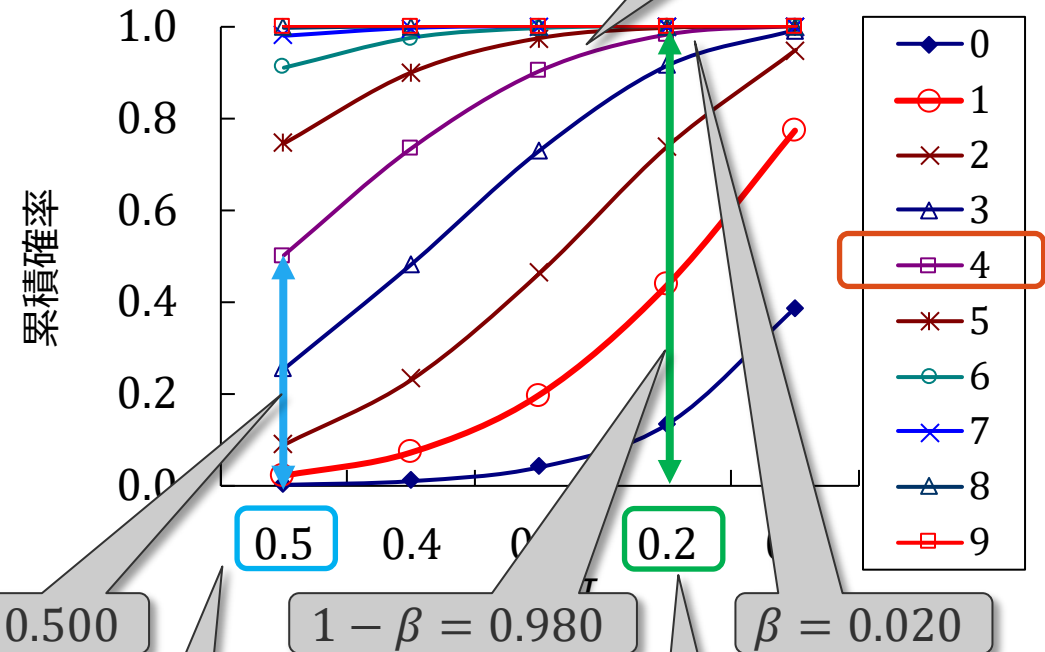
α

$1-\beta$

π

公正な
サイコロ

イカサマ
サイコロ



公正な
サイコロ

イカサマ
サイコロ

● α と β のトレードオフの関係

有意水準 α を変更して、棄却限界値を
勝数 1 から 4 に上げて棄却域を広げる

$\pi=0.2$ のサイコロ

検出力 $1 - \beta$: 0.436 → 0.980

第2種の誤りの確率 β : 0.564 → 0.020

$\pi=0.5$ のサイコロ

第1種の誤りの確率 α : 0.020 → 0.500

棄却限界値を上げて棄却域を広くすると

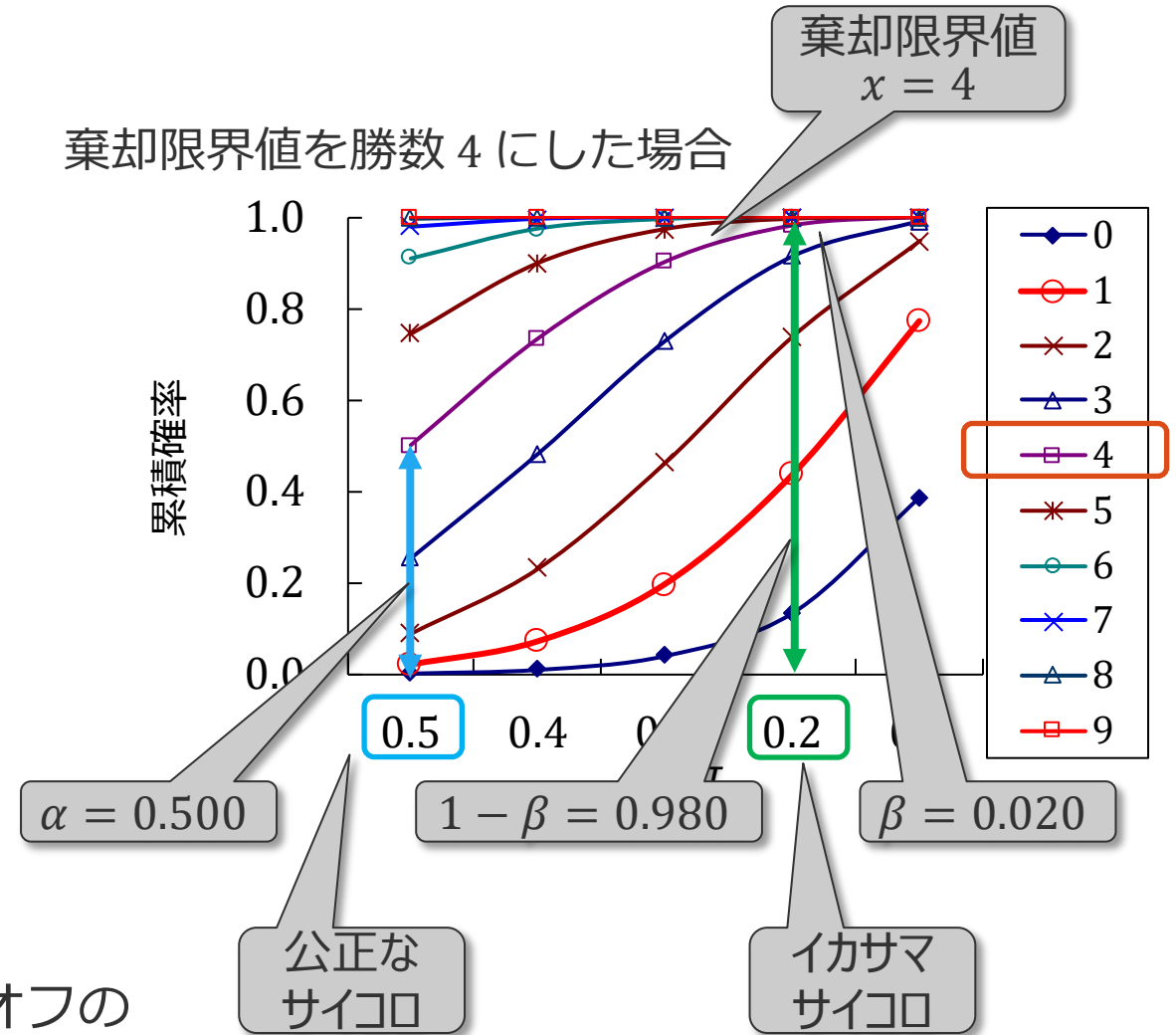
検出力 $1 - \beta$ は上昇

第2種の誤りの確率 β は低下

第1種の誤りの確率 α は上昇

α と β は
トレードオフの
関係にある

棄却限界値を勝数 4 にした場合



●用語

第1種の過り (Type I Error、 α Error)

帰無仮説が正しいのに、帰無仮説を棄却する誤り、その確率を α で表す

あわて者 (AWATEMONO) の誤り $\rightarrow a \rightarrow \alpha$

実験前に設定した有意水準 α を超えないように棄却域を設定 (通常は $\alpha = 0.05$ または 0.01)

第2種の過り (Type II Error、 β Error)

帰無仮説が正しくないのに、帰無仮説を棄却しない誤り、その確率を β で表す

ぼんやり者 (BONYARI) の誤り $\rightarrow b \rightarrow \beta$

検出力 (Power)

帰無仮説が正しくないときにそれを棄却する確率 ($1 - \beta$)、0.8以上が目安

サンプルサイズを大きくすると検出力は高まる \rightarrow 後で説明

サンプルのバラツキが小さく、検出しようとする差が大きいと検出力は高まる $\rightarrow \beta$ は逆

α と β のトレードオフの関係

α と β をともに小さくできればベストであるが、 α を小さくすると β は大きくなる

●仮説検定を取り巻く条件

サイコロの賭け（事例6）における仮説検定の条件

対象のサイコロが公正か否かを判定
 n 回投げて、その勝数を得る ($\pi = ?$)

検定したい π
($\pi = 0.5$ からの差)

帰無仮説 ($\pi = 0.5$)

対立仮説 ($\pi < 0.5$)

有意水準 ($\alpha = 0.05$)

サンプルサイズ ($n = 9$)

検定統計量（勝数）の
棄却限界値 1、
棄却域 $[0, 1]$ の設定

検出力 ($1 - \beta$) 算出
0.8、0.9 などが目標

●仮説検定を取り巻く条件

サイコロの賭け（事例6）における仮説検定の条件

対象のサイコロが公正か否かを判定
 n 回投げて、その勝数を得る ($\pi = ?$)

検定したい π
($\pi = 0.5$ からの差)

帰無仮説 ($\pi = 0.5$)

対立仮説 ($\pi < 0.5$)

有意水準 ($\alpha = 0.05$)

サンプルサイズ ($n = 9$)

検定統計量（勝数）の
棄却限界値の設定
棄却域 $[0, 1]$

検出力 ($1 - \beta$) 算出
0.8、0.9 などが目標

検出したい π ($\pi = 0.5$ からの差) を想定して
十分な検出力で検定できるようにサンプルサイズを設定

第1種の誤り、第2種の誤り、検出力（補足）

● $\pi = 0.2$ のサイコロを安定的に見破るにはどのように設定すればよいか

- (1) 見破れるか否かは半々
- (2) 棄却限界値を増加 (α は増加)
 β は増加、検出力は減少
 (公正な賭けを不正と誤ることが増加)
- (3) 棄却限界値を減少 (α は減少)
 β は増加、検出力は減少
 (公正な賭けを不正と誤ることは減少)
- (4) 棄却限界値を増加 (α を 0.05 に維持)
 投げる回数を増加
 β は減少、検出力は増加
 (α を維持してイカサマを検出)

	投げる回数 (n)	棄却限界値	第1種の誤り 実質 α	$\pi = 0.2$ のサイコロ	
				第2種の誤り β	検出力 ($1 - \beta$)
(1)	9	1	0.020	0.564	0.436
	9	2	0.090	0.262	0.738
	9	3	0.254	0.100	0.900
	9	4	0.500	0.033	0.967
	9	5	0.746	0.002	0.998
(3)	9	0	0.002	0.866	0.134
	11	2	0.033	0.383	0.617
	14	3	0.029	0.302	0.698
(4)	16	4	0.038	0.202	0.798
	18	5	0.048	0.133	0.867

公正ではないと見破れるか否かは半々

= BINOM. DIST(1, 9, 0.5, TRUE) = 0.020
 = BINOM. DIST(1, 9, 0.2, TRUE) = 0.436

第1種の誤り、第2種の誤り、検出力（補足）

● $\pi = 0.2$ のサイコロを安定的に見破るには
 どのように設定すればよいか

- (1) 見破れるか否かは半々
- (2) 棄却限界値を増加 (α は増加)
 β は増加、検出力は減少
 (公正な賭けを不正と誤ることが増加)
- (3) 棄却限界値を減少 (α は減少)
 β は増加、検出力は減少
 (公正な賭けを不正と誤ることは減少)
- (4) 棄却限界値を増加 (α を 0.05 に維持)
 投げる回数を増加
 β は減少、検出力は増加
 (α を維持してイカサマを検出)

	投げる回数 (n)	棄却限界値	第1種の誤り 実質 α	$\pi = 0.2$ のサイコロ	
				第2種の誤り β	検出力 ($1 - \beta$)
(1)	9	1	0.020	0.564	0.436
(2)	9	2	0.090	0.262	0.738
	9	3	0.254	0.086	0.914
	9	4	0.500	0.020	0.980
	9	5	0.746	0.003	0.997
(3)	9	0	0.002	0.566	0.434
(4)	11	3	0.029	0.302	0.698
	14	4	0.038	0.202	0.798
	16	4	0.038	0.202	0.798
	18	5	0.048	0.133	0.867

棄却限界値を増加 → α が増 → β が減 → 検出力が増

= BINOM.DIST(5, 9, 0.5, TRUE) = 0.746
 = BINOM.DIST(5, 9, 0.2, TRUE) = 0.997

第1種の誤り、第2種の誤り、検出力（補足）

● $\pi = 0.2$ のサイコロを安定的に見破るにはどのように設定すればよいか

- (1) 見破れるか否かは半々
- (2) 棄却限界値を増加 (α は増加)
 β は増加、検出力は減少
 (公正な賭けを不正と誤ることが増加)
- (3) 棄却限界値を減少 (α は減少)
 β は増加、検出力は減少
 (公正な賭けを不正と誤ることは減少)
- (4) 棄却限界値を増加 (α を 0.05 に維持)
 投げる回数を増加
 β は減少、検出力は増加
 (α を維持してイカサマを検出)

	投げる回数 (n)	棄却限界値	第1種の誤り 実質 α	$\pi = 0.2$ のサイコロ	
				第2種の誤り β	検出力 ($1 - \beta$)
(1)	9	1	0.020	0.564	0.436
	9	2	0.090	0.262	0.738
(2)	9	3	0.254	0.086	0.914
	9	4	0.500	0.020	0.980
	9	5	0.746	0.003	0.997
(3)	9	0	0.002	0.866	0.134
(4)	11	2	0.033	0.383	0.617
	14	3	0.029	0.302	0.698
	16	4	0.038	0.202	0.798
	18	5	0.048	0.133	0.867

= BINOM. DIST(0, 9, 0.5, TRUE) = 0.002
 = BINOM. DIST(0, 9, 0.2, TRUE) = 0.134

第1種の誤り、第2種の誤り、検出力（補足）

● $\pi = 0.2$ のサイコロを安定的に見破るにはどのように設定すればよいか

- (1) 見破れるか否かは半々
- (2) 棄却限界値を増加 (α は増加)
 β は増加、検出力は減少
 (公正な賭けを不正と誤ることが増加)
- (3) 棄却限界値を減少 (α は減少)
 β は増加、検出力は減少
 (公正な賭けを不正と誤ることが増加)
- (4) 棄却限界値を増加 (α を 0.05 に維持)
 投げる回数 (n) を増加
 β は減少、検出力は増加
 (α を維持してイカサマを検出)

	投げる回数 (n)	棄却限界値	第1種の誤り 実質 α	$\pi = 0.2$ のサイコロ	
				第2種の誤り β	検出力 $(1 - \beta)$
(1)	9	1	0.020	0.564	0.436
	9	2	0.090	0.262	0.738
(2)	9	3	0.254	0.086	0.914
	9	4	0.500	0.020	0.980
	9	5	0.746	0.003	0.997
(3)	9	0	0.002	0.500	0.500
	11	2	0.033	0.383	0.617
	14	3	0.029	0.302	0.698
	16	4	0.038	0.202	0.798
	18	5	0.048	0.133	0.867

n を増 α を維持 β が減 検出力が増

棄却限界値を増加

= BINOM. DIST(5, 18, 0.5, TRUE) = 0.048
 = BINOM. DIST(5, 18, 0.2, TRUE) = 0.867

第1種の誤り、第2種の誤り、検出力（補足）

● $\pi = 0.2$ のサイコロを安定的に見破るには
 どのように設定すればよいか

(1) 見破れるか否かは半々

1個あたり18回投げて、勝数が0~5に入れば帰無仮説を棄却、公正ではないと判定

公正ではないサイコロ ($\pi = 0.2$) を
 87%の確率で検出できる

公正なサイコロ ($\pi = 0.5$) を
 公正ではないと誤る確率は 4.8%

サンプルサイズを9に固定せず、
 適切な回数に設定すべき（後の節を参照）

(4) 棄却限界値を増加 (α を 0.05 に維持)

投げる回数を増加

β は減少、検出力は増加

(α を維持してイカサマを検出)

サンプルサイズ

	投げる回数 (n)	棄却限界値	第1種の誤り 実質 α	$\pi = 0.2$ のサイコロ	
				第2種の誤り β	検出力 ($1 - \beta$)
(1)	9	1	0.020	0.564	0.436
	9	2	0.090	0.262	0.738
	9	3	0.254	0.086	0.914
(2)	9	4	0.500	0.020	0.980
	9	5	0.746	0.003	0.997
	9	6	0.978	0.000	1.000
(3)	11	2	0.033	0.383	0.617
	14	3	0.029	0.302	0.698
	16	4	0.038	0.202	0.798
(4)	18	5	0.048	0.133	0.867

n を増

α を維持

β が減

検出力が増

= BINOM. DIST(5, 18, 0.5, TRUE) = 0.048

= BINOM. DIST(5, 18, 0.2, TRUE) = 0.867

●仮説検定の手順（サイコロの賭けを事例として）

サイコロの目が奇数ならば勝ち、9回投げて勝数は1回だった、公正なサイコロか確かめる

手順1：帰無仮説と対立仮説を設定

帰無仮説 $H_0 : \pi = 0.5$

対立仮説 $H_1 : \pi < 0.5$ （事前情報：奇数が出にくい）

サンプルサイズ n を決定
(サイコロを投げる回数)

手順2：有意水準 α を設定（通常は0.05）

手順3：帰無仮説が正しいという条件の下、 $\alpha = 0.05$ に対応する棄却域を定める

$\pi = 0.5$ という条件の下、棄却域は検定統計量（勝数）が0~1

手順4：実験を行って、検定統計量を得る

対象になっているサイコロを n 回投げて、勝数を得る

手順5：検定統計量と棄却域を比較

勝数が棄却域に入れば帰無仮説を棄却し、対立仮説を採択する → 有意である

勝数が棄却域に入らなければ帰無仮説を棄却しない → 有意でない



第1種の誤り、第2種の誤り、検出力

p.38

●様々な目的に対応した試験とその解析における設定

臨床試験、薬効薬理試験

「薬効のない薬剤を薬効ありと判定する」ことは避けたい

α を固定して、目標とする検出力になるようにサンプルサイズを決める

毒性試験

「毒性がある薬剤を毒性なしと判定する」ことは避けたい

α よりも検出力が重要 → p.45補遺(2) 第1種の誤りと第2種の誤り

探索的試験（探索的解析）

事前に仮説を厳密に限定せず、得られたデータから関係性や新たな仮説を見出す

データから得られる情報を多面的に捉えようという解析の初期段階

見逃さないように第2種の誤りを考慮して α を大きめ（たとえば0.20）に取ることがある

検証的試験（検証的解析）

事前情報があり、事前に仮説を定め、それが正しいか否かをデータによって判断・立証する

α は通常0.05または0.01が用いられる



(9) 片側検定と両側検定

ここまではサイコロの事例 6 を「片側検定」で説明
両側検定も選択できる



●事例 6：サイコロを公正か公正ではないか判定する

サイコロの目が奇数ならば勝ち

9回投げて勝数は1回・・・負けすぎる、おかしい、細工したサイコロか？

↓

ほとんど勝てないことを事前情報として、それを確かめる検定方法を説明

9回投げて全勝した・・・儲かった、運が良かった!!! それともワナか？

賭け事のように損得が関わると、勝てない方に問題意識を持ちやすい？

多数のサイコロがあれば、様々なサイコロが混在していても、

勝てないサイコロ ($\pi < 0.5$) もあれば勝過ぎるサイコロ ($\pi > 0.5$) もあるかもしれない

変だぞと思ったら公正ではない ($\pi \neq 0.5$) を考えることもあり得る

(こちらのケースが多いのでは?)

●仮説検定の手順（サイコロの賭けを事例として）

サイコロの目が奇数ならば勝ち、9回投げて勝数は1回だった、公正なサイコロか確かめる

手順1：帰無仮説と対立仮説を設定

帰無仮説 $H_0 : \pi = 0.5$

対立仮説 $H_1 : \pi < 0.5$ （事前情報：奇数が出にくい、**片側検定**）

一般的には**両側検定**

対立仮説 $H_1 : \pi \neq 0.5$

（サイコロは公正ではない）

実験前

手順2：有意水準 α を設定（通常は0.05）

手順3：帰無仮説が正しいという条件の下、 $\alpha = 0.05$ に対応する棄却域を定める

$\pi = 0.5$ という条件の下、棄却域は検定統計量（勝数）が0~1

手順4：実験を行って、検定統計量を得る

対象になっているサイコロを9回投げて、勝数を得る

手順5：検定

勝数が棄却域に入れば帰無仮説を棄却し、対立仮説を採択する → 有意である

勝数が棄却域に入らなければ帰無仮説を棄却しない → 有意ではない

片側検定と両側検定

片側検定

帰無仮説

有意水準 $\alpha = 0.05$ から設定

命題 A : 賭けが公正 ($\pi = 0.5$) $\rightarrow B$: 9回中、勝数が**2回以上** (信頼率 $1 - \alpha = 0.980$)

対偶 \bar{A} : 賭けはほぼ公正ではない ($\pi < 0.5$) $\leftarrow \bar{B}$: 9回のうち勝数が**1回以下**

(実質 $\alpha = 0.020$)

対立仮説

棄却域

両側検定

命題 A : 賭けが公正 ($\pi = 0.5$) $\rightarrow B$: 9回中、勝数が2~7回 (信頼率 $1 - \alpha = 0.960$)

対偶 \bar{A} : 賭けはほぼ公正ではない ($\pi \neq 0.5$) $\leftarrow \bar{B}$: 9回のうち勝数が1回以下、または8回以上

(実質 $\alpha = 0.040$)

棄却域

片側検定

	\bar{B}		B							
勝数	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
確率	0.002	0.018	0.070	0.164	0.246	0.246	0.164	0.070	0.018	0.002
累積確率	0.002	0.020	0.090	0.254	0.500	0.746	0.910	0.980	0.998	1.000

下側累積確率

有意水準 $\alpha = 0.05$

実質 $\alpha = 0.020$

片側検定

帰無仮説

有意水準 $\alpha = 0.05$ から設定

命題 A : 賭けが公正 ($\pi = 0.5$) $\rightarrow B$: 9回中、勝数が**2回以上** (信頼率 $1 - \alpha = 0.980$)

対偶 \bar{A} : 賭けはほぼ公正ではない ($\pi < 0.5$) $\leftarrow \bar{B}$: 9回のうち勝数が**1回以下**

(実質 $\alpha = 0.020$)

対立仮説

棄却域

両側検定

命題 A : 賭けが公正 ($\pi = 0.5$) $\rightarrow B$: 9回中、勝数が2~7回 (信頼率 $1 - \alpha = 0.960$)

対偶 \bar{A} : 賭けはほぼ公正ではない ($\pi \neq 0.5$) $\leftarrow \bar{B}$: 9回のうち勝数が1回以下または8回以上

(実質 $\alpha = 0.040$)

棄却域

$\pi < 0.5$ の検定
左片側検定

$\pi > 0.5$ の検定
右片側検定

片側検定

	\bar{B}		B							
勝数	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
確率	0.002	0.018	0.070	0.164	0.246	0.246	0.164	0.070	0.018	0.002
累積確率	0.002	0.020	0.090	0.254	0.500	0.746	0.910	0.980	0.998	1.000

有意水準 $\alpha = 0.05$

片側検定と両側検定

片側検定

帰無仮説

命題 A : 賭けが公正 ($\pi = 0.5$) $\rightarrow B$: 9回中、勝数が**2回以上** (信頼率 $1 - \alpha = 0.980$)

対偶 \bar{A} : 賭けはほぼ公正ではない ($\pi < 0.5$) $\leftarrow \bar{B}$: 9回のうち勝ちが**1回以下**

(実質的 $\alpha = 0.020$)

対立仮説

棄却域

両側検定

帰無仮説

命題 A : 賭けが公正 ($\pi = 0.5$) $\rightarrow B$: 9回中、勝数が**2~7回** (信頼率 $1 - \alpha = 0.960$)

対偶 \bar{A} : 賭けはほぼ公正ではない ($\pi \neq 0.5$) $\leftarrow \bar{B}$: 9回のうち**1回以下または8回以上**

(実質的 $\alpha = 0.040$)

対立仮説

片側検定と一致したのは偶然

棄却域

		\bar{B}		B						\bar{B}			
	棄却域	←		→						←		→	棄却域
	勝数	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9		
両側検定	確率	0.002	0.018	0.070	0.164	0.246	0.246	0.164	0.070	0.018	0.002		
	下側累積確率	0.002	0.020	0.090	0.254	0.500	0.746	0.910	0.980	0.998	1.000		
	上側累積確率	1.000	0.998	0.980	0.926	0.746	0.500	0.254	0.090	0.020	0.002		
	有意水準 $\alpha/2 = 0.025$												
		棄却限界値		棄却限界値						棄却限界値			

片側検定と両側検定

片側検定

帰無仮説

命題 A : 賭けが公正 ($\pi = 0.5$) $\rightarrow B$: 9回中、勝数が**2回以上** (信頼率 $1 - \alpha = 0.980$)

対偶 \bar{A} : 賭けはほぼ公正ではない ($\pi < 0.5$) $\leftarrow \bar{B}$: 9回のうち勝ちが**1回以下**
(実質的 $\alpha = 0.020$)

対立仮説

棄却域

両側検定

帰無仮説

命題 A : 賭けが公正 ($\pi = 0.5$) $\rightarrow B$: 9回中、勝数が**2~7回** (信頼率 $1 - \alpha = 0.960$)

対偶 \bar{A} : 賭けは公正ではない ($\pi \neq 0.5$) $\leftarrow \bar{B}$: 9回のうち**1回以下**、または**8回以上**

0.020+0.020

(実質的 $\alpha = 0.040$)

対立仮説

棄却域

		← \bar{B} →		← B →					← \bar{B} →		
	勝数	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
両側検定	確率	0.002	0.018	0.070	0.164	0.246	0.246	0.164	0.070	0.018	0.002
	下側累積確率	0.002	0.020	0.090	0.254	0.500	0.746	0.910	0.980	0.998	1.000
	上側累積確率	1.000	0.998	0.980	0.926	0.746	0.500	0.254	0.090	0.020	0.002
	有意水準 $\alpha/2 = 0.025$			棄却限界値							有意水準 $\alpha/2 = 0.025$

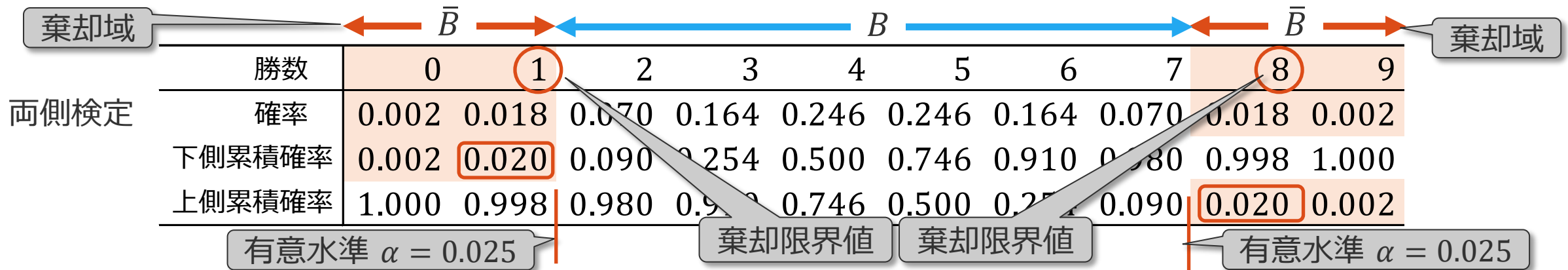
片側検定と両側検定

●両側検定での p 値

得られた勝数の下側累積確率 or 上側累積確率の
 2倍（両側確率）と p 値をする
 この p 値と有意水準 $\alpha = 0.05$ を比較
 （得られた勝数の下側累積確率 or 上側累積確率と
 $\alpha/2 = 0.025$ との比較と同じ）

（両側確率：p.29、表示 1.3.7）

勝数	p 値	p 値と 有意水準の比較	
0	$0.002 \times 2 = 0.004$	< 0.05	有意
1	$0.020 \times 2 = 0.040$	< 0.05	有意
2	$0.090 \times 2 = 0.180$	> 0.05	
.....			
7	$0.090 \times 2 = 0.180$	> 0.05	
8	$0.020 \times 2 = 0.040$	< 0.05	有意
9	$0.002 \times 2 = 0.010$	< 0.05	有意



● 帰無仮説と対立仮説

負けすぎを考える場合	$H_0 : \pi = 0.5$	$H_1 : \pi < 0.5$	片側検定
勝ちすぎを考える場合	$H_0 : \pi = 0.5$	$H_1 : \pi > 0.5$	片側検定
勝ちすぎと負けすぎの両方考える場合	$H_0 : \pi = 0.5$	$H_1 : \pi \neq 0.5$	両側検定

● 片側検定と両側検定の選択

解析の目的と、解析結果からどのような結論を出すかによって決まる

結果（ p 値など）を見て、両側検定か片側検定かを選択するのではない

実験前に、あらかじめ、片側検定か両側検定か、有意水準をいくつにするか決めておく

一般的には両側検定が用いられる場合が多い

臨床試験において、片側検定の場合、通常、有意水準は 2.5% とする (ICH E9)

「承認申請のための試験では、片側検定の第 1 種の誤りを両側検定で慣例的に用いている値の半分に設定する方法が好ましい」 (厚生省医薬安全局審査管理課長、1998.11.30)

テキストの著者の見解 → p.45 補遺 (1) 「両側か片側か」

- 統計的推論を用いて論理を進めるために、最初の押さえるべき広範な概念

母集団とサンプル（標本）の関係

論理的推論に従った統計的推論

命題とその対偶、背理法

論理学に則った仮説検定の考え方

仮説検定で理解すべきこと

「帰無仮説」「対立仮説」

「棄却域」、「棄却限界値」

「有意水準」「危険率」、

「 p 値」

「第1種の過り」、「第2種の過り」、

「第1種の誤りの確率、 α 」、「第2種の誤りの確率、 β 」、「検出力、 $1 - \beta$ 」

「片側検定」、「両側検定」



- 参考文献

永田（1992）入門統計解析法、日科技連

- 作成

片瀬雅彦

- 監修

松本一彦、長谷文雄

- 作成時期

2018年8月21日

- 改訂

2019年4月1日、2021年1月20日

2024年8月21日