



3 2組のデータの解析

3.5 対応のある場合の平均値の差の t 検定

テキスト

芳賀敏郎（2011）医薬品開発のための統計解析
第1部 基礎 改訂版、サイエンティスト社、p.275



第1部 基礎

- 1. 統計の基礎
 - 1.1 宝くじの期待値と分散、1.2 サイコロの目の数の期待値と分散
 - 1.3 分散の加法性・中心極限定理・正規分布、1.4 統計的推測、1.5 モデル
- 2. 1組のデータの解析
 - 2.1 データの特徴の記述、2.2 データのグラフ表示と外れ値
 - 2.3 対数変換と対数正規分布、2.4 平均に関する推測（母標準偏差 σ 既知）
 - 2.5 分散に関する推測、2.6 平均に関する推測（母標準偏差 σ 未知）
- 3. 2組のデータの解析**
 - 3.1 データのグラフ化、3.2 平均値の差の t 検定、3.3 分散の違いの検定
 - 3.4 分散が異なる場合の平均値の差の比較
 - 3.5 対応のある場合の平均値の差の t 検定**、3.6 検出力と n の決め方
 - 3.7 ノンパラメトリック検定
- 4. 相関・回帰
 - 4.1 散布図、4.2 相関係数、4.3 回帰モデルとモデルの推定
 - 4.4 誤差を考慮した推定、4.5 回帰分析適用上の諸問題



3.5 対応のある場合の平均値の差の t 検定

p.152

- (1) 考え方
- (2) JMPによる解析
- (3) 対応のある t 検定の利点

テキストの
該当ページ

使用するファイル

Excel ファイル「基本改3.xls」

JMP ファイル「3-2群2.jmp」

サイエンティスト社ホームページからダウンロード

JMP 10.0.2 の出力を表示

★プレゼンテーションの
スピーカーノートを、
PDF の注釈に変換してあります



(1) 考え方

「対応のある場合」というのはどういうことか
通常の t 検定を適用できないのはなぜか

対応のあるデータ

●事例

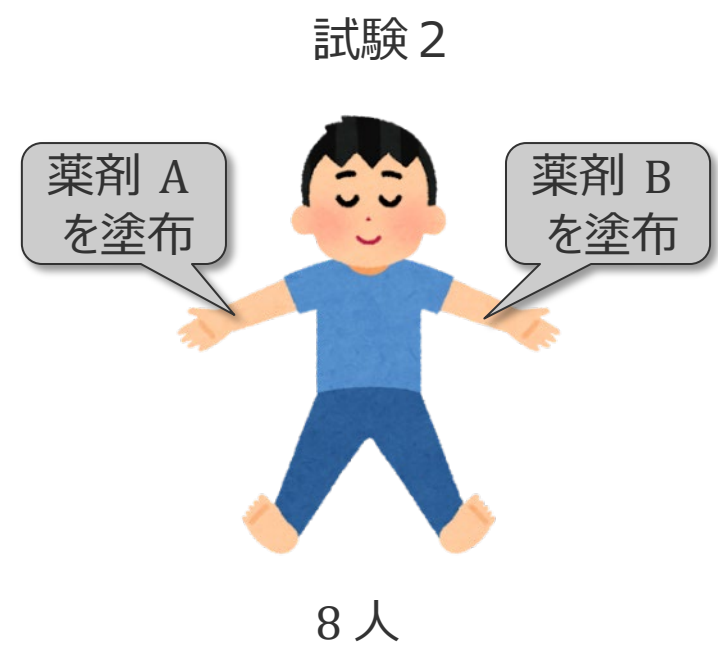
2種類の軟膏 A, B を腕に塗布して効果を測定し、効果を比較 (課題 3.5)

試験 1 : 被験者 16人を 2グループに分けて、いずれか 1種類の軟膏を塗布

試験 2 : 被験者 8人の右手と左手に、それぞれ 1種類の軟膏を塗布

試験 1	薬剤A	薬剤B
	3.31	3.39
	2.87	3.29
	3.09	3.20
	2.93	3.21
	3.18	3.17
	3.02	3.09
	2.95	3.17
試験 2	3.05	3.09

16 個の観測値



16 個の観測値

被験者	薬剤A	薬剤B
1	3.31	3.39
2	2.87	3.29
3	3.09	3.20
4	2.93	3.21
5	3.18	3.17
6	3.02	3.09
7	2.95	3.17
8	3.05	3.09

●事例

2種類の軟膏 A, B を腕に塗布して効果を測定し、効果を比較（課題 3.5）

試験 1：被験者 16人を 2グループに分けて、いずれか 1種類の軟膏を塗布

試験 2：被験者 8人の右手と左手に、それぞれ 1種類の軟膏を塗布

試験 1	薬剤A	薬剤B
	3.31	3.39
	2.87	3.29
	3.09	3.20
	2.93	3.21
	3.18	3.17
	3.02	3.09
	2.95	3.17
試験 2	3.05	3.09

交換可能

考え方

同じ 16 個の観測値があるけれども、データの構造が異なる

試験 1：薬剤 A と薬剤 B のデータは独立している

（薬剤 A の 3.18 と 2.95 を交換しても解析結果は同じ）

→ これまでに説明した t 検定で解析

試験 2：薬剤 A と薬剤 B のデータは対応している、お互いに独立ではない

（薬剤 A の 3.18 と 2.95 を交換すると解析結果は異なる、交換不可）

→ 「対応のある t 検定」で解析

注) 試験 2 の 8 人の被験者はお互いに独立している

被験者	薬剤A	薬剤B
1	3.31	3.39
2	2.87	3.29
3	3.09	3.20
4	2.93	3.21
5	3.18	3.17
6	3.02	3.09
7	2.95	3.17
8	3.05	3.09

●事例

2種類の軟膏 A, B を腕に塗布して効果を測定し、効果を比較 (課題 3.5)

試験 1 : 被験者 16人を2グループに分けて、いずれか1種類の軟膏を塗布

試験 2 : 被験者 8人の右手と左手に、それぞれ1種類の軟膏を塗布

試験 1	薬剤A	薬剤B
	3.31	3.39
	2.87	3.29
	3.09	3.20
	2.93	3.21
	3.18	3.17
	3.02	3.09
	2.95	3.17
試験 2	3.05	3.09

交換可能

考え方

同じ 16 個の観測値があるけれども、データの構造が異なる

試験 1 : 薬剤 A と薬剤 B のデータは独立している

(薬剤 A の 3.18 と 2.95 を交換しても解析結果は同じ)

→ これまでに説明した t 検定で解析

試験 2 : 薬剤 A と薬剤 B のデータには**対応がある**、お互いに独立ではない

(薬剤 A の 3.18 と 2.95 を交換すると解析結果は異なる、交換不可)

→ 「対応のある t 検定」で解析

注) 試験 2 の 8 人の被験者はお互いに独立している

被験者	薬剤A	薬剤B
1	3.31	3.39
2	2.87	3.29
3	3.09	3.20
4	2.93	3.21
5	3.18	3.17
6	3.02	3.09
7	2.95	3.17
8	3.05	3.09

対応がある

交換不可

●事例

2種類の軟膏 A, B を腕に塗布して効果を測定し、効果を比較 (課題 3.5)

試験 1 : 被験者 16人を2グループに分けて、いずれか1種類の軟膏を塗布

試験 2 : 被験者 8人の右手と左手に、それぞれ1種類の軟膏を塗布

試験 1	薬剤A	薬剤B
	3.31	3.39
	2.87	3.29
	3.09	3.20
	2.93	3.21
	3.18	3.17
	3.02	3.09
	2.95	3.17
試験 2	3.05	3.09

交換可能

考え方

同じ 16 個の観測値があるけれども、データの構造が異なる

試験 1 : 薬剤 A と薬剤 B のデータは独立している

(薬剤 A の 3.18 と 2.95 を交換しても解析結果は同じ)

→ これまでに説明した t 検定で解析

試験 2 : 薬剤 A と薬剤 B のデータには**対応がある**、お互いに独立ではない

(薬剤 A の 3.18 と 2.95 を交換すると解析結果は異なる、交換不可)

→ 「**対応のある t 検定**」で解析

注) 試験 2 の 8 人の被験者はお互いに独立している

被験者	薬剤A	薬剤B
1	3.31	3.39
2	2.87	3.29
3	3.09	3.20
4	2.93	3.21
5	3.18	3.17
6	3.02	3.09
7	2.95	3.17
8	3.05	3.09

交換可能

●データ

Excel ファイル「基礎改3.xls」を読み込み

名前ボックスから「表示3.5.1」 (Fig35_01) を選択

表示3.5.1 対応のあるデータ

個体 番号	投与前	投与後
1	3.31	3.39
2	2.87	3.29
3	3.09	3.20
4	2.93	3.21
5	3.18	3.17
6	3.02	3.09
7	2.95	3.17
8	3.05	3.09

●データ

被験者 8 人者に、ある薬剤を投与し、投与前と投与後の血液検査値を測定
血液検査値に及ぼす薬剤の効果の有無を解析

投与前と投与後の観測値は、同一の被験者から得られており、
対応がある（独立ではない）

被験者 8 人は、それぞれが独立している

表示3.5.1 対応のあるデータ

個体番号	投与前	投与後
1	3.31	3.39
2	2.87	3.29
3	3.09	3.20
4	2.93	3.21
5	3.18	3.17
6	3.02	3.09
7	2.95	3.17
8	3.05	3.09

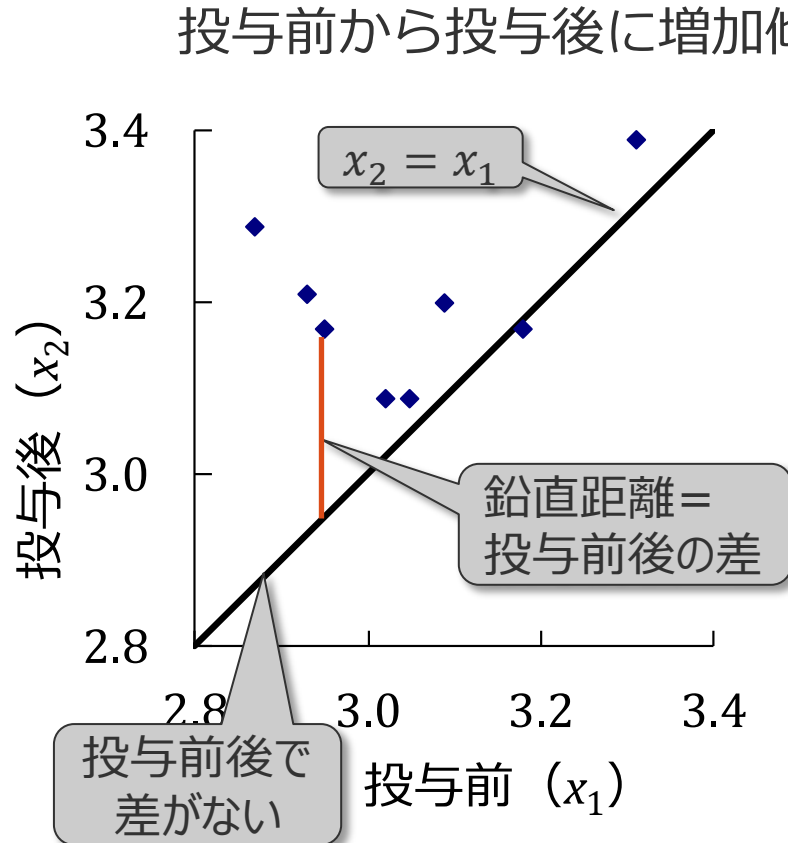
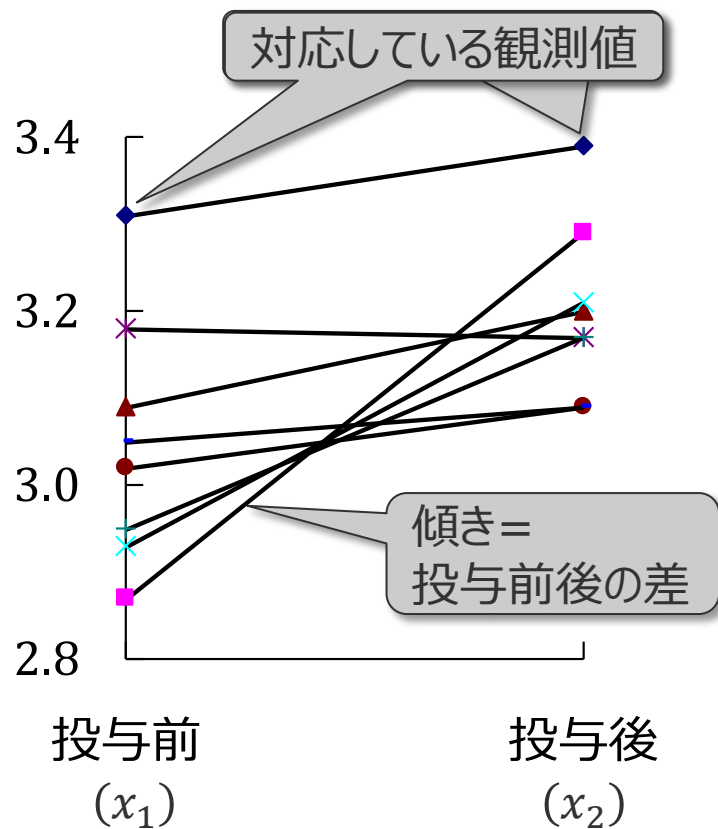
被験者 8 人

被験者 3 について
投与前と投与後の
血液を測定



●データの概要

投与前と投与後の時間軸を横軸にしたグラフ：投与前から投与後へ増加傾向、個人差がある
 投与前を横軸、投与後を縦軸にしたグラフ： $x_2 = x_1$ の線（投与前後で差がない）の左上にある
 投与前から投与後に増加傾向



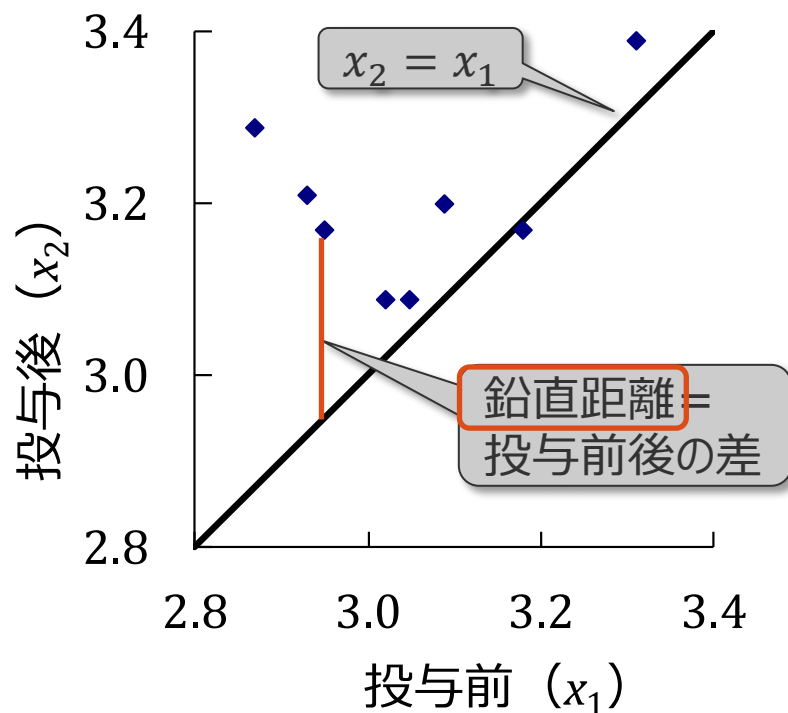
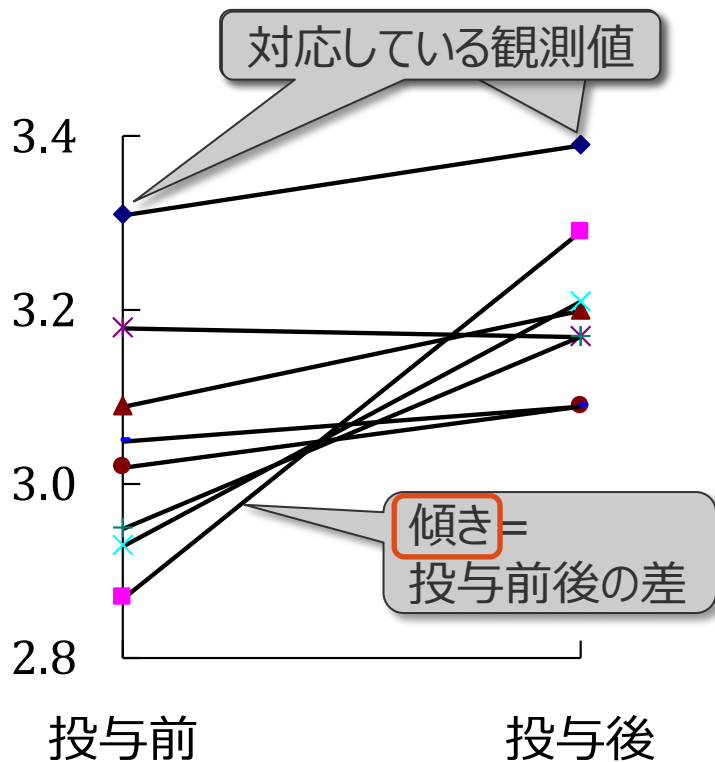
表示3.5.1 対応のあるデータ

投与前	投与後	差
3.31	3.39	0.08
2.87	3.29	0.42
3.09	3.20	0.11
2.93	3.21	0.28
3.18	3.17	-0.01
3.02	3.09	0.07
2.95	3.17	0.22
3.05	3.09	0.04

差が負

●データの概要

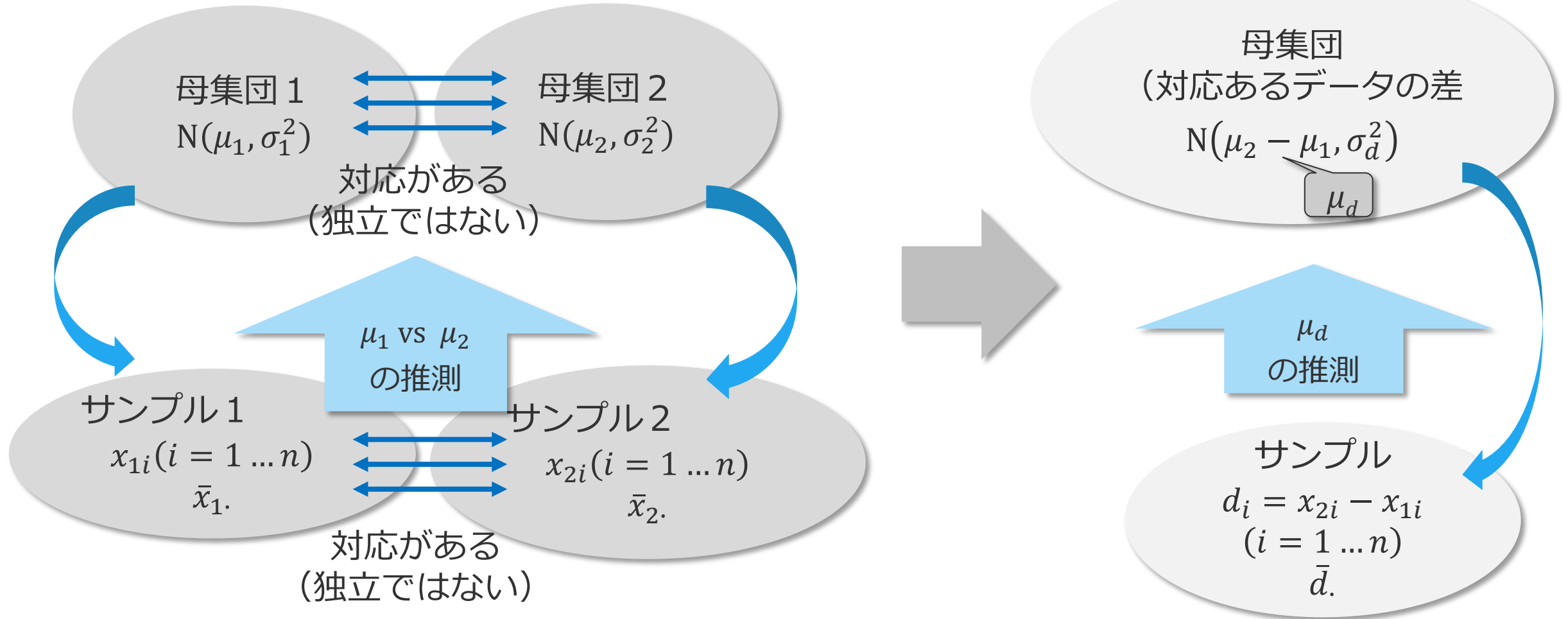
投与前と投与後の差 = 傾き = 鉛直距離 2群の差が0からどれだけ
 投与前と投与後の差が0 = 傾きが0 = 長さが0 離れているか解析



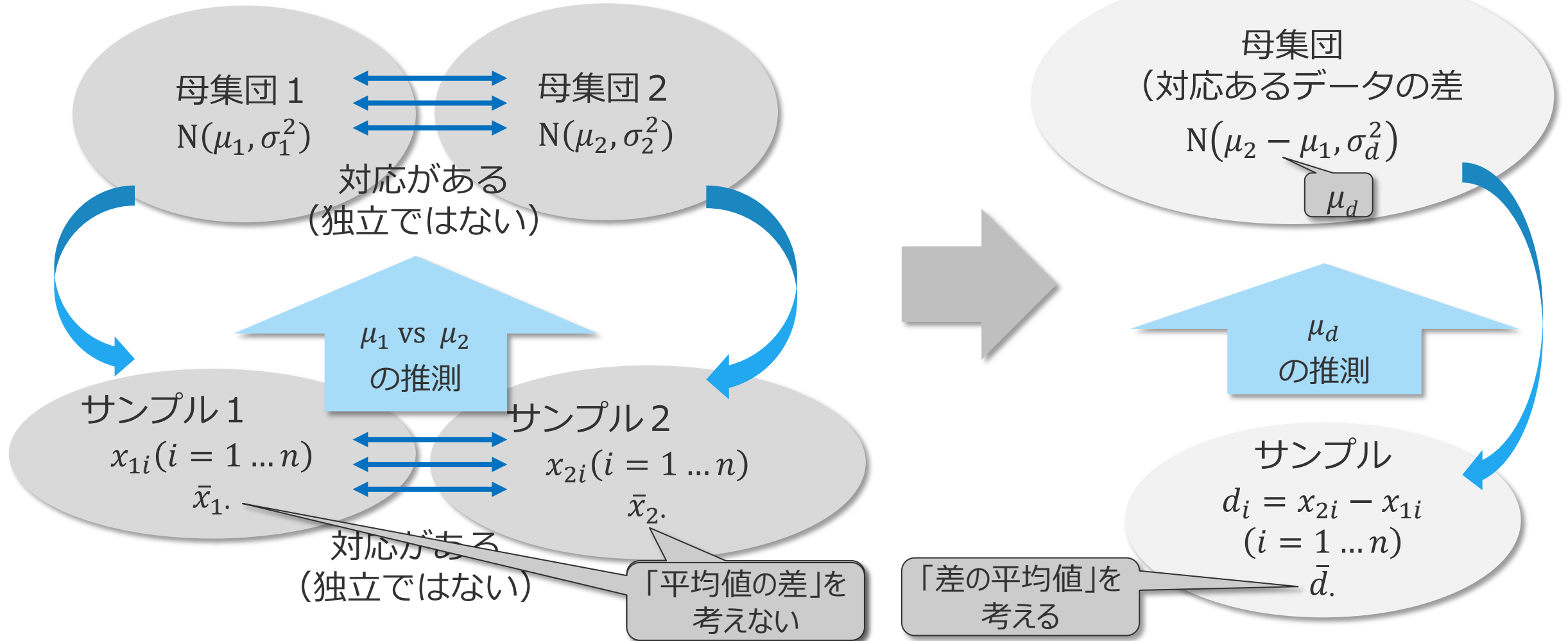
表示3.5.1 対応のあるデータ

個体番号	投与前	投与後	差
1	3.31	3.39	0.08
2	2.87	3.29	0.42
3	3.09	3.20	0.11
4	2.93	3.21	0.28
5	3.18	3.17	-0.01
6	3.02	3.09	0.07
7	2.95	3.17	0.22
8	3.05	3.09	0.04

●対応のある 2 群の母平均の差の推測



●対応のある 2 群の母平均の差の推測



●対応のある 2 群の母平均の差の推測

1 組のデータの平均に関する推測 (σ 未知) として考える (§2.6)

サンプルの分布

d_i は互いに独立に $N(\mu_2 - \mu_1, \sigma_d^2)$ に従う

n 個の平均値 \bar{d} は互いに独立に $N(\mu_2 - \mu_1, \sigma_d^2/n)$ に従う

母平均の仮説検定

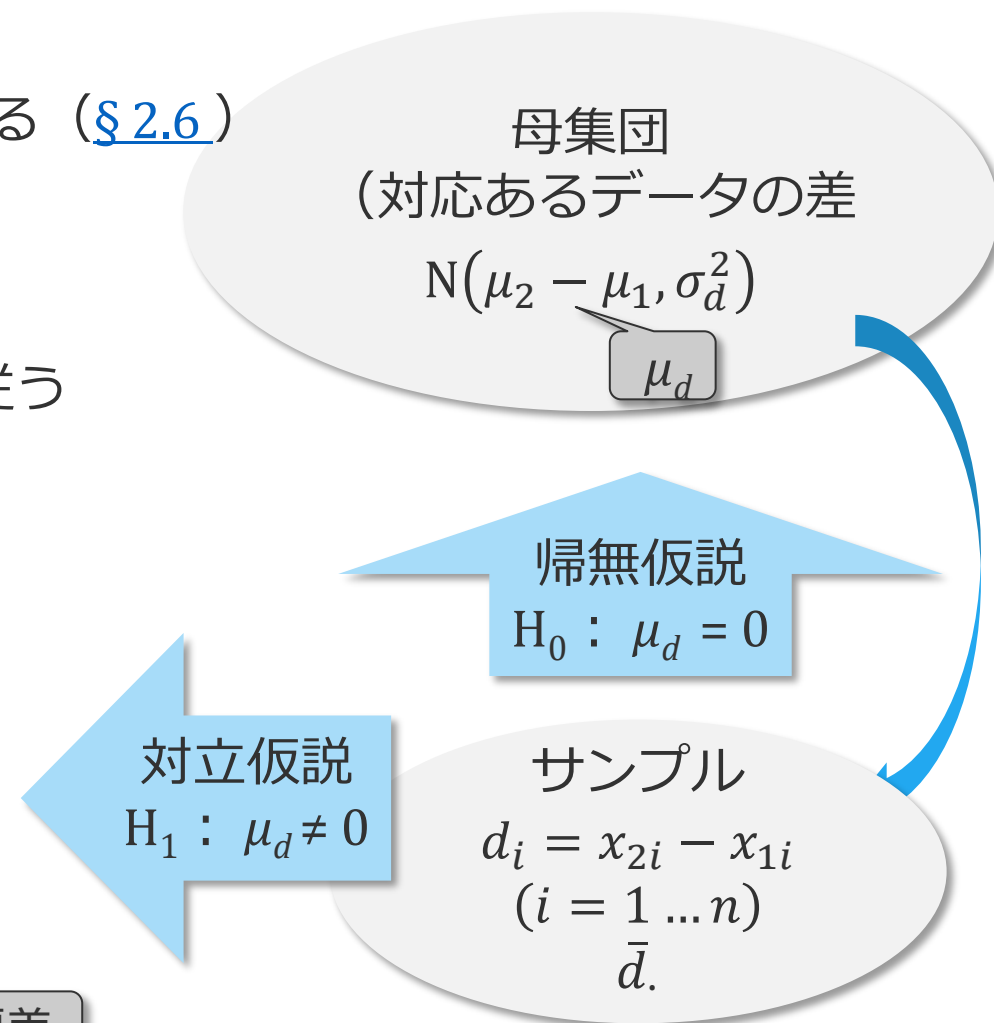
帰無仮説 $H_0: \mu_d = 0 \rightarrow \mu_2 - \mu_1 = 0, \mu_2 = \mu_1$

対立仮説 $H_1: \mu_d \neq 0 \rightarrow \mu_2 - \mu_1 \neq 0, \mu_2 \neq \mu_1$

帰無仮説の下、 t 値は自由度 $n - 1$ の t 分布に従う

$$t = \frac{\bar{d} - \mu_d}{s.e.[d]} = \frac{\bar{d} - 0}{\sigma_d/\sqrt{n}} \sim \frac{\bar{d}}{s_d/\sqrt{n}} \quad (2.6.1)$$

サンプルの標準偏差



対応のある t 検定

●対応のある 2 群の母平均の差の仮説検定

$$d_i = x_{2i} - x_{1i} \quad (i = 1 \dots n)$$

$$\bar{d} \cdot = \sum d_i / n$$

$N(\mu_d, \sigma_d^2)$ に従う母集団から抽出した n 個の平均値 $\bar{d} \cdot$ は $N(\mu_d, \sigma_d^2/n)$ に従う (§2.6)

帰無仮説 $H_0: \mu_d = 0$ 、対立仮説 $H_1: \mu_d \neq 0$ ($\alpha=0.05$ 、両側検定)

$$\mu_d = \mu_2 - \mu_1$$

帰無仮説の下で、 t 値は自由度 $n - 1$ の t 分布に従う

$$t = \frac{\bar{d} \cdot - \mu_d}{s.e.[d]} = \frac{\bar{d} \cdot - 0}{\sqrt{V_d/n}} \sim \frac{\bar{d} \cdot}{s_d/\sqrt{n}} \quad (2.6.1) \quad s_d = \sqrt{V_d} = \sqrt{\frac{\sum (d_i - \bar{d} \cdot)^2}{n-1}}$$

棄却限界値 $t(0.05, \nu) = \text{T.INV.2T}(0.05, n-1)$

p 値 $= \text{T.DIST.2T}(\text{ABS}(t), n-1)$

●母平均の95%信頼区間

$$-t(\nu, 0.05) \leq t = \frac{\bar{d} \cdot}{s.e.[d]} \leq t(\nu, 0.05)$$

$$\bar{d} \cdot - t(\nu, 0.05) \times s.e.[d] \leq \mu_d \leq \bar{d} \cdot + t(\nu, 0.05) \times s.e.[d]$$

$$\mu_d \sim \bar{d} \cdot \pm t(\nu, \alpha) \times s.e.[d] = \bar{d} \cdot \pm t(\nu, 0.05) \times s_d/\sqrt{n} \quad (2.6.2)$$

対応のある t 検定

●対応のある 2 群の母平均の差の仮説検定

$$V_d = \frac{\sum(d_i - \bar{d}.)^2}{n - 1} = \frac{S_d}{n - 1} = \frac{0.145}{8 - 1} = 0.021$$

$$t = \frac{\bar{d} - \mu_d}{s.e. [d]} = \frac{\bar{d}}{\sqrt{\frac{1}{n} V_d}} = \frac{0.151}{\sqrt{\frac{1}{8} \times 0.021}} = \frac{0.151}{0.051} = 2.969$$

棄却限界値 = T.INV.2T(0.05, 8-1) = 2.365
 $|t| = 2.969 > 2.365$

p 値 = T.DIST.2T (ABS(2.969), 8-1)=0.021
 $p = 0.021 < \alpha = 0.05$

帰無仮説 $H_0 : \mu_d = 0$ は棄却され、

対立仮説 $H_1 : \mu_d \neq 0$ が採択される

$\mu_d = \mu_2 - \mu_1 \neq 0 \rightarrow \mu_2 \neq \mu_1$ 2 群間に有意差あり

対応のある t 検定

表示3.5.1 対応のあるデータ

個体番号	投与前	投与後	差
n	8	8	8
平均	3.050	3.201	0.151
平方和	0.144	0.070	0.145
自由度	7	7	7
平均平方		0.015	0.021
平均値の差の標準誤差		0.062	0.051
平均値の差の有意差検定			
t		2.446	2.969
p 値(片側)		0.014	0.010
p 値(両側)		0.028	0.021
平均値の差の区間推定			
α	0.050		
t (α)		2.145	2.365
	下側	0.02	0.03
	上側	0.28	0.27

$\bar{d}.$
 S_d
 $n - 1$
 V_d
 $s.e. [d]$
 t 値

対応のある t 検定

●対応のある 2 群の母平均の差の仮説検定

$$V_d = \frac{\sum(d_i - \bar{d}.)^2}{n - 1} = \frac{S_d}{n - 1} = \frac{0.145}{8 - 1} = 0.021$$

$$t = \frac{\bar{d} - \mu_d}{s.e. [d]} = \frac{\bar{d}}{\sqrt{\frac{1}{n} V_d}} = \frac{0.151}{\sqrt{\frac{1}{8} \times 0.021}} = \frac{0.151}{0.051} = 2.969$$

棄却限界値 = T.INV.2T(0.05, 8-1) = 2.365
 $|t| = 2.969 > 2.365$

p 値 = T.DIST.2T (ABS(2.969), 8-1)=0.021
 $p = 0.021 < \alpha = 0.05$

●母平均の95%信頼区間

$$\mu_d \sim \bar{d} \pm t(v, 0.05) \times s.e. [d]$$

$$= 0.151 \pm 2.365 \times 0.051 = [0.03, 0.27]$$

信頼区間に帰無仮説の $\mu_d = 0$ が含まれない



対応のある t 検定

表示3.5.1 対応のあるデータ

個体番号	投与前	投与後	差
n	8	8	8
平均	3.050	3.201	0.151
平方和	0.144	0.070	0.145
自由度	7	7	7
平均平方		0.015	0.021
平均値の差の標準誤差		0.062	0.051
平均値の差の有意差検定			
t		2.446	2.969
p 値(片側)		0.014	0.010
p 値(両側)		0.028	0.021
平均値の差の区間推定			
α	0.050		
t (α)		2.145	2.365
	下側	0.02	0.03
	上側	0.28	0.27

$\bar{d}.$
 S_d
 $n - 1$
 V_d
 $s.e. [d]$
 t 値

95% CI

対応のある t 検定と t 検定

● 対応のある t 検定 (差の平均値)

$$V_d = \frac{\sum(d_i - \bar{d}\cdot)^2}{n-1} = \frac{S_d}{n-1} = \frac{0.145}{8-1} = \frac{0.145}{7} = 0.021$$

$$t = \frac{\bar{d} - \mu_d}{s.e.[d]} = \frac{\bar{d}}{\sqrt{\frac{1}{n}V_d}} = \frac{0.151}{\sqrt{\frac{1}{8} \times 0.021}} = \frac{0.151}{0.051} = 2.969$$

● t 検定 (平均値の差)

$$V = \frac{S_1 + S_2}{n_1 + n_2 - 2} = \frac{0.144 + 0.070}{8 + 8 - 2} = \frac{0.214}{14} = 0.015$$

$$t = \frac{\bar{x}_{2\cdot} - \bar{x}_{1\cdot}}{s.e.} = \frac{\bar{x}_{2\cdot} - \bar{x}_{1\cdot}}{\sqrt{\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)V}} = \frac{0.151}{\sqrt{\left(\frac{1}{8} + \frac{1}{8}\right) \times 0.015}}$$

$$= \frac{0.151}{0.062} = 2.446 \quad (\S 2.6)$$

対応を無視して行った
通常の t 検定

対応のある t 検定

表示3.5.1 対応のあるデータ

個体番号	投与前	投与後	差
n	8	8	8
平均	3.050	3.201	0.151
平方和	0.144	0.070	0.145
自由度	7	7	7
平均平方		0.015	0.021
平均値の差の標準誤差		0.062	0.051
平均値の差の有意差検定			
t		2.446	< 2.969
p 値(片側)		0.014	0.010
p 値(両側)		0.028	0.021
平均値の差の区間推定			
α	0.050		
t (α)		2.145	2.365
下側		0.02	0.03
上側		0.28	0.27

S_d

$n-1$

V_d

$s.e.[d]$

t 値

対応のある t 検定と t 検定

● 対応のある t 検定 (差の平均値)

$$V_d = \frac{\sum(d_i - \bar{d}\cdot)^2}{n - 1} = \frac{S_d}{n - 1} = \frac{0.145}{8 - 1} = \frac{0.145}{7} = 0.021$$

$$t = \frac{\bar{d} - \mu_d}{s.e.[d]} = \frac{\bar{d}}{\sqrt{\frac{1}{n} V_d}} = \frac{0.151}{\sqrt{\frac{1}{8} \times 0.021}} = 2.969$$

● t 検定 (平均値の差)

$$V = \frac{S_1 + S_2}{n_1 + n_2 - 2} = \frac{0.144 + 0.070}{8 + 8 - 2} = \frac{0.214}{14} = 0.015$$

$$t = \frac{\bar{x}_{2\cdot} - \bar{x}_{1\cdot}}{s.e.} = \frac{\bar{x}_{2\cdot} - \bar{x}_{1\cdot}}{\sqrt{\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right) V}} = \frac{0.151}{\sqrt{\left(\frac{1}{8} + \frac{1}{8}\right) \times 0.015}}$$

$$= \frac{0.151}{0.062} = 2.446 \quad (\S 2.6)$$

対応を無視して行った
通常の t 検定

対応のある t 検定

表示3.5.1 対応のあるデータ

個体番号	投与前	投与後	差
n	8	8	8
平均	3.050	3.201	0.151
平方和	0.144	0.070	0.145
自由度	7	7	7
標準誤差		0.015	0.021
有意差検定		0.062	0.051
t		2.446	< 2.969
p 値(片側)		0.014	0.010
p 値(両側)		0.028	0.021
平均値の差の区間推定			
α	0.050		
t (α)		2.145	2.365
	下側	0.02	0.03
	上側	0.28	0.27

値は同じ
計算の経路が違う
s.e. が異なる

S_d
 $n - 1$
 V_d
 $s.e.[d]$
t 値

対応のある t 検定と t 検定

●対応のある t 検定 (差の平均値)

$$V_d = \frac{\sum(d_i - \bar{d}\cdot)^2}{n - 1} = \frac{S_d}{n - 1} = \frac{0.145}{8 - 1} = \frac{0.145}{7} = 0.021$$

$$t = \frac{\bar{d} - \mu_d}{s.e.[d]} = \frac{\bar{d}}{\sqrt{\frac{1}{n} V_d}} = \frac{0.151}{\sqrt{\frac{1}{8} \times 0.021}} = \frac{0.151}{0.051} = 2.969$$

d_i の分散由来

● t 検定 (平均値の差)

$$V = \frac{S_1 + S_2}{n_1 + n_2 - 2} = \frac{0.144 + 0.070}{8 + 8 - 2} = \frac{0.214}{14} = 0.015$$

$$t = \frac{\bar{x}_{2\cdot} - \bar{x}_{1\cdot}}{s.e.} = \frac{\bar{x}_{2\cdot} - \bar{x}_{1\cdot}}{\sqrt{\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right) V}} = \frac{0.151}{\sqrt{\left(\frac{1}{8} + \frac{1}{8}\right) \times 0.015}}$$

$$= \frac{0.151}{0.062} = 2.446$$

$\frac{0.015}{8} + \frac{0.015}{8}$ $x_{2i} - x_{1i}$ の分散由来

対応を無視して行った
通常の t 検定

対応のある t 検定

表示3.5.1 対応のあるデータ

個体番号	投与前	投与後	差
n	8	8	8
平均	3.050	3.201	0.151
平方和	0.144	0.070	0.145
自由度	7	7	> 7
平均平方		0.015	< 0.021
平均値の差の標準誤差		0.062	> 0.051
平均値の差の有意差検定			
t		2.446	< 2.969
p 値(片側)		0.014	0.010
p 値(両側)		0.028	0.021
平均値の差の区間推定			
α	0.050		
t (α)		2.145	2.365
	下側	0.02	0.03
	上側	0.28	0.27

V

s.e.

逆転

対応のある

一般に、
 t値 : 対応のある t 検定 > t 検定
 自由度 : 対応のある t 検定 < t 検定
 (自由度が小 → 裾が広がり、p 値は大)
 t 値が大でも、p 値が小さくなるとは限らない

● 対応のある

$$V_d = \frac{\sum(d_i - \bar{d})^2}{n - 1} = \frac{\sum d_i^2 - n\bar{d}^2}{n - 1} = \frac{0.115 - 8 \times 0.151^2}{7} = 0.021$$

$$t = \frac{\bar{d} - \mu_d}{s.e.[d]} = \frac{\bar{d}}{\sqrt{\frac{1}{n} V_d}} = \frac{0.151}{\sqrt{\frac{1}{8} \times 0.021}} = \frac{0.151}{0.051} = 2.969$$

● t 検定 (平均値の差)

$$V = \frac{S_1 + S_2}{n_1 + n_2 - 2} = \frac{0.144 + 0.070}{8 + 8 - 2} = \frac{0.214}{14} = 0.015$$

$$t = \frac{\bar{x}_2 - \bar{x}_1}{s.e.} = \frac{\bar{x}_2 - \bar{x}_1}{\sqrt{\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right) V}} = \frac{0.151}{\sqrt{\left(\frac{1}{8} + \frac{1}{8}\right) \times 0.015}}$$

$$= \frac{0.151}{0.062} = 2.446$$

表示3.5.1

対応を無視して行った
通常 t 検定

対応のある t 検定

表示3.5.1 対応のあるデータ

個体番号	投与前	投与後	差
n	8	8	8
平均	3.050	3.201	0.151
平方和	0.144	0.070	0.145
自由度	7	+	7 >
平均平方		0.015	< 0.021
平均値の差の標準誤差		0.062	> 0.051
平均値の差の有意差検定			
t		2.446	< 2.969
p 値(片側)		0.014	0.010
p 値(両側)		0.028	0.021
平均値の差の区間推定			
α	0.050		
t (α)		2.145	2.365
下側		0.02	0.03
上側		0.28	0.27

n - 1

s.e.

t 値

対応のある t 検定と t 検定

● 差の平均値の 95% 信頼区間

$$\mu_d \sim \bar{d} \pm t(v, 0.05) \times s.e. [d]$$

$$= 0.151 \pm t(7, 0.05) \times \sqrt{\frac{1}{8} \times 0.021}$$

$$= 0.151 \pm 2.365 \times 0.051 = [0.03, 0.27]$$

● 平均値の差の 95% 信頼区間

$$\bar{\mu}_2 - \bar{\mu}_1 \sim d \pm t(v, 0.05) \times s.e. [d]$$

$$= 0.151 \pm t(14, 0.05) \times \sqrt{\left(\frac{1}{8} + \frac{1}{8}\right) \times 0.015}$$

$$= 0.151 \pm 2.145 \times 0.062 = [0.02, 0.28]$$

この事例では 95% CI に大きな違いはない

表示3.5.1

表示3.5.1 対応のあるデータ

個体番号	投与前	投与後	差
n	8	8	8
平均	3.050	3.201	0.151
平方和	0.144	0.070	0.145
自由度	7	+ 7	> 7
平均平方		0.015	< 0.021
平均値の差の標準誤差		0.062	> 0.051
平均値の差の有意差検定			
t		2.446	2.969
p 値(片側)		0.014	0.010
p 値(両側)		0.028	0.021
平均値の差の区間推定			
α	0.050		
t (α)		2.145	2.365
下側		0.02	0.03
上側		0.28	0.27

$n - 1$

s.e.

95% CI



(2) JMPによる解析

対応のある t 検定

JMP [対応のあるペア]

●データ

JMP ファイル「3-2群2.jmp」を読み込み
表示 3.5.1のデータ

[対応のあるペア] を実行する場合、データを縦に並べない（対応を残したままの形）

通常の t 検定の場合

	個体番号	測定時期	観測値
1	1	投与前	3.31
2	1	投与後	3.39
3	2	投与前	2.87
4	2	投与後	3.29
5	3	投与前	3.09
6	3	投与後	3.2
7	4	投与前	2.93
8	4	投与後	3.21
9	5	投与前	3.18

データを縦に並べる

表示3.5.1 対応のあるデータ

個体番号	投与前	投与後	差
1	3.31	3.39	0.08
2	2.87	3.29	0.42
3	3.09	3.20	0.11
4	2.93	3.21	0.28
5	3.18	3.17	-0.01
6	3.02	3.09	0.07
7	2.95	3.17	0.22
8	3.05	3.09	0.04

[対応のあるペア] の場合

	個体番号	投与前	投与後	投与後 2	投与後 3
1	1	3.31	3.39	3.39	3.39
2	2	2.87	3.29	3.29	3.29
3	3	3.09	3.2	3.2	3.2
4	4	2.93	3.21	3.21	3.21
5	5	3.18	3.17	3.17	3.17
6	6	3.02	3.09	3.09	3.09
7	7	2.95	3.17	3.17	3.17
8	8	3.05	3.09	3.06	3.05



データを縦に並べない



JMP [対応のあるペア]

●対応ある t 検定

[分析] > [対応のあるペア]

OE(D) 分析(A) グラフ(G) ツール(O)

- 一変量の分布
- 二変量の関係
- 対応のあるペア**
- モデルのあてはめ

名義尺度

2列を指定

対応のあるペア - JMP

各列の平均を比較

列の選択

- 個体番号
- 投与前**
- 投与後**
- 投与後2
- 投与後3

選択した列に役割を割り当て

Y, 対応のある応答

- 投与前
- 投与後

オプション(数値)

X, グループ変数

オプション

重み

オプション(数値)

アクション

- OK**
- キャンセル
- 削除
- 前回の設定
- ヘルプ

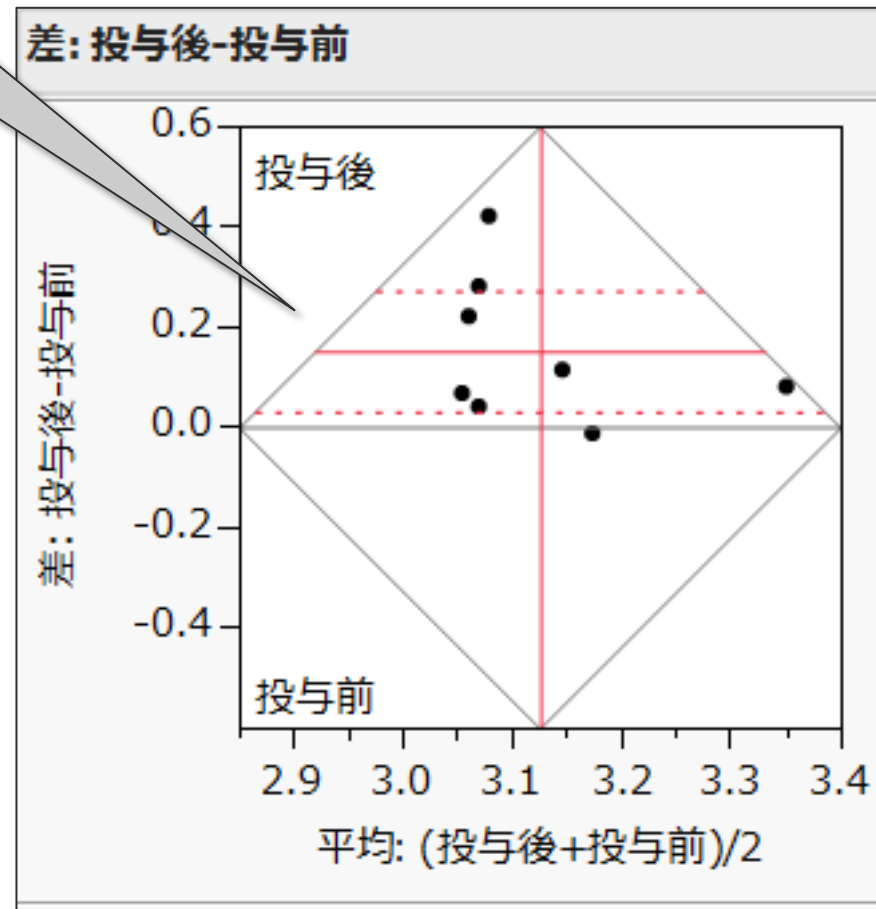
個体番号	投与前	投与後	投与後2	投与後3
1	3.31	3.39	3.39	3.39
2	2.87	3.29	3.29	3.29
3	3.09	3.2	3.2	3.2
4	2.93	3.21	3.21	3.21
5	3.18	3.17	3.17	3.17
6	3.02	3.09	3.09	3.09
7	2.95	3.17	3.17	3.17
8	3.05	3.09	3.06	3.05

●対応のある t 検定

Bland-Altman Plot

表示3.5.2 JMPによる対応のあるデータの解析

▼ 対応のあるペア			
▲ 差: 投与後-投与前			
投与後	3.20125	t値	2.969445
投与前	3.05	自由度	7
差の平均	0.15125	p値(Prob> t)	0.0208*
標準誤差	0.05094	p値(Prob>t)	0.0104*
上側95%	0.27169	p値(Prob<t)	0.9896
下側95%	0.03081		
N	8		
相関	0.34217		



●対応のある t 検定

表示3.5.2 JMPによる対応のあるデータの解析

▼ 対応のあるペア			
▲ 差: 投与後-投与前			
投与後	3.20125	t値	2.969445
投与前	3.05	自由度	7
差の平均	0.15125	p値(Prob> t)	0.0208*
標準誤差	0.05094	p値(Prob>t)	0.0104*
上側95%	0.27169	p値(Prob<t)	0.9896
下側95%	0.03081		
N	8		
相関	0.34217		

§ 4.2

表示3.5.1 対応のあるデータ

個体番号	投与前	投与後	差
n	8	8	8
平均	3.050	3.201	0.151
平方和	0.144	0.070	0.145
自由度	7	7	7
平均平方		0.015	0.021
平均値の差の標準誤差		0.062	0.051
平均値の差の有意差検定			
t		2.446	2.969
p 値(片側)		0.014	0.010
p 値(両側)		0.028	0.021
平均値の差の区間推定			
α	0.050		
t (α)		2.145	2.365
	下側	0.02	0.03
	上側	0.28	0.27

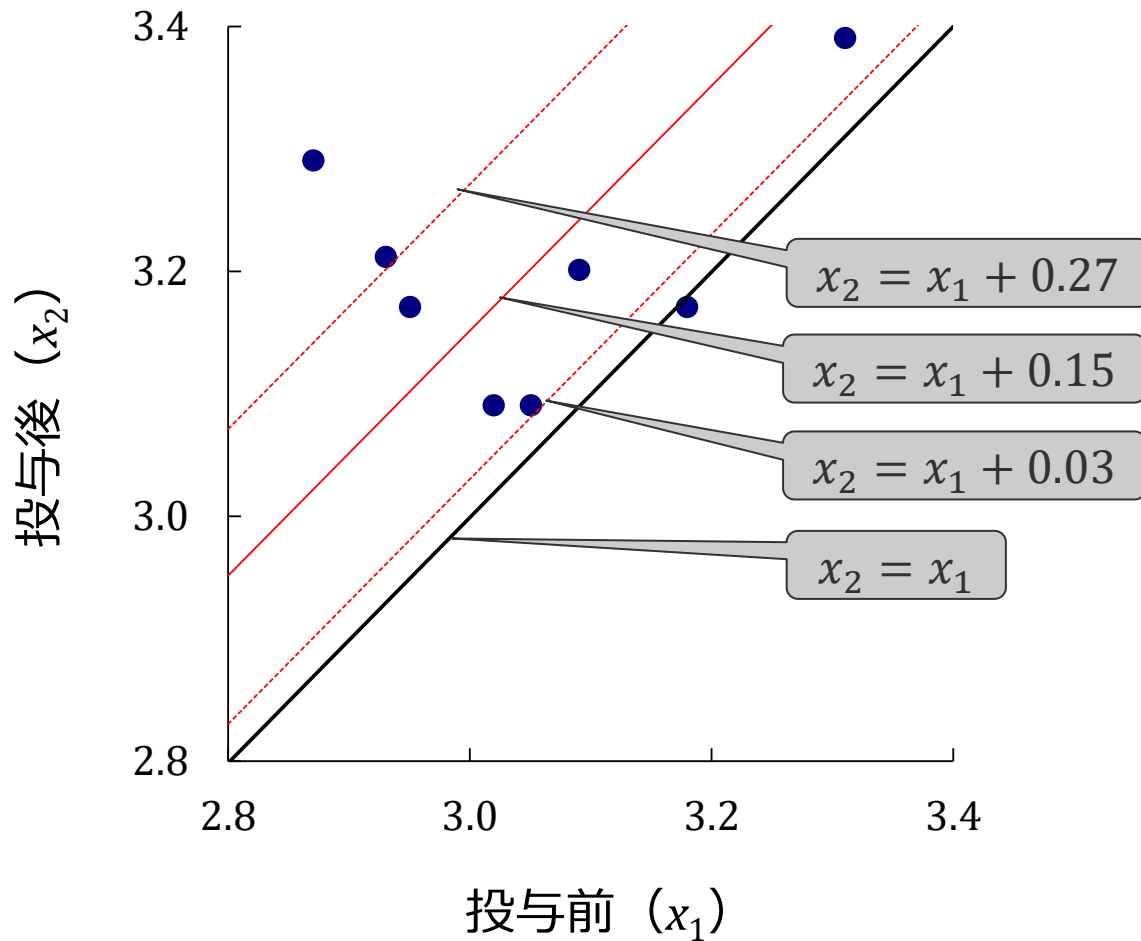
S_d

$n - 1$

V_d

$s.e.[d]$

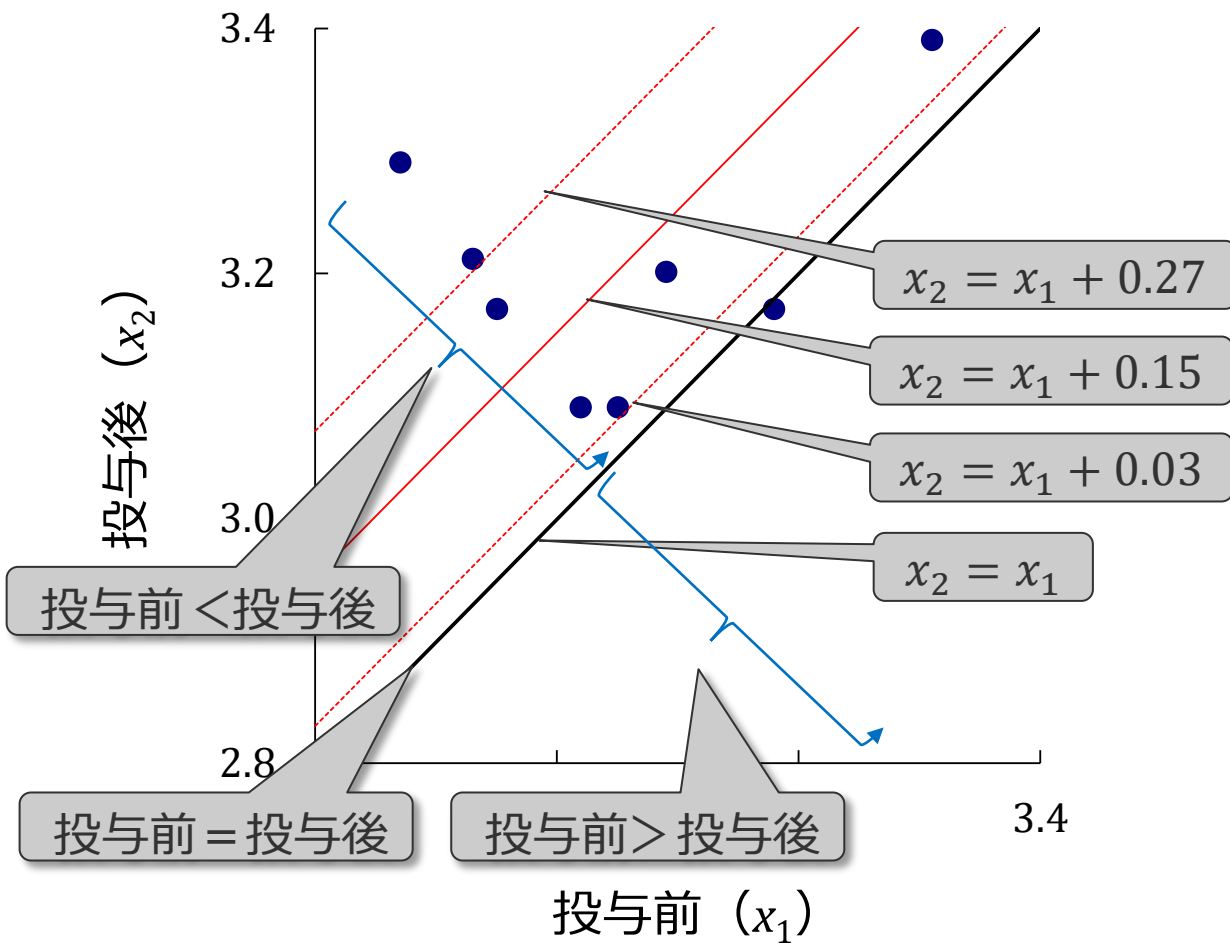
●Bland-Altman Plot の構造



表示3.5.1 対応のあるデータ

個体番号	投与前	投与後	差
n	8	8	8
平均	3.050	3.201	0.151
平方和	0.144	0.070	0.145
自由度	7	7	7
平均平方		0.015	0.021
平均値の差の標準誤差		0.062	0.051
平均値の差の有意差検定			
t		2.446	2.969
p 値(片側)		0.014	0.010
p 値(両側)		0.028	0.021
平均値の差の区間推定			
α	0.050		
t (α)		2.145	2.365
	下側	0.02	0.03
	上側	0.28	0.27

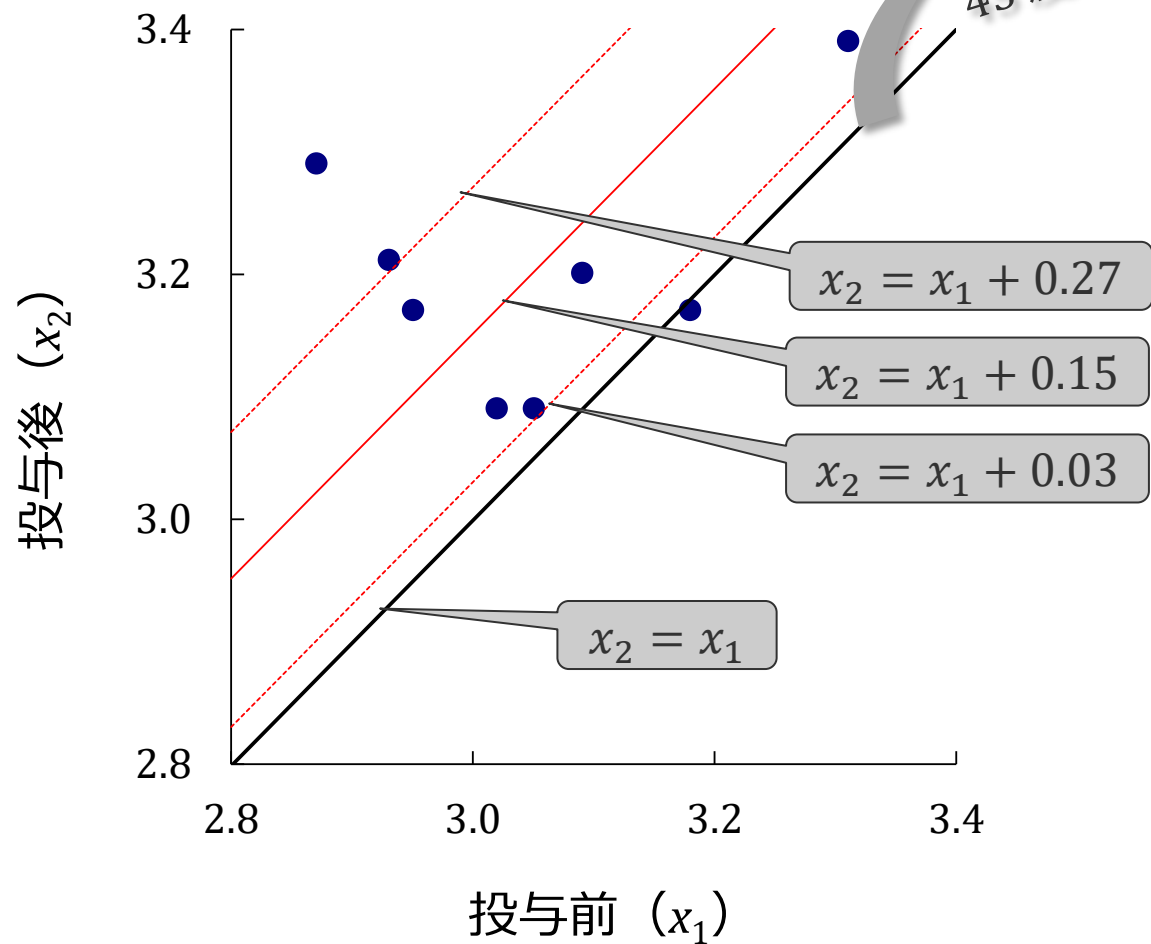
●Bland-Altman Plot の構造



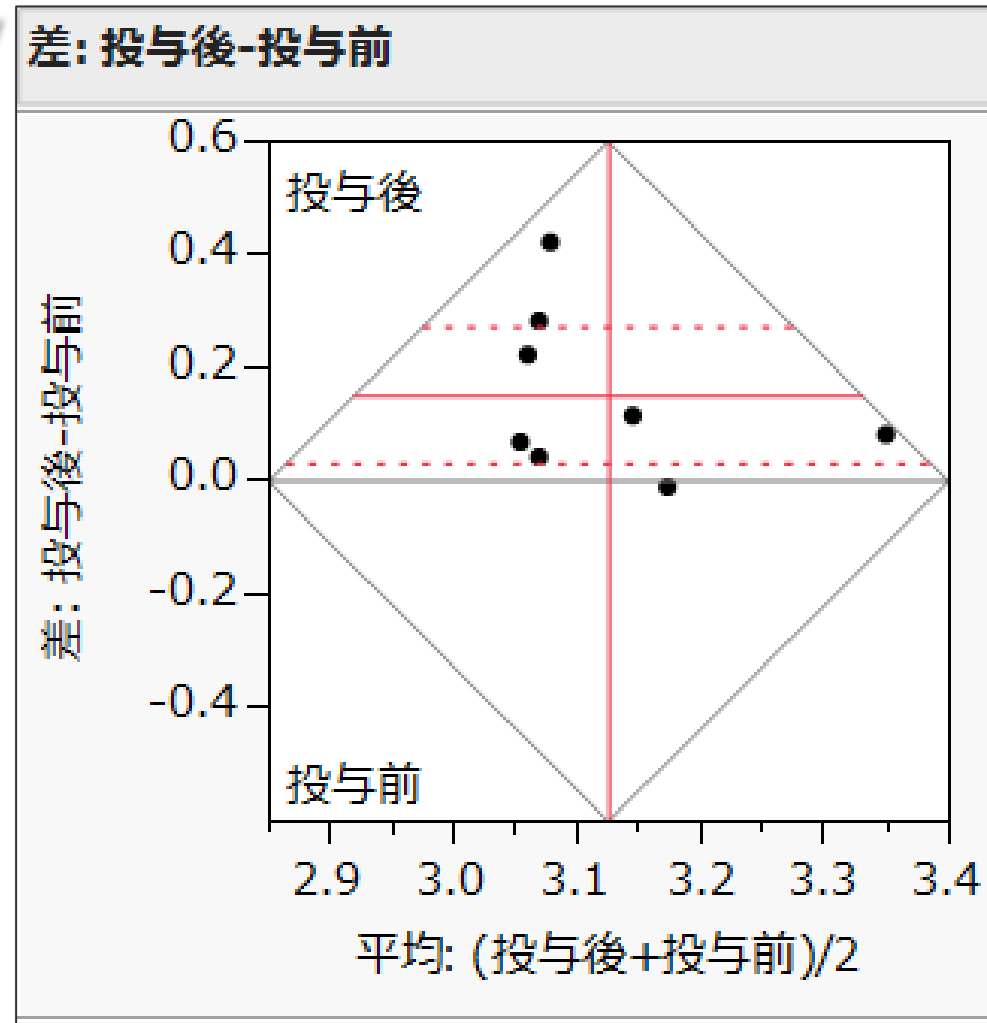
表示3.5.1 対応のあるデータ

個体番号	投与前	投与後	差
n	8	8	8
平均	3.050	3.201	0.151
平方和	0.144	0.070	0.145
自由度	7	7	7
平均平方		0.015	0.021
平均値の差の標準誤差		0.062	0.051
平均値の差の有意差検定			
t		2.446	2.969
p 値(片側)		0.014	0.010
p 値(両側)		0.028	0.021
平均値の差の区間推定			
α	0.050		
t (α)		2.145	2.365
	下側	0.02	0.03
	上側	0.28	0.27

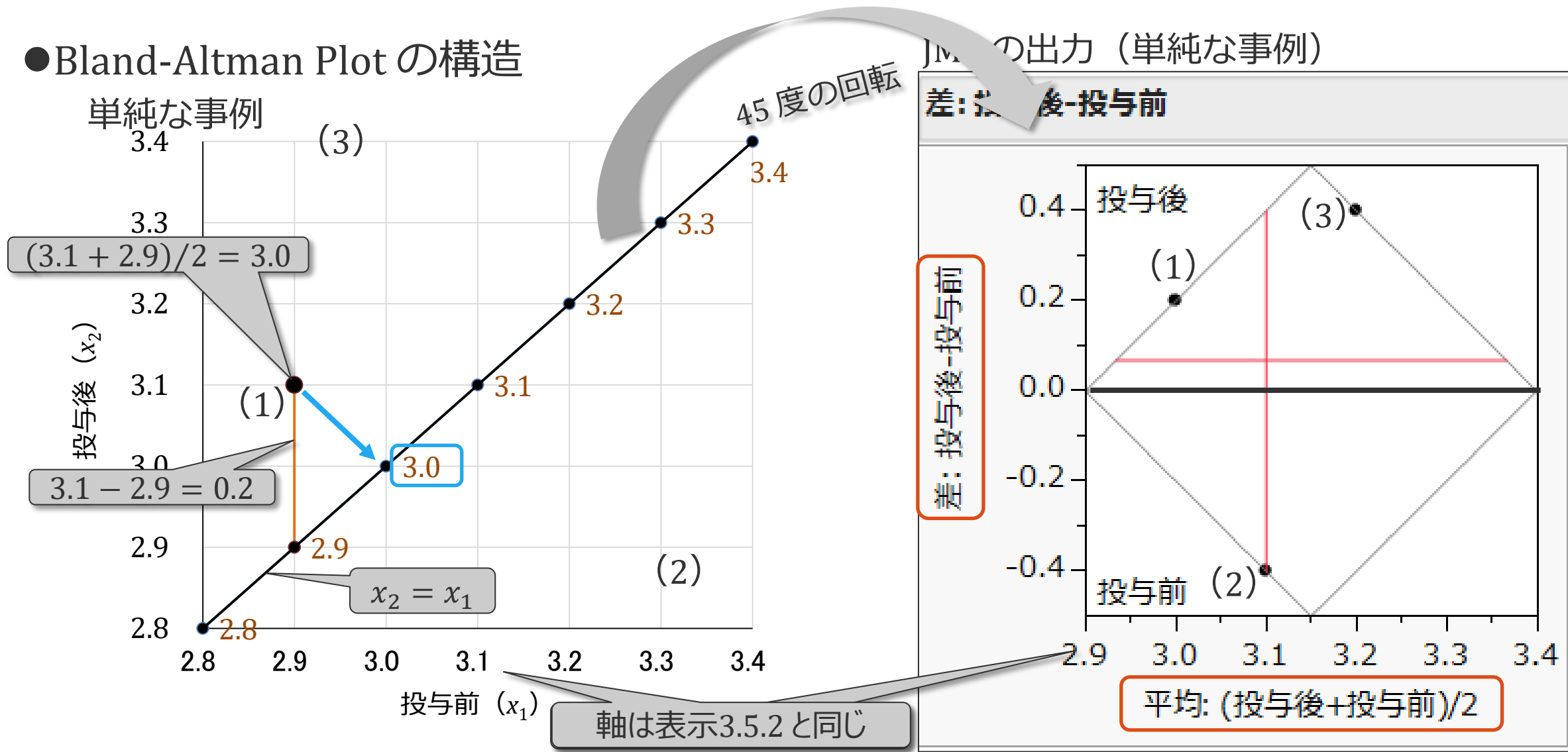
● Bland-Altman Plot の構造



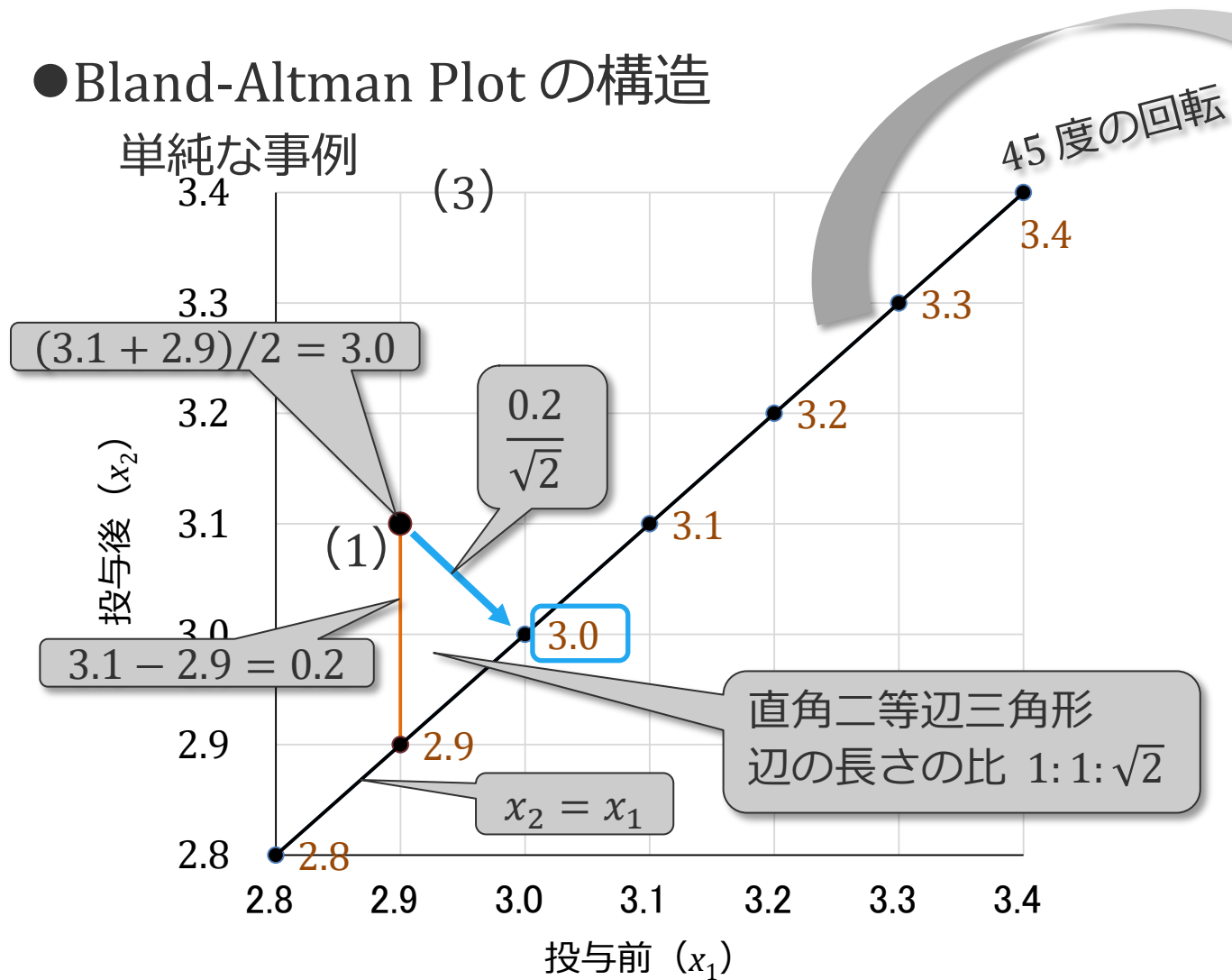
表示3.5.2 Bland-Altman Plot



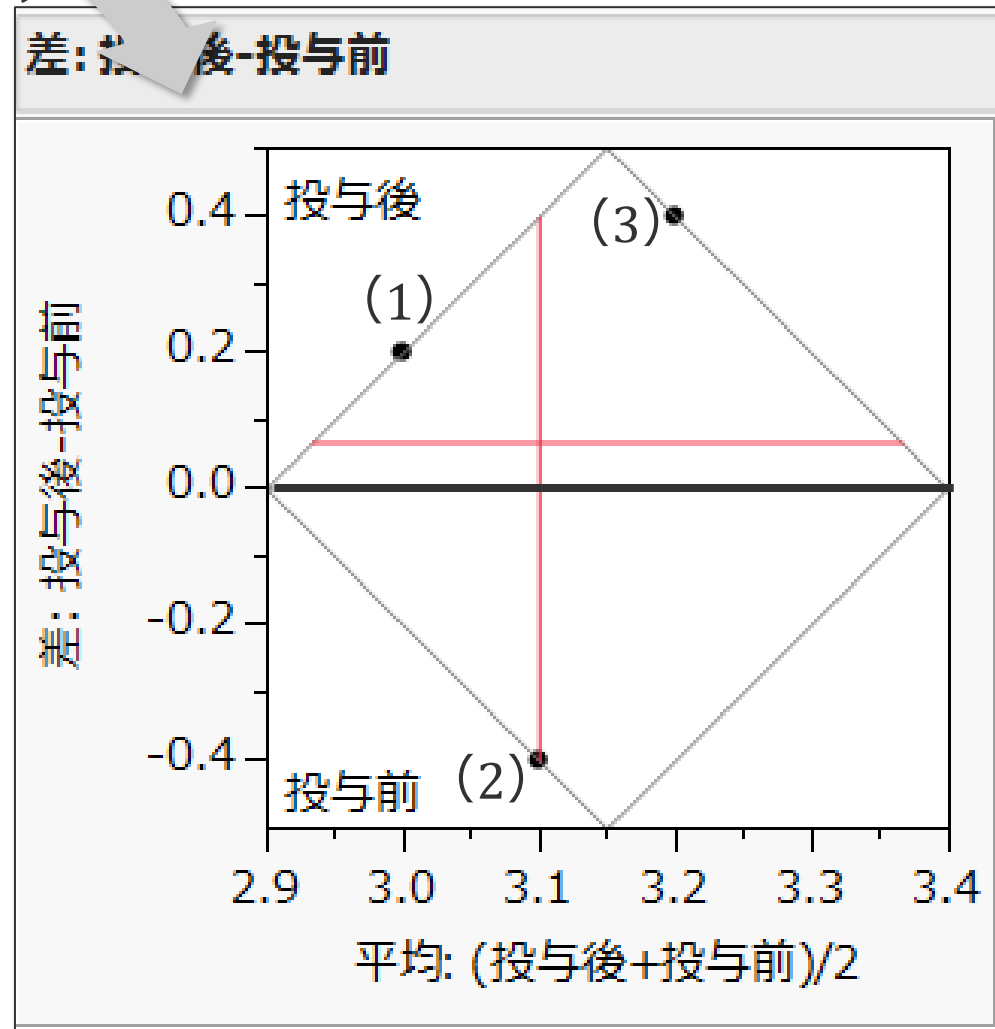
●Bland-Altman Plot の構造



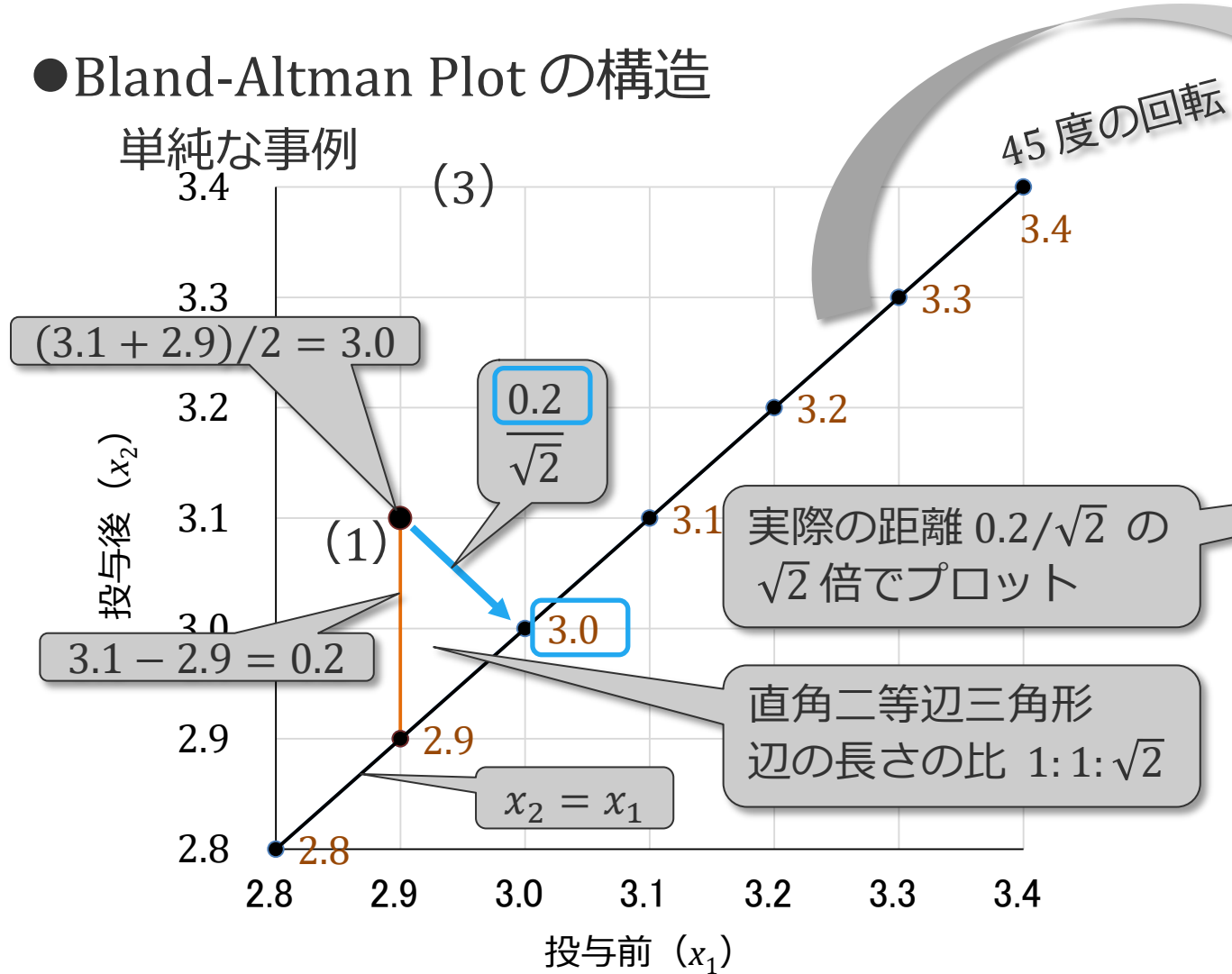
●Bland-Altman Plot の構造



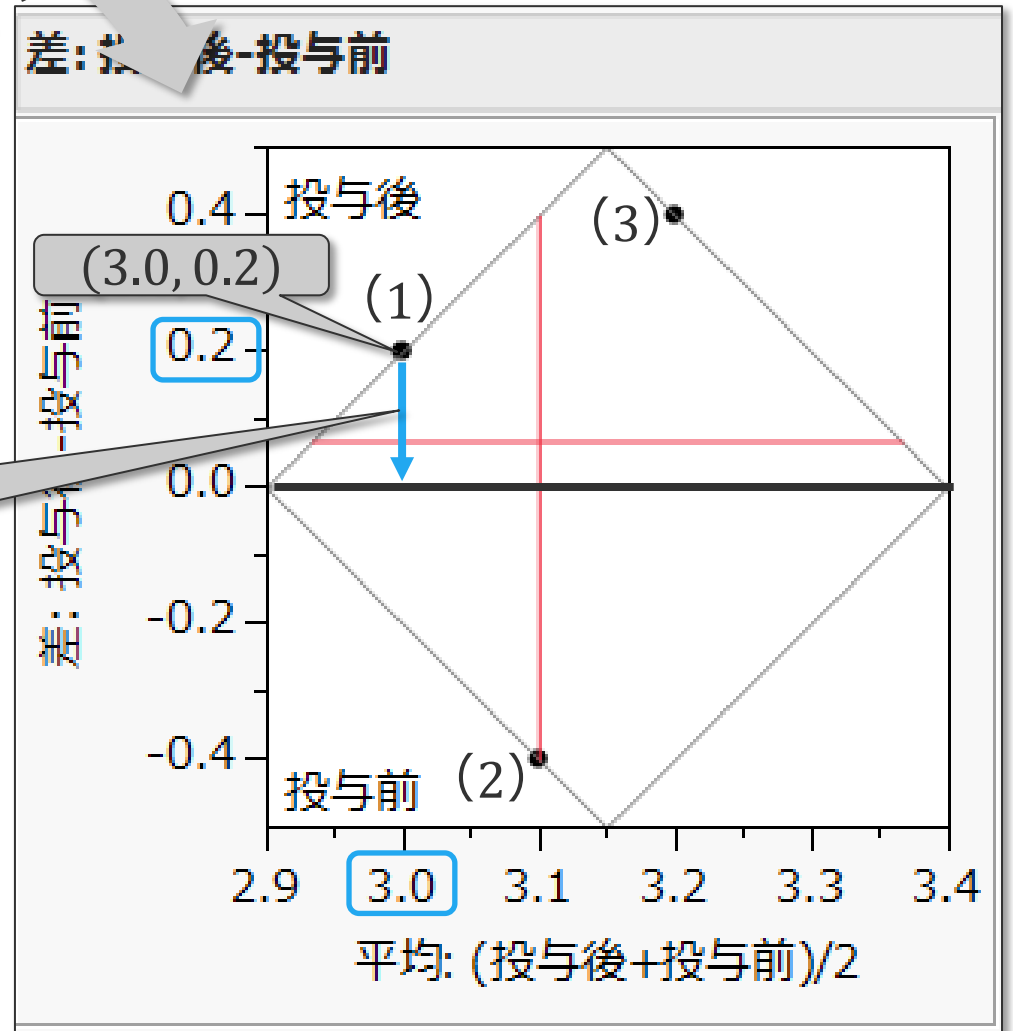
JM の出力 (単純な事例)



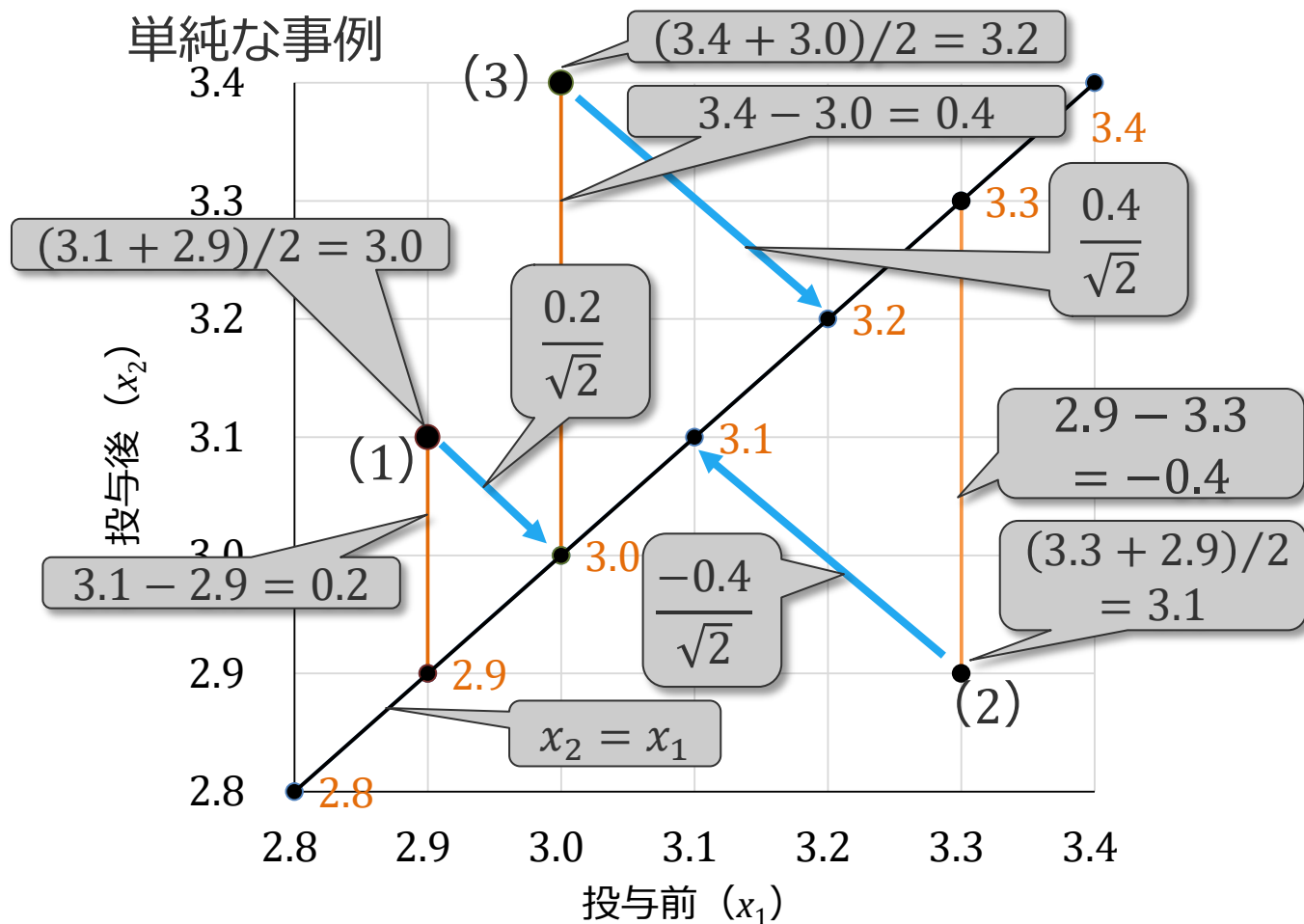
●Bland-Altman Plot の構造



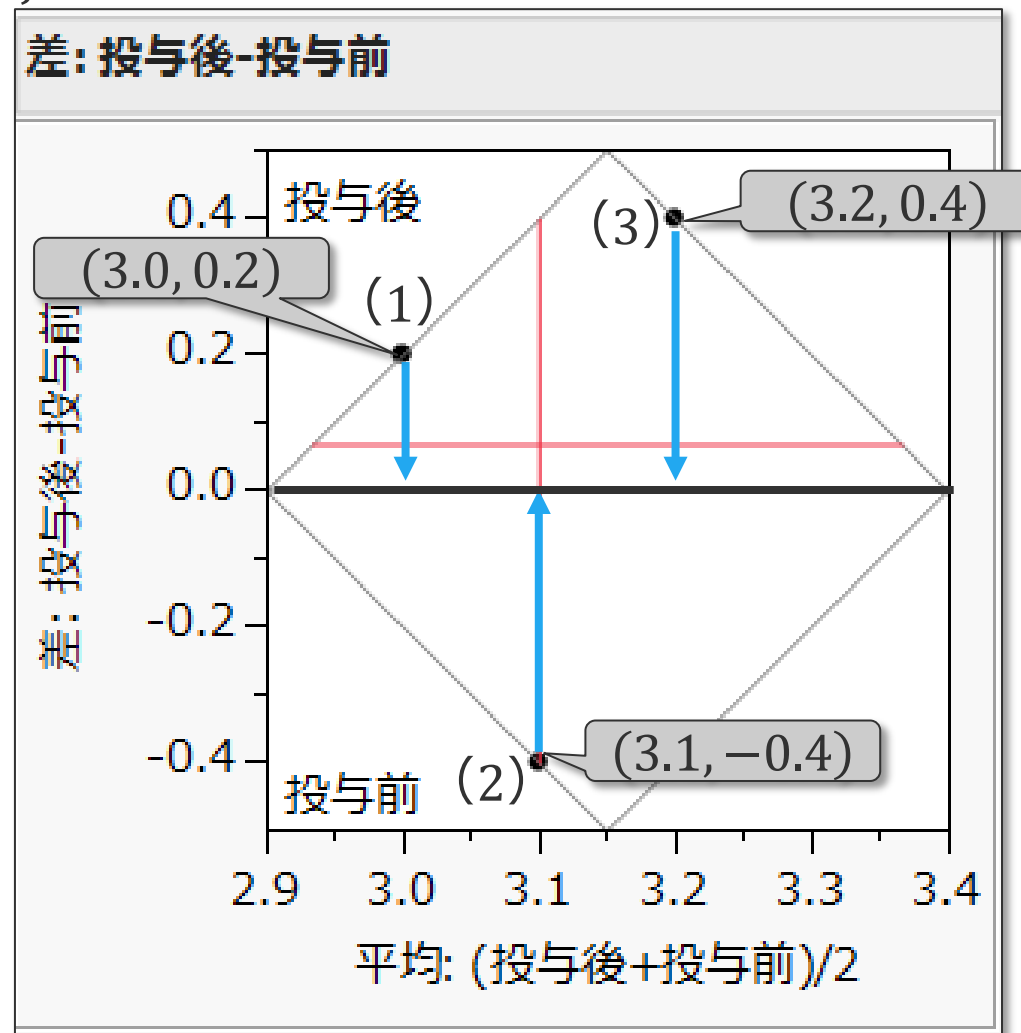
JM の出力 (単純な事例)



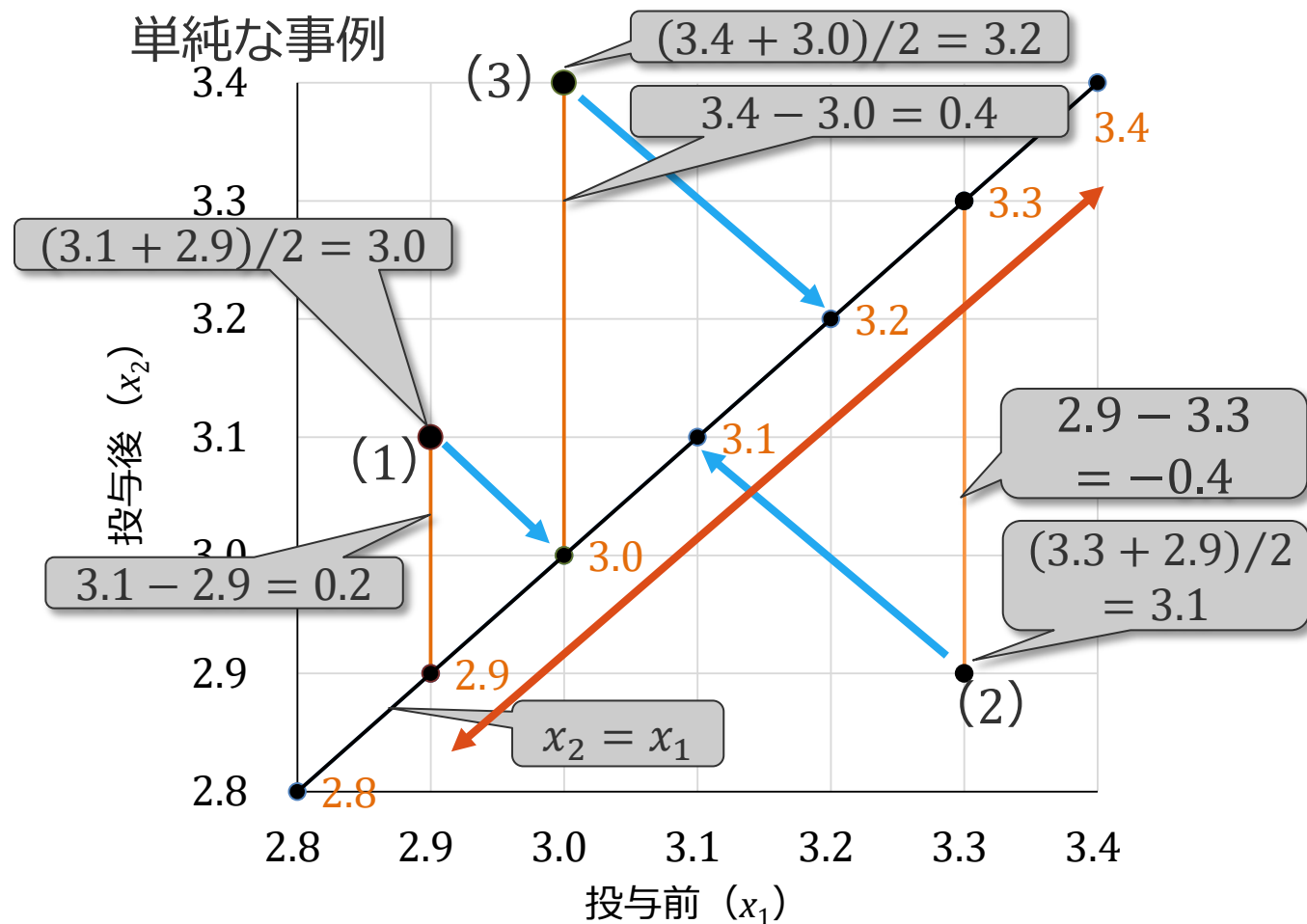
●Bland-Altman Plot の構造



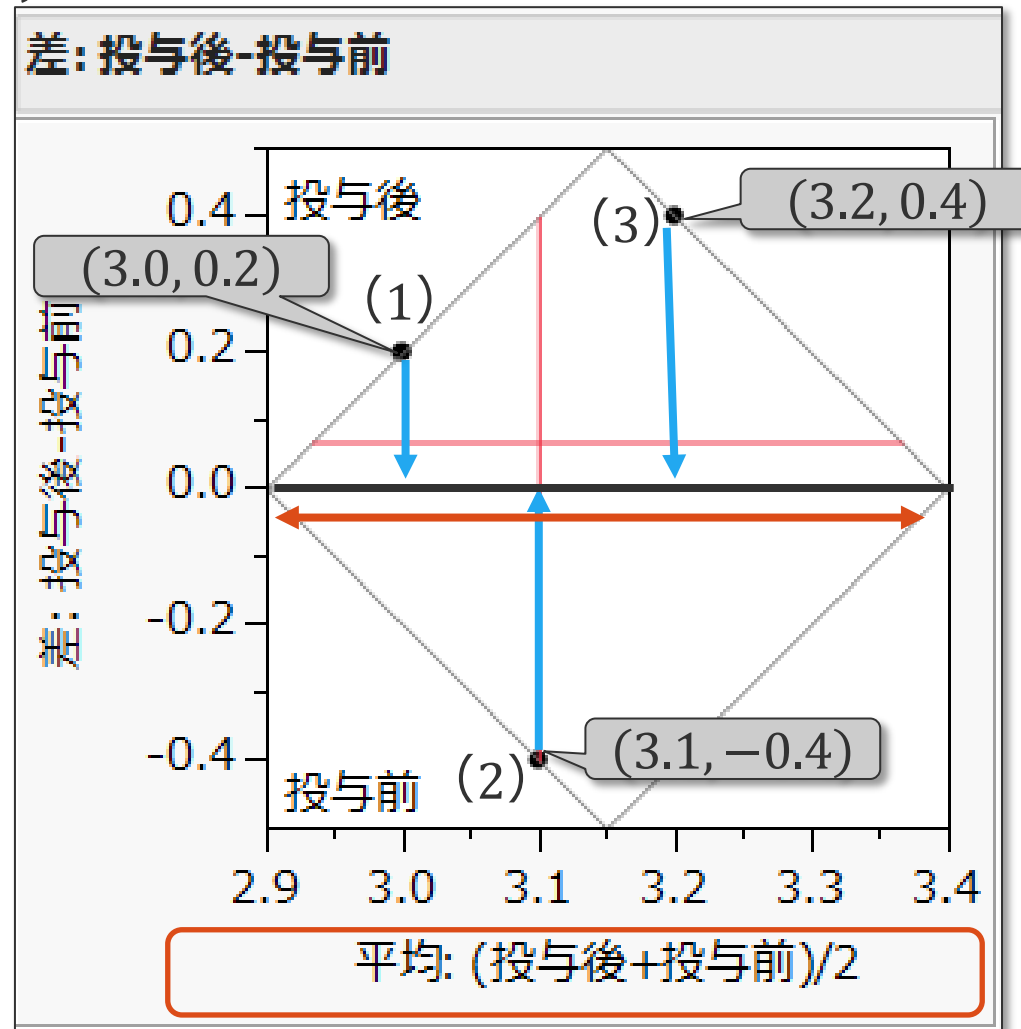
JMP の出力 (単純な事例)



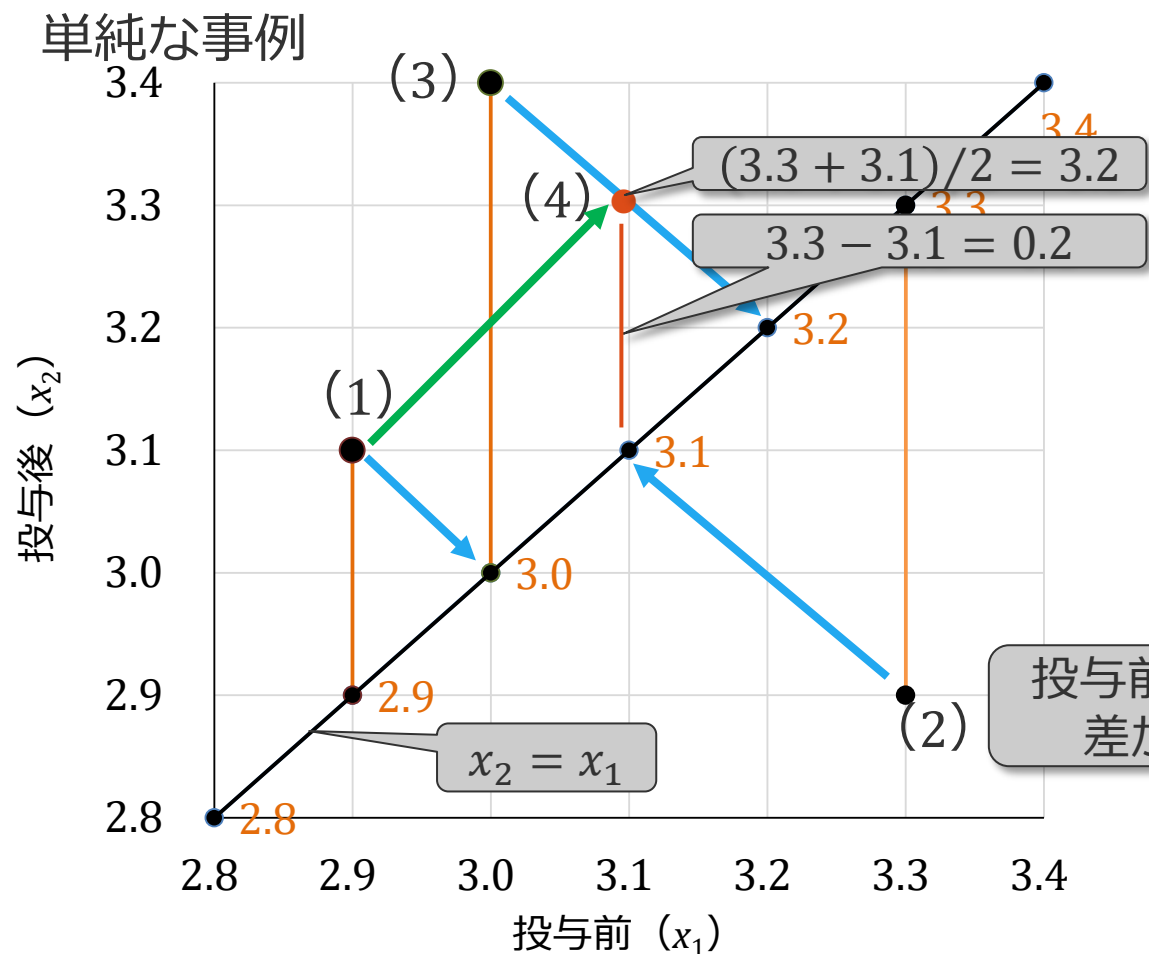
●Bland-Altman Plot の構造



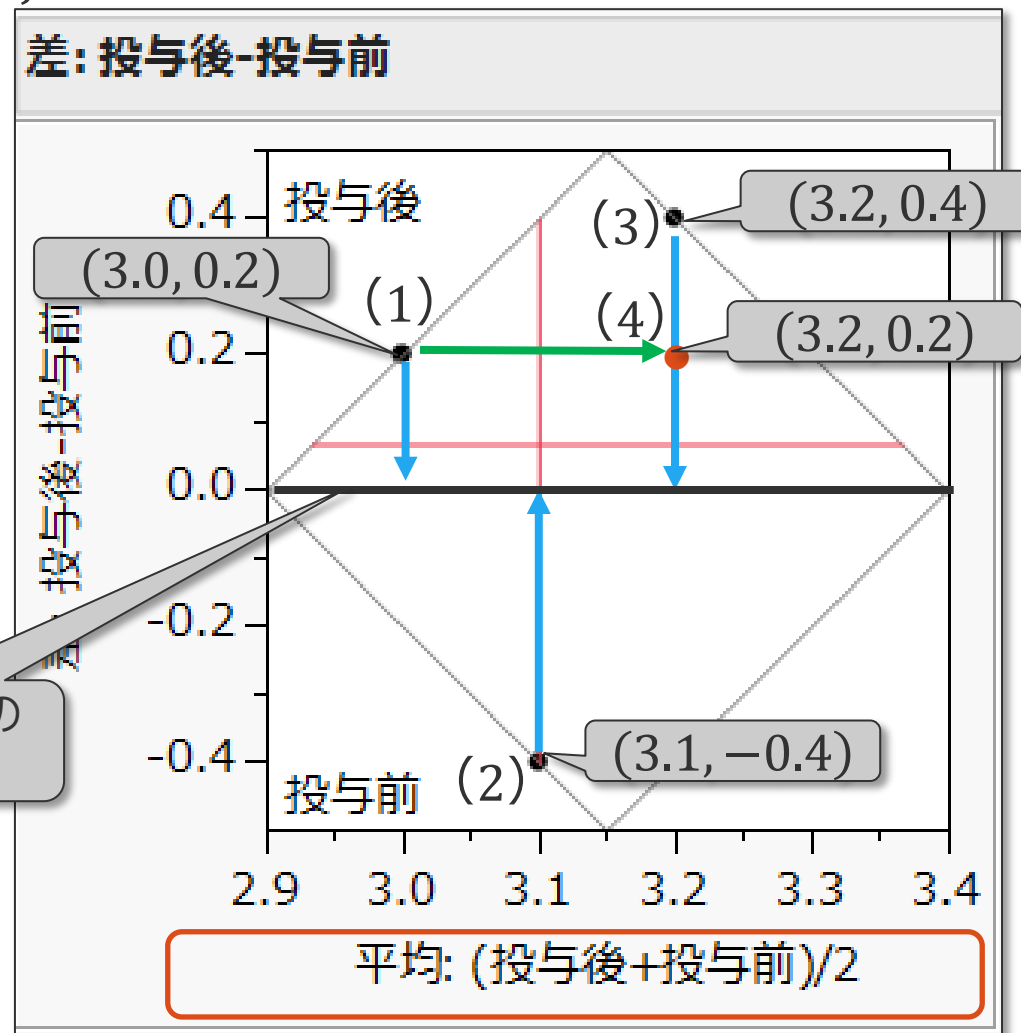
JMP の出力 (単純な事例)



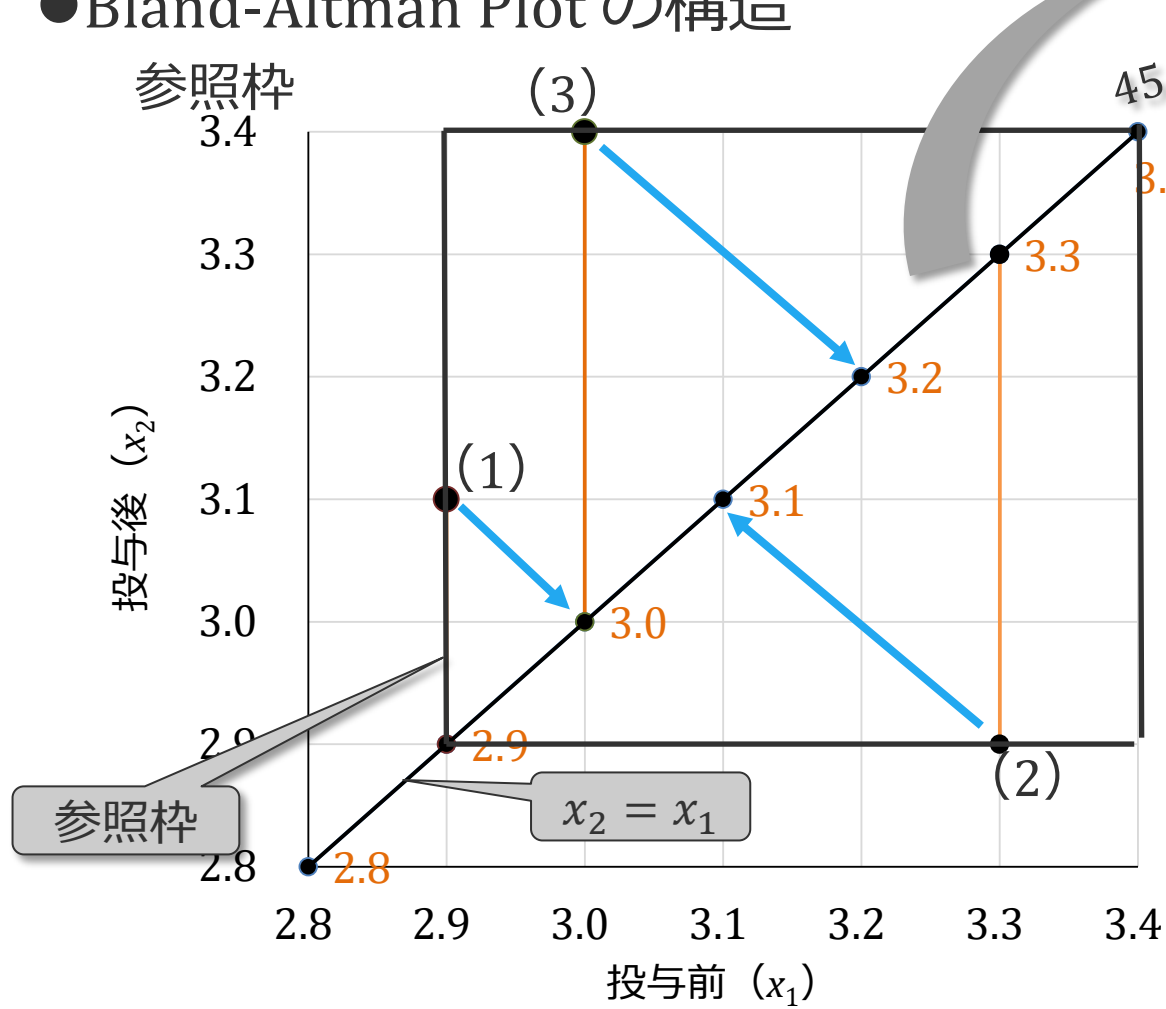
●Bland-Altman Plot の構造



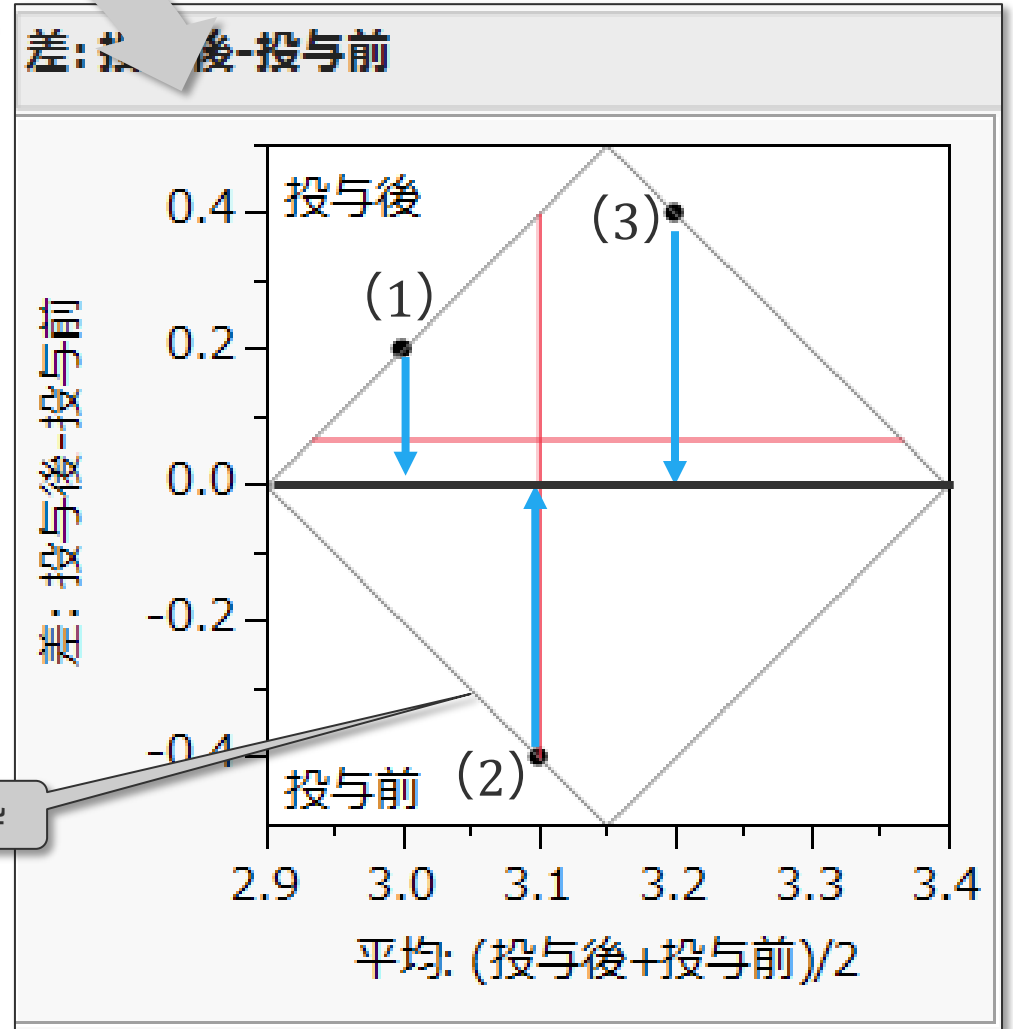
JMP の出力 (単純な事例)



● Bland-Altman Plot の構造



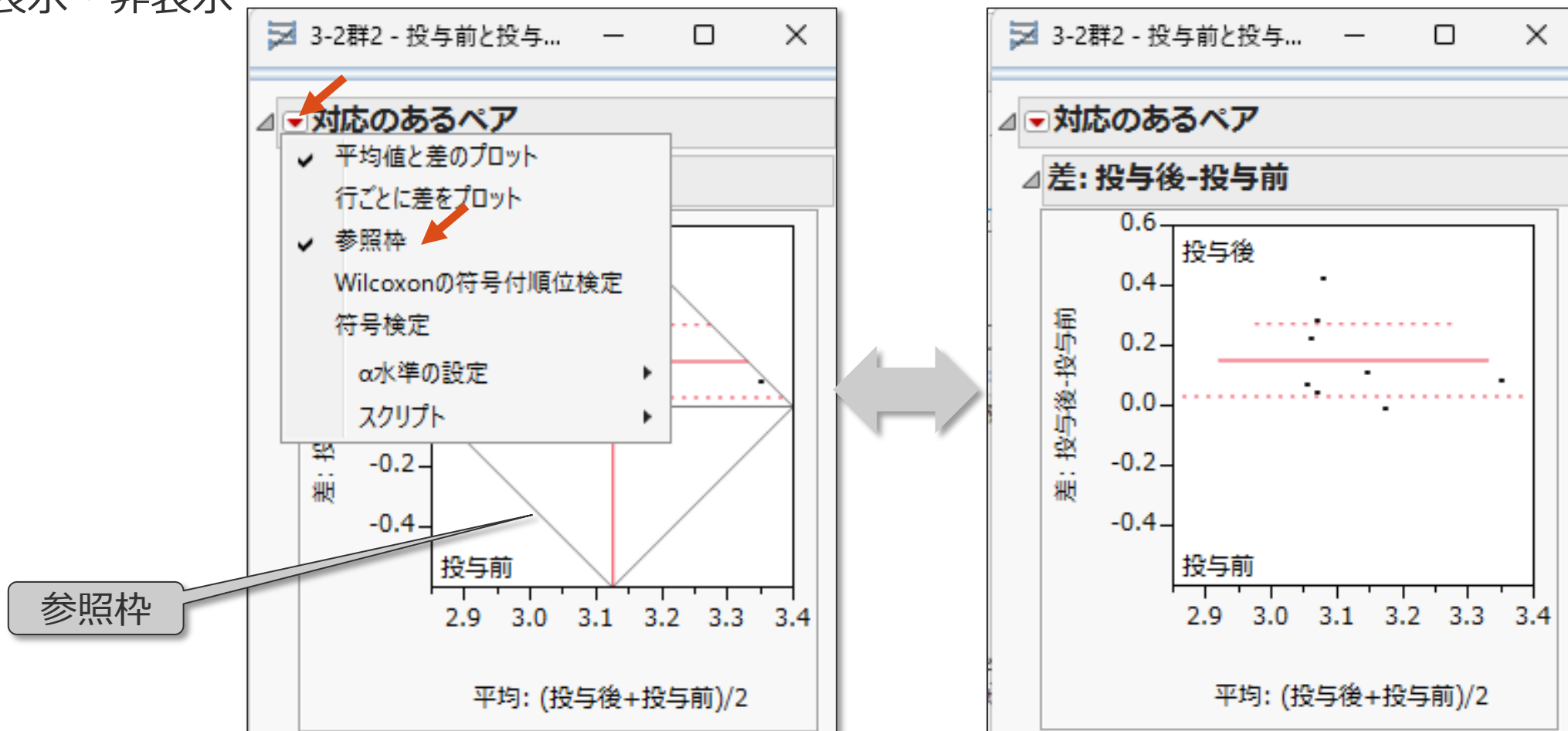
● JM の出力 (単純な事例)



Bland-Altman Plot

●Bland-Altman Plot の構造

参照枠の表示・非表示



Bland-Altman Plot

●Bland-Altman Plot の構造

個体番号	投与前	投与後	差	平均
1	3.31	3.39	0.08	3.35
2	2.87	3.29	0.42	3.08
3	3.09	3.20	0.11	3.15
4	2.93	3.21	0.28	3.07
5	3.18	3.17	-0.01	3.18
6	3.02	3.09	0.07	3.06
7	2.95	3.17	0.22	3.06
8	3.05	3.09	0.04	3.07
n	8	8	8	
平均	3.050	3.201	0.151	3.13
平均値の差の区間推定				
α	0.050			
$t(\alpha)$		2.145	2.365	
下側		0.02	0.03	
上側		0.28	0.27	

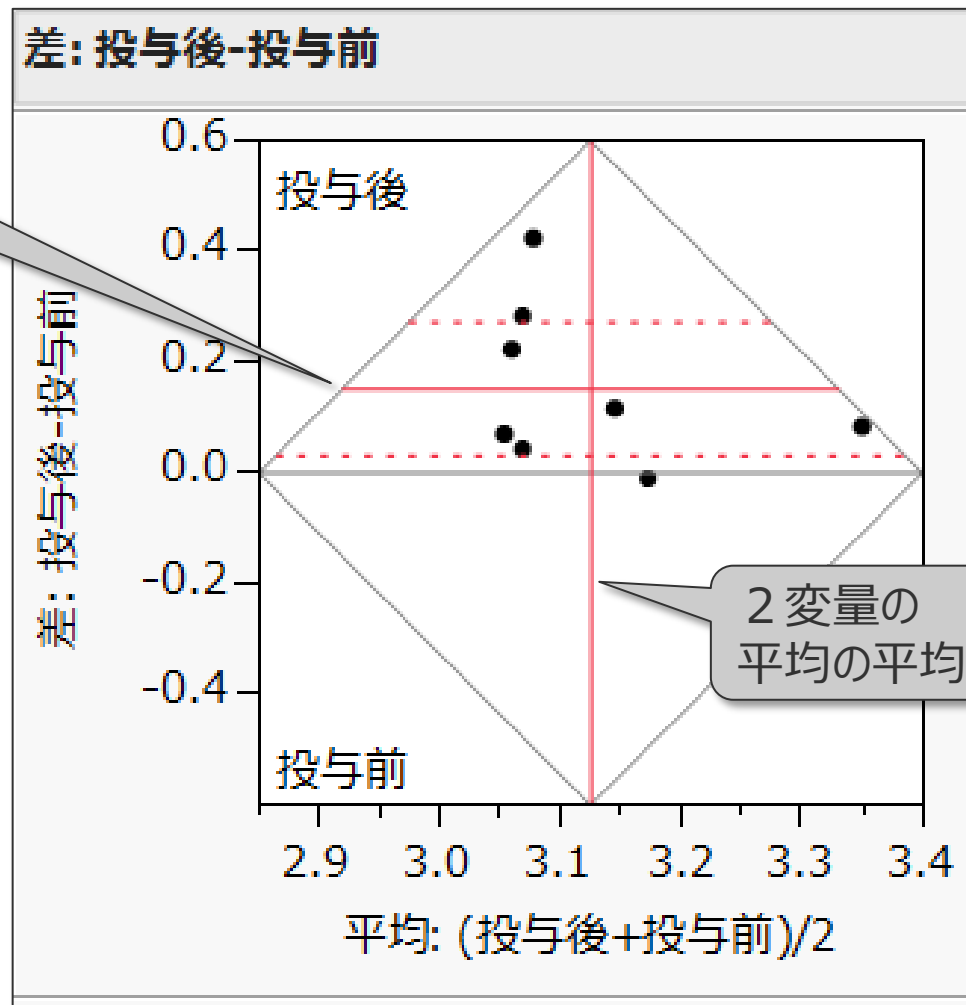
2変量の差の平均

2変量の平均

2変量の平均の平均

2変量の差の平均

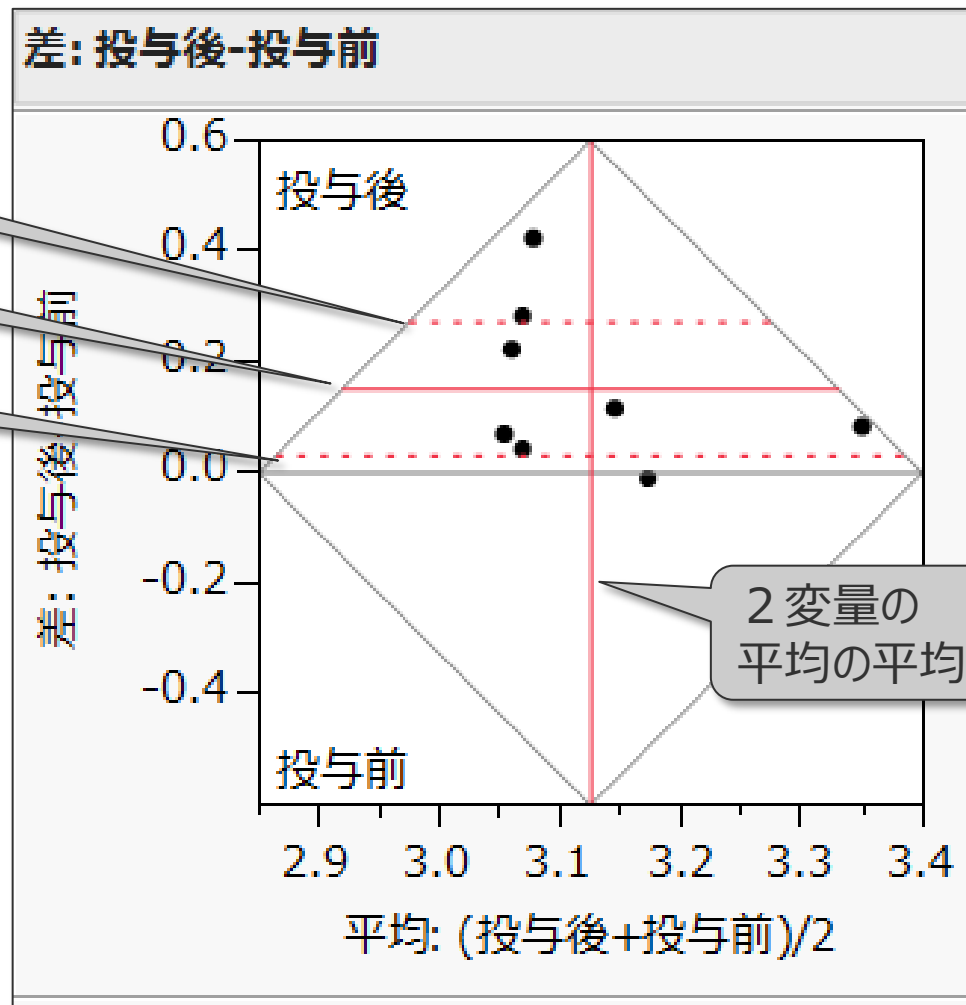
表示3.5.2



●Bland-Altman Plot の構造

個体番号	投与前	投与後	差	平均
1	3.31	3.39	0.08	3.35
2	2.87	3.29	0.42	3.08
3	3.09	3.20	0.11	3.15
4	2.93	3.21	0.28	3.07
5	3.18	3.17	-0.01	3.18
6	3.02	3.09	0.07	3.06
7	2.95	3.17	0.22	3.06
8	3.05	3.09	0.04	3.07
n	8	8	8	
平均	3.050	3.201	0.151	3.13
平均値の差の区間推定				
α	0.050			
$t(\alpha)$		2.145	2.365	
下側		0.02	0.03	
上側		0.28	0.27	

表示3.5.2



差の上限

差の平均

差の下限

差の平均

差の下限

差の上限

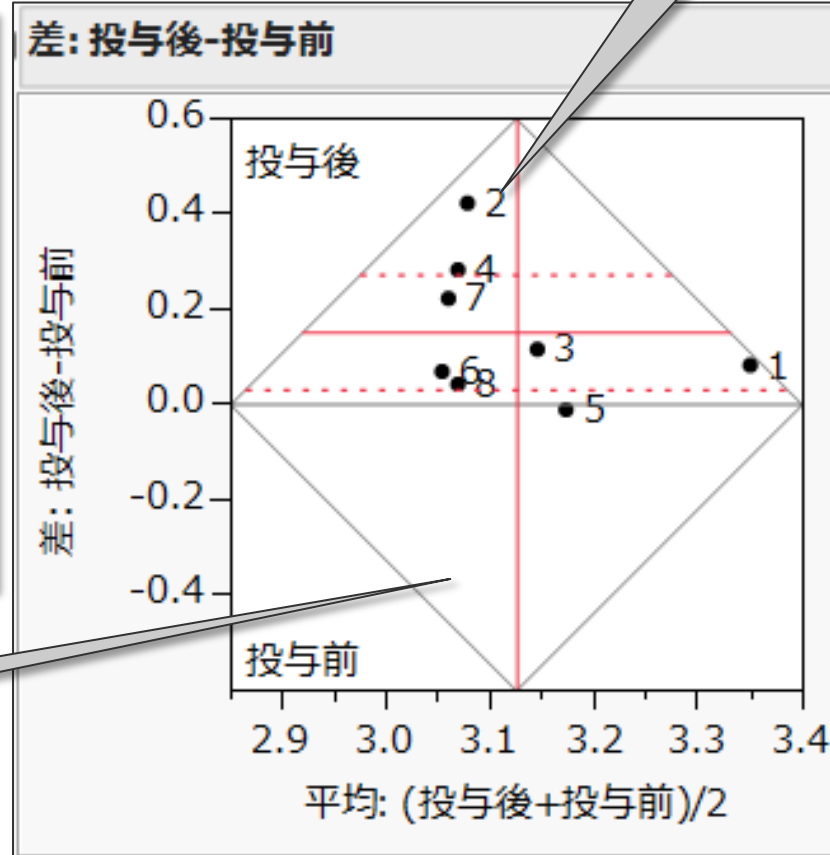
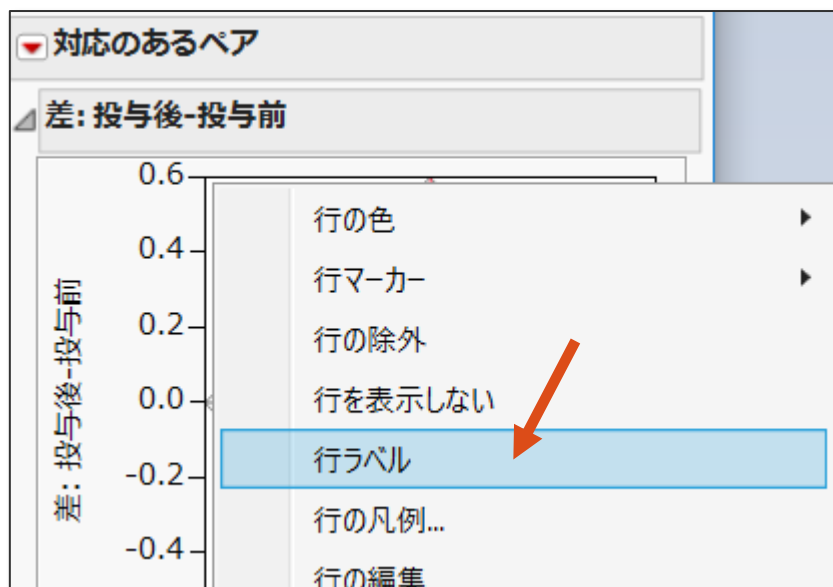
Bland-Altman Plot

●グラフ中のラベル表示：行番号の表示

すべての行ラベルを表示：グラフの上で右クリック> [行ラベル]

特定の行ラベルを表示：表示する行を選択> グラフの上で右クリック> [行ラベル]

個体番号	投与前	投与後
1	3.31	3.39
2	2.87	3.29
3	3.09	3.2
4	2.93	3.21
5	3.18	3.17
6	3.02	3.09
7	2.95	3.17
8	3.05	3.09

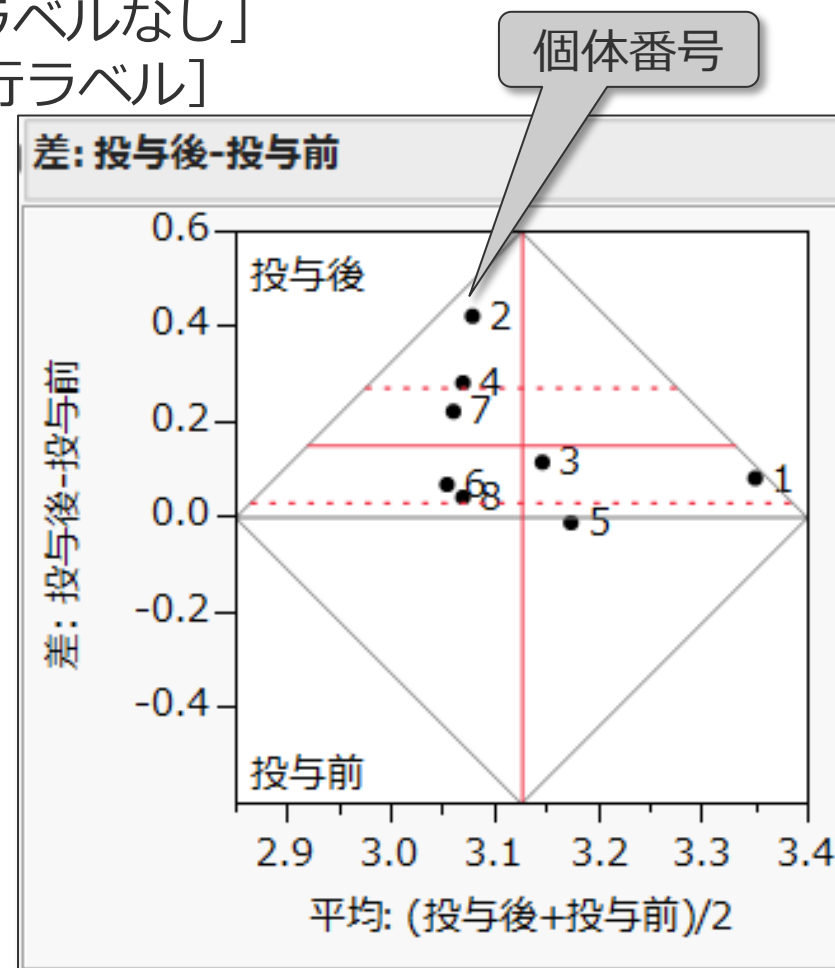
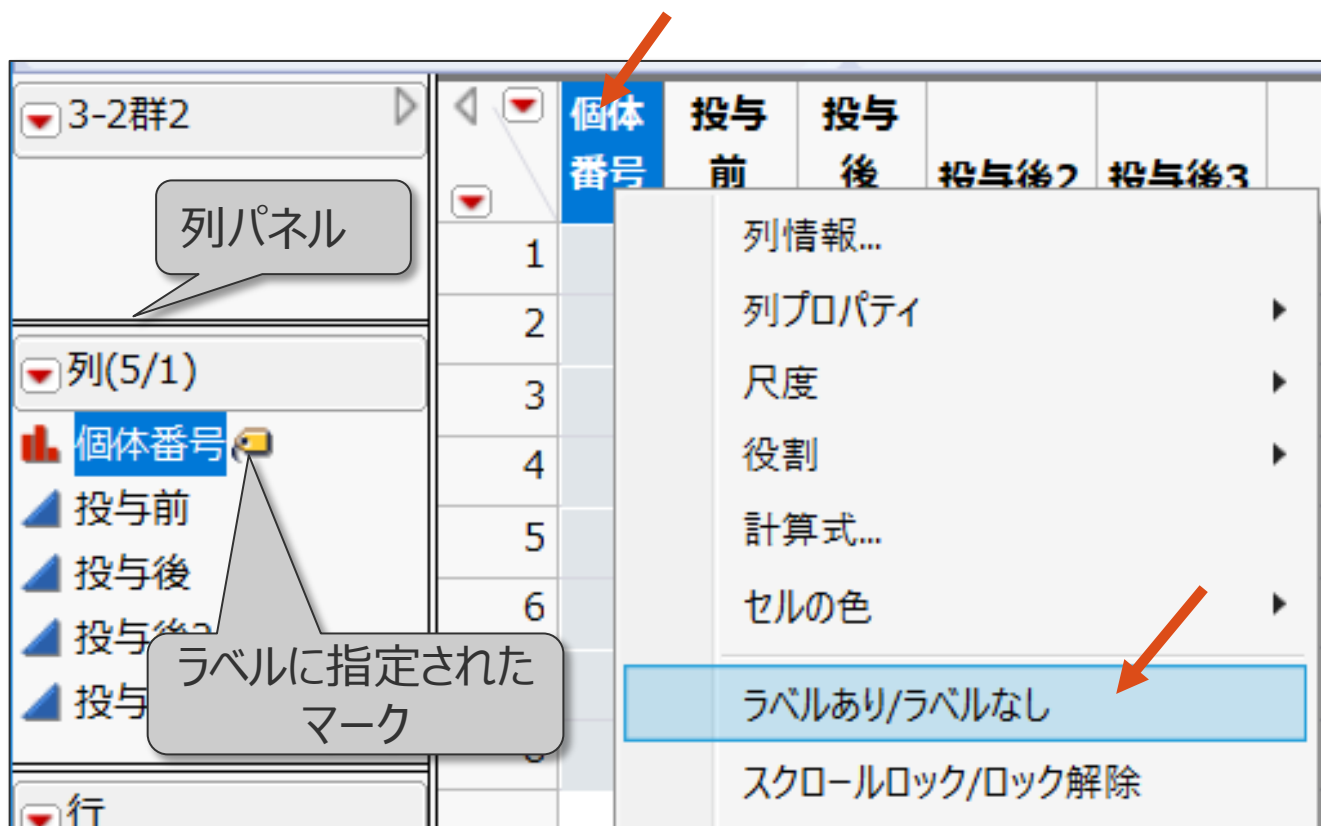


グラフ上で右クリック

Ctrl キー、Shift キーを利用して複数選択

●グラフ中のラベル表示：列に入力されている値を表示

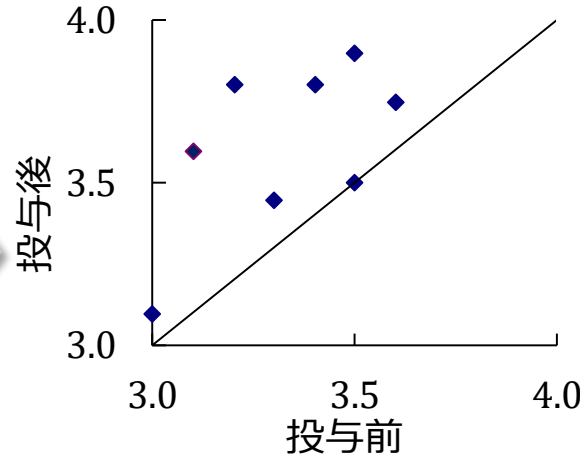
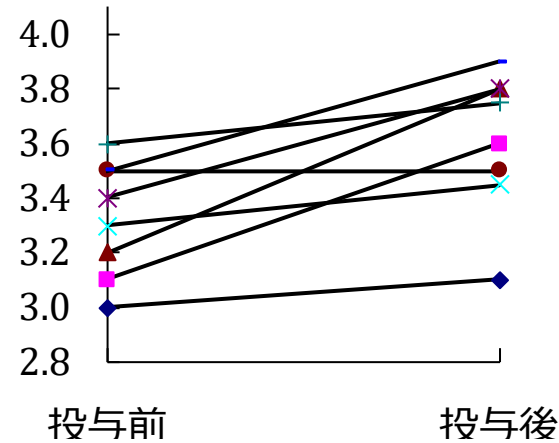
ラベルにしたい列を選択して右クリック > [ラベルあり/ラベルなし]
ラベルを表示する行を選択 > グラフの上で右クリック > [行ラベル]



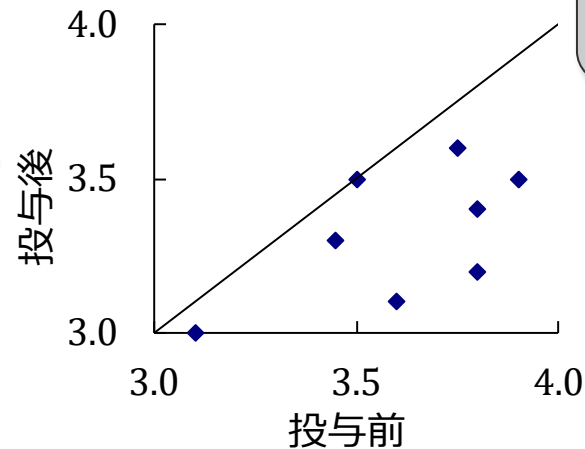
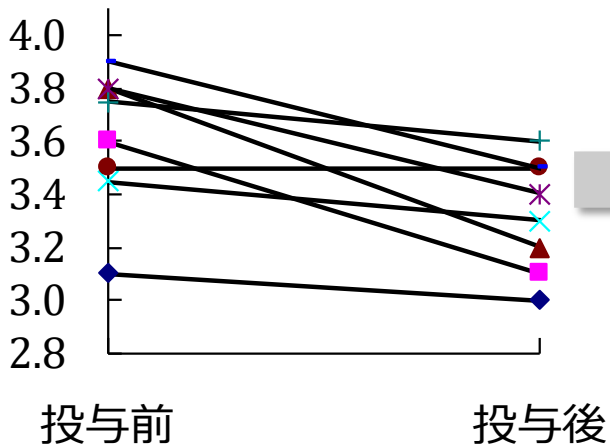
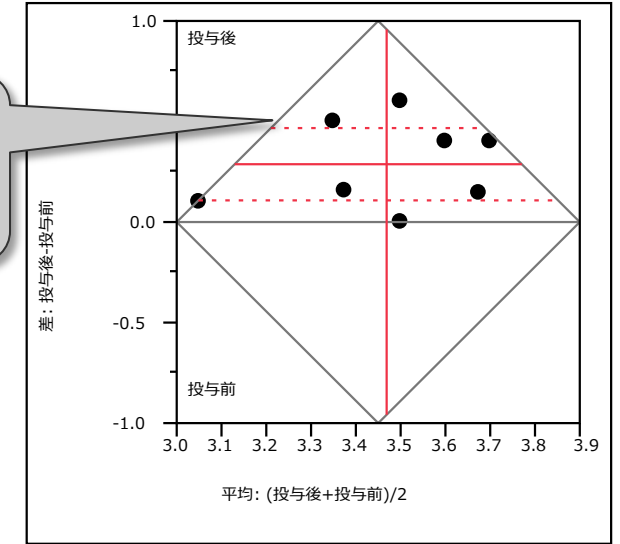
Bland-Altman Plot

●Bland-Altman Plotのパターン

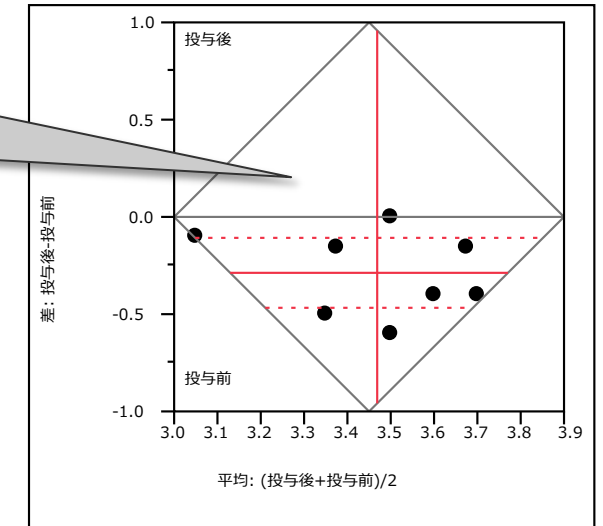
一定量の増減傾向



上半分に点在
横軸に平行
→単純な増加傾向

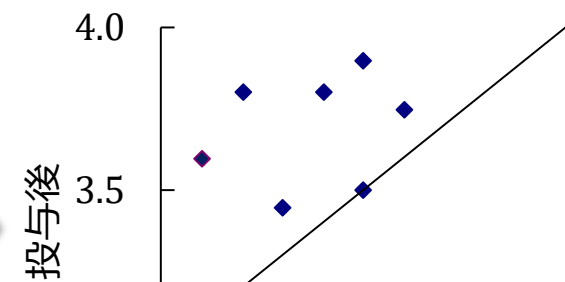
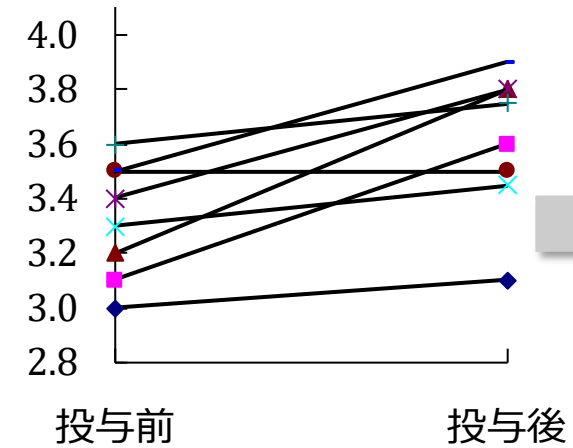


下半分に点在
横軸に平行
→単純な減少傾向

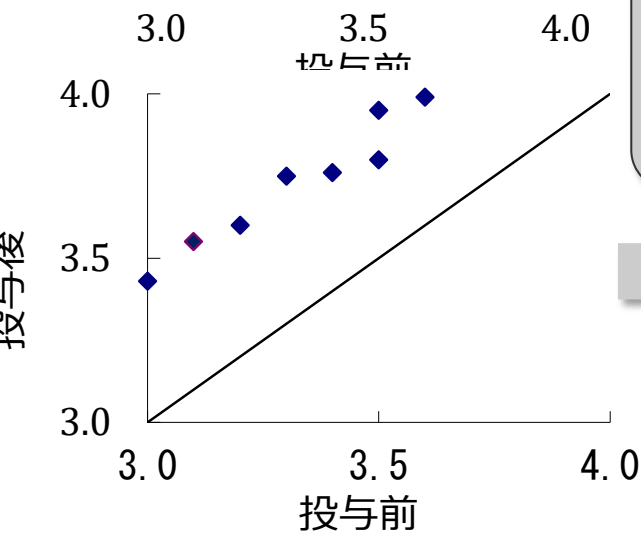
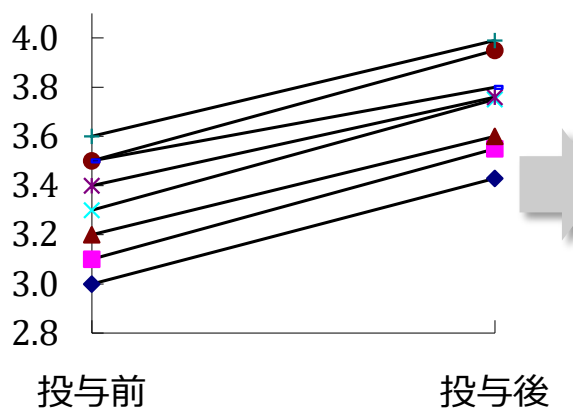
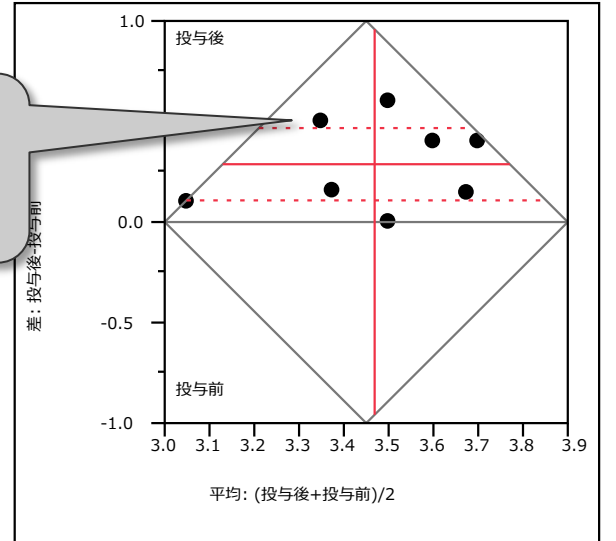


●Bland-Altman Plotのパターン

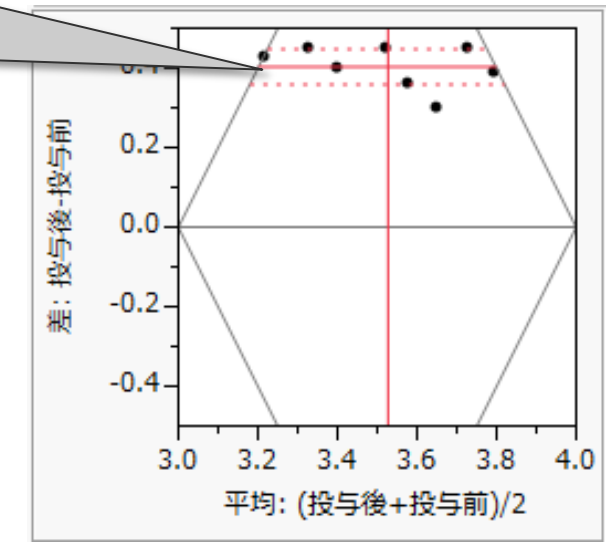
一定量の増加傾向



上半分に点在
横軸に平行
→単純な増加傾向

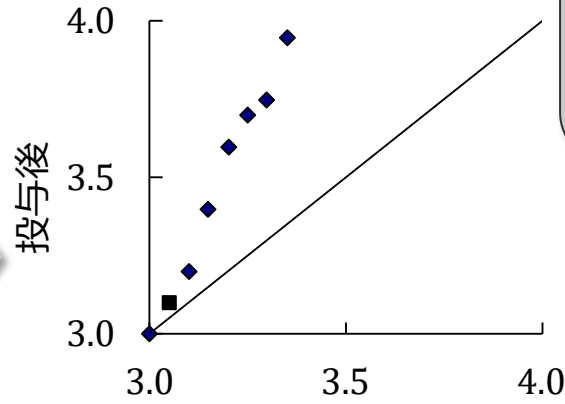
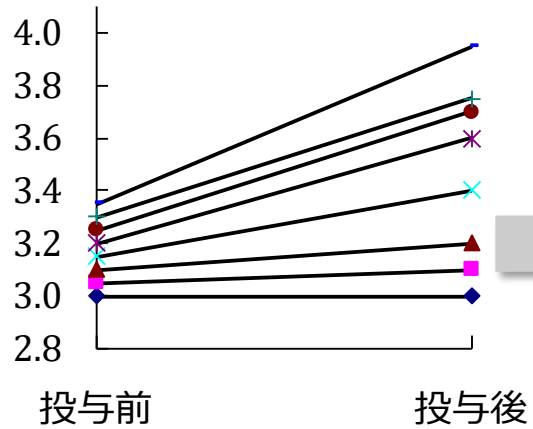


上半分に点在
→増加傾向
バラツキが小さい
→高度に有意

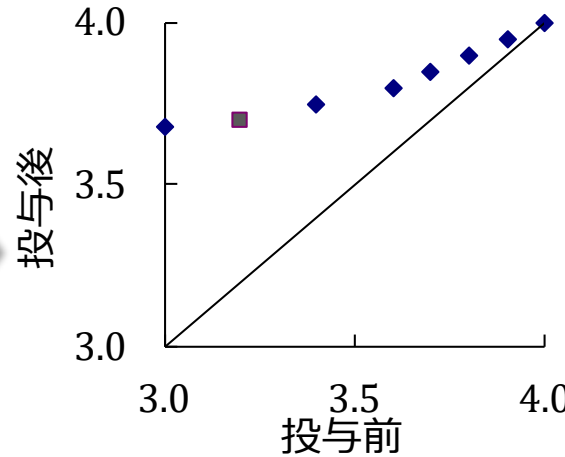
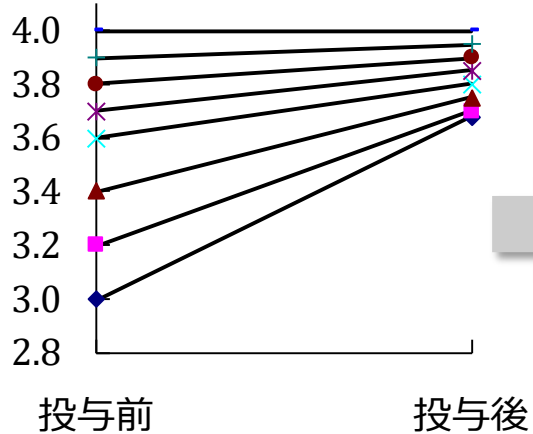
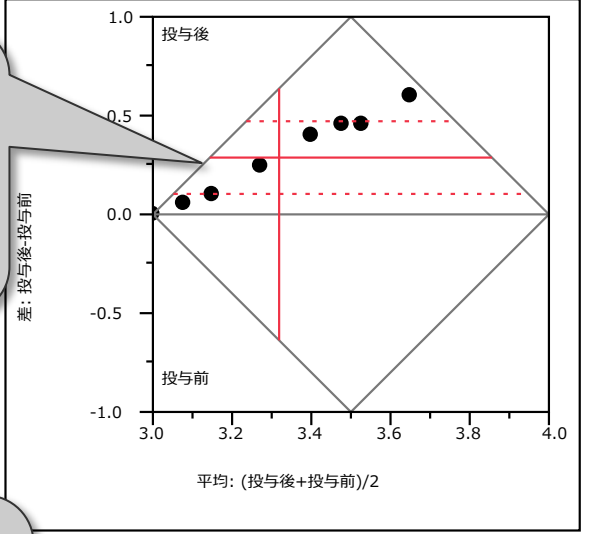


●Bland-Altman Plotのパターン

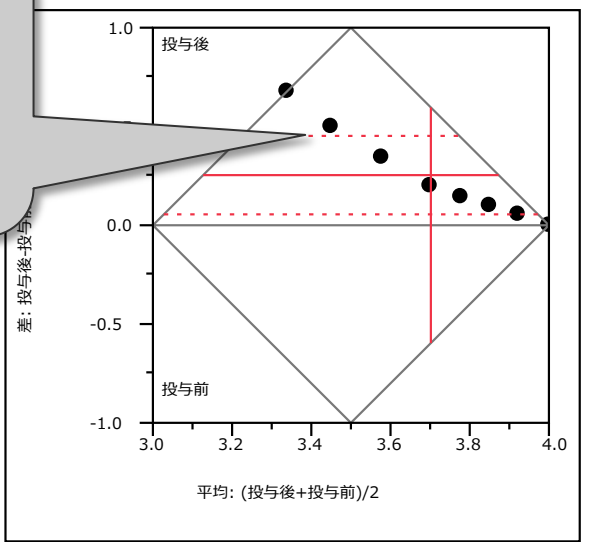
一定割合の増加傾向



上半分に点在
→増加傾向
右肩上がり
→投与前が高いほど
効果が大きい

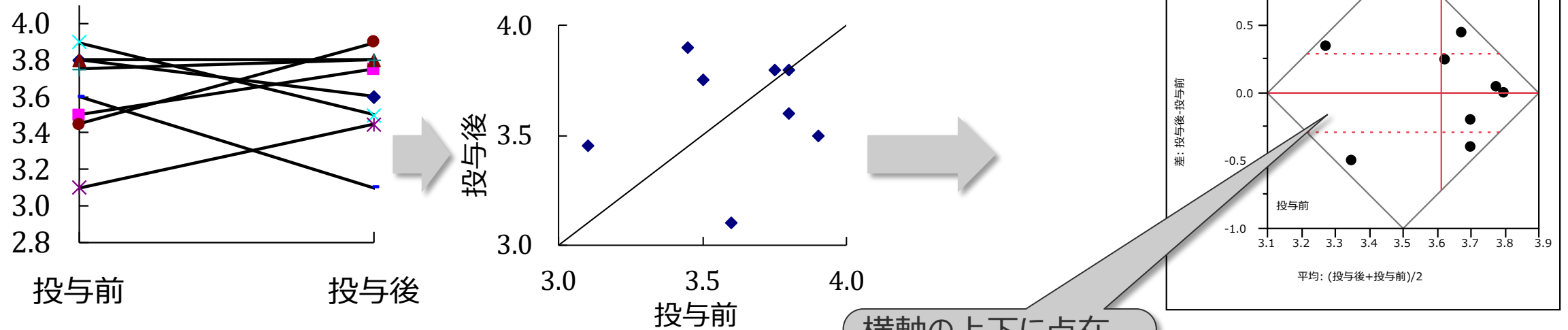


上半分に点在
→増加傾向
右肩下がり
→投与前が低いほど
効果が大きい



●Bland-Altman Plot のパターン

増減の傾向がない



Bland-Altman Plot を描くことにより、
単に平均値間に有意差があるという単純な結論ではなく、より踏み込んだ解析ができる
2種類の分析法の比較にも応用される (§4.5)



(3) 対応のある t 検定の利点

対応のある t 検定の利点

●データ

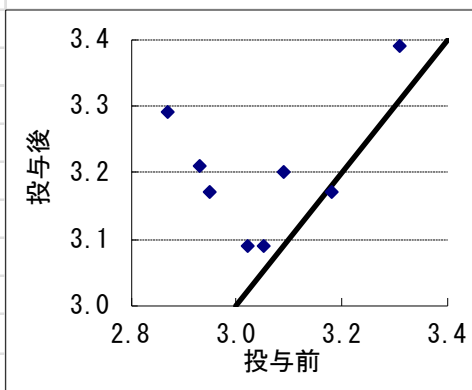
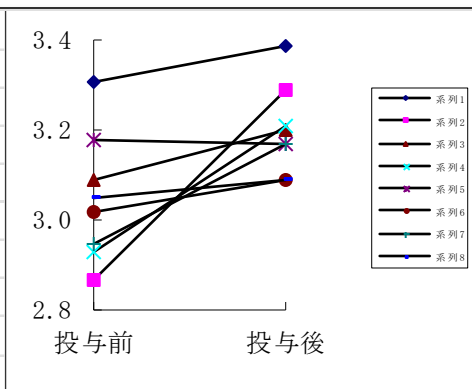
データ

t 検定
対応のある t 検定

表示 3.5.1

個体番号	投与前	投与後	差
1	3.31	3.39	0.08
2	2.87	2.99	0.12
3	3.09	3.20	0.11
4	2.93	3.21	0.28
5	3.18	3.17	-0.01
6	3.02	3.09	0.07
7	2.95	3.17	0.22
8	3.05	3.09	0.04
n	8	8	8
平均	3.050	3.201	0.151
平方和	0.144	0.070	0.145
自由度	7	7	7
平均平方		0.015	0.021
平均値の差の標準誤差		0.062	0.051
平均値の差の有意差検定			
t		2.446	2.969
p値(片側)		0.014	0.010
p値(両側)		0.028	0.021
平均値の差の区間推定			
α	0.050		
t(α)		2.145	2.365
下側		0.02	0.03
上側		0.28	0.27

修正



表示 3.5.3

個体番号	投与前	投与後	差
1	3.31	3.39	0.08
2	2.87	3.29	0.42
3	3.09	3.20	0.11
4	2.73	3.01	0.28
5	3.18	3.17	-0.01
6	3.02	3.09	0.07
7	2.95	3.17	0.22
8	3.05	3.09	0.04
n	8	8	8
平均	3.03	3.18	0.151
平方和	0.227	0.102	0.145
自由度	7	7	7
平均平方		0.023	0.021
平均値の差の標準誤差		0.077	0.051
平均値の差の有意差検定			
t		1.975	2.9694
p値(片側)		0.034	0.0104
p値(両側)		0.068	0.0208
平均値の差の区間推定			
α	0.050		
t(α)		2.145	2.3646
下側		-0.01	0.0308
上側		0.32	0.2717

●データ

表示 3.5.1 のデータを修正

個体番号 4

投与前 2.93 → 2.73 (−0.2)

投与後 3.21 → 3.01 (−0.2)

差 (効果) を維持

個体間のばらつきを増大

被験者 4 の測定前の値が

たまたま低目だった

示した効果は同じだったという想定

元データ (表示 3.5.1)

個体番号	投与前	投与後	差
1	3.31	3.39	0.08
2	2.87	3.29	0.42
3	3.09	3.20	0.11
4	2.93	3.21	0.28
5	3.18	3.17	-0.01
6	3.02	3.09	0.07
7	2.95	3.17	0.22
8	3.05	3.09	0.04
s.d.	0.13	0.09	0.13

修正データ (表示 3.5.3)

個体番号	投与前	投与後	差
1	3.31	3.39	0.08
2	2.87	3.29	0.42
3	3.09	3.20	0.11
4	2.73	3.01	0.28
5	3.18	3.17	-0.01
6	3.02	3.09	0.07
7	2.95	3.17	0.22
8	3.05	3.09	0.04
s.d.	0.17	0.11	0.13

修正
投与前、投与後
いずれも 0.2 を引く
差は 0.28 で変化なし

個体間のバラツキ増大

変化なし

対応のある t 検定の利点

● データ

表示 3.5.1 のデータを修正

個体番号 4

投与前 2.93 → 2.73 (−0.2)

投与後 3.21 → 3.01 (−0.2)

差 (効果) を維持

個体間のばらつきを増大

被験者 4 の測定前の値が

たまたま低目だった

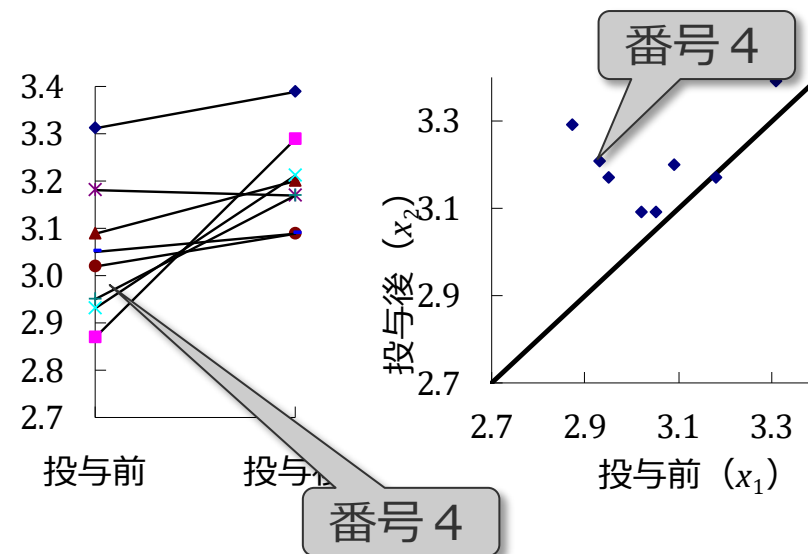
示した効果は同じだったという想定

2 種類の仮説検定の結果は

どのように変わるか？

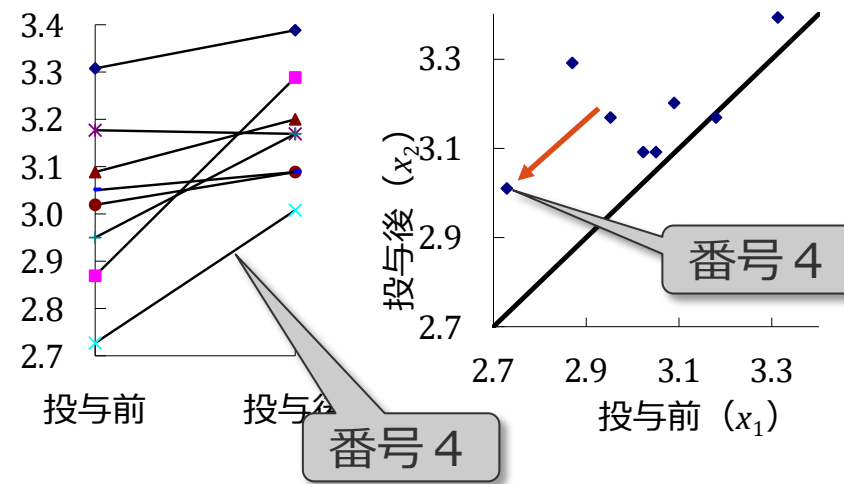
元データ (表示 3.5.1)

個体番号	投与前	投与後	差
1	3.31	3.39	0.08
2	2.87	3.29	0.42
3	3.09	3.20	0.11
4	2.93	3.21	0.28
5	3.18	3.17	-0.01
6	3.02	3.09	0.07
7	2.95	3.17	0.22
8	3.05	3.09	0.04
s.d.	0.13	0.09	0.13



修正データ (表示 3.5.3)

個体番号	投与前	投与後	差
1	3.31	3.39	0.08
2	2.87	3.29	0.42
3	3.09	3.20	0.11
4	2.73	3.01	0.28
5	3.18	3.17	-0.01
6	3.02	3.09	0.07
7	2.95	3.17	0.22
8	3.05	3.09	0.04
s.d.	0.17	0.11	0.13



対応のある t 検定の利点

● データ

元データ

表示 3.5.1

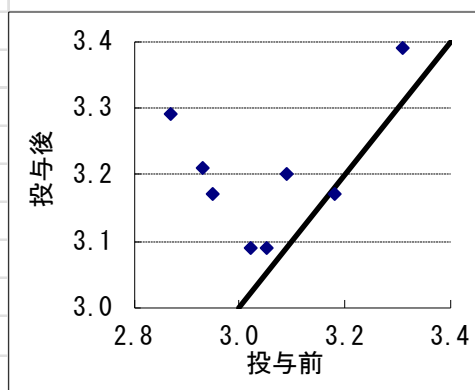
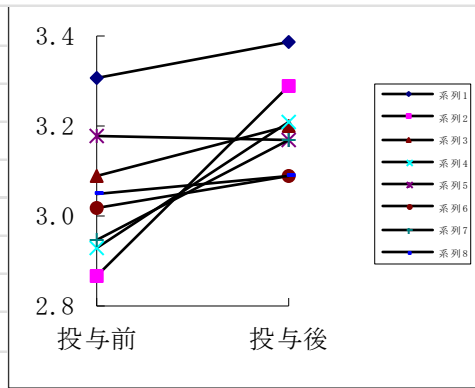
個体番号	投与前	投与後	差
1	3.31	3.39	0.08
2	2.87	2.99	0.12
3	3.09	3.20	0.11
4	2.93	3.21	0.28
5	3.18	3.17	-0.01
6	3.02	3.09	0.07
7	2.95	3.17	0.22
8	3.05	3.09	0.04
n	8	8	8
平均	3.050	3.201	0.151
平方和	0.144	0.070	0.145
自由度	7	7	7
平均平方		0.015	0.021
平均値の差の標準誤差		0.062	0.051
平均値の差の有意差検定			
t		2.446	2.969
p値(片側)		0.014	0.010
p値(両側)		0.028	0.021
平均値の差の区間推定			
α	0.050		
t(α)		2.145	2.365
下側		0.02	0.03
上側		0.28	0.27

修正

修正データ

表示 3.5.3

個体番号	投与前	投与後	差
1	3.31	3.39	0.08
2	2.87	3.29	0.42
3	3.09	3.20	0.11
4	2.73	3.01	0.28
5	3.18	3.17	-0.01
6	3.02	3.09	0.07
7	2.95	3.17	0.22
8	3.05	3.09	0.04
n	8	8	8
平均	3.03	3.18	0.151
平方和	0.227	0.102	0.145
自由度	7	7	7
平均平方		0.023	0.021
平均値の差の標準誤差		0.077	0.051
平均値の差の有意差検定			
t		1.975	2.9694
p値(片側)		0.034	0.0104
p値(両側)		0.068	0.0208
平均値の差の区間推定			
α	0.050		
t(α)		2.145	2.3646
下側		-0.01	0.0308
上側		0.32	0.2717



データ

t 検定
対応のある t 検定

取り出して
別表で比較

対応のある t 検定の利点

● 仮説検定の結果

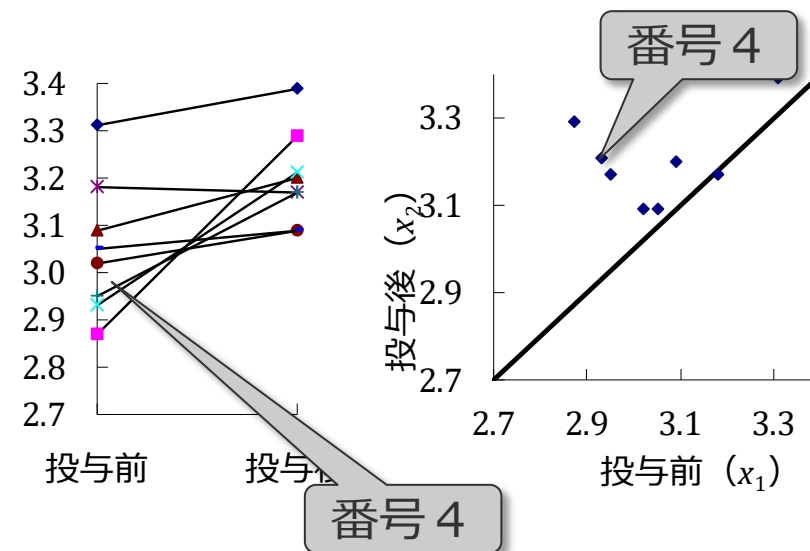
表示 3.5.1 のデータを修正

差を維持、個体間のばらつきを増大

t 検定と対応のある t 検定の結果を比較

元データ (表示 3.5.1)

個体番号	投与前	投与後	差
1	3.31	3.39	0.08
2	2.87	3.29	0.42
3	3.09	3.20	0.11
4	2.93	3.21	0.28
5	3.18	3.17	-0.01
6	3.02	3.09	0.07
7	2.95	3.17	0.22
8	3.05	3.09	0.04
s.d.	0.13	0.09	0.13



表示 3.5.3
(t 検定)

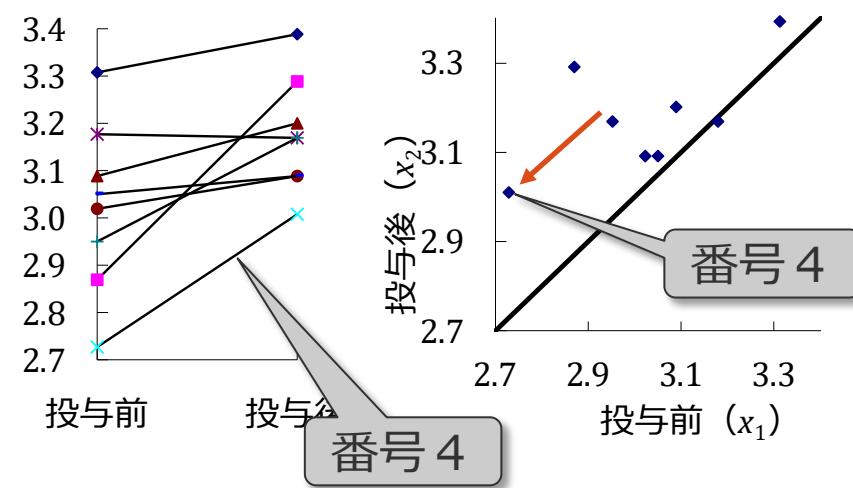
	s.e.	t 値	p 値	信頼区間	
元のデータ	0.062	2.446	0.028	0.02	0.28
修正データ	0.077	1.975	0.068	-0.01	0.32

(対応のある t 検定)

	s.e.	t 値	p 値	信頼区間	
元のデータ	0.051	0.021	0.021	0.03	0.27
修正データ	0.051	0.021	0.021	0.03	0.27

修正データ (表示 3.5.3)

個体番号	投与前	投与後	差
1	3.31	3.39	0.08
2	2.87	3.29	0.42
3	3.09	3.20	0.11
4	2.73	3.01	0.28
5	3.18	3.17	-0.01
6	3.02	3.09	0.07
7	2.95	3.17	0.22
8	3.05	3.09	0.04
s.d.	0.17	0.11	0.13



対応のある t 検定の利点

● 仮説検定の結果、対応のある t 検定の利点

表示 3.5.1 のデータを修正

差を維持、個体間のばらつきを増大

t 検定では $s.e.$ が増大して検出力低下、信頼区間が拡大

個体差が誤差に含まれる

対応のある t 検定では影響なし、

個体差は誤差に含まれないので、差の検出力が高まる

表示 3.5.3
(t 検定)

	s.e.	t 値	p 値	信頼区間
元のデータ	0.062	2.446	0.028	0.02 0.28
修正データ	0.077	1.975	0.068	-0.01 0.32

(対応のある t 検定)

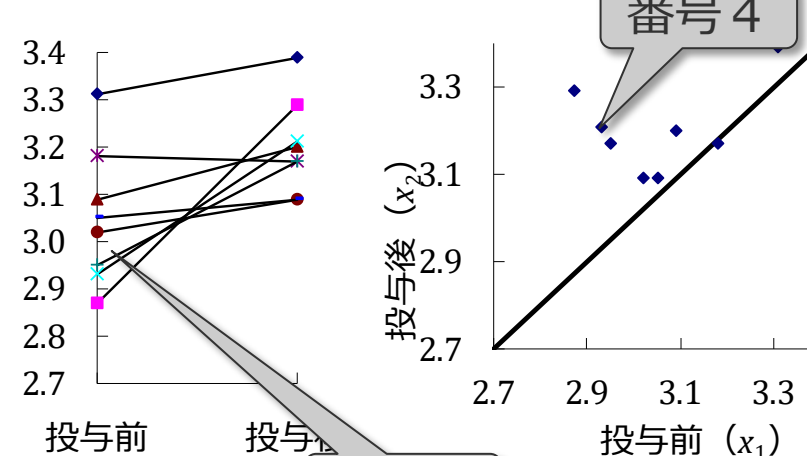
	s.e.	t 値	p 値	信頼区間
元のデータ	0.051	0.021	0.021	0.03 0.27
修正データ	0.051	0.021	0.021	0.03 0.27

↑ 対応のある t 検定の利点

$s.e.$ 増加
 t 値減少、 p 値増加
有意差がなくなった
信頼区間の幅が拡大

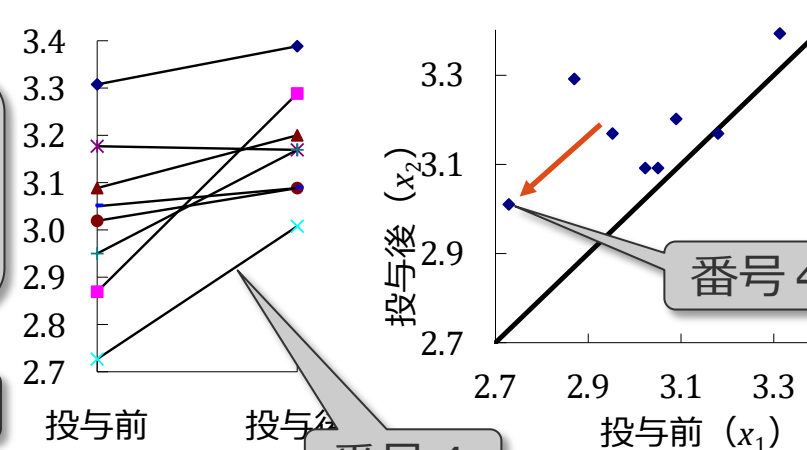
変化なし

元データ (表示 3.5.1)



番号4

修正データ (表示 3.5.3)



番号4



対応のあるデータの解析例

演習 3.5.2



対応のあるデータの解析例：演習 3.5.2

●データと解析内容

以下に示す対応のあるデータを JMP で解析する

個体番号	1	2	3	4	5	6	7	8
投与前	110	125	186	154	208	137	98	180
投与後	126	157	219	189	259	154	110	230

解析する内容

- (1) 対応を無視した通常の t 検定
- (2) 対応のある t 検定
- (3) 散布図による解析
- (4) 一変量の分布による解析（投与前と投与後の差、投与前と投与後の比の解析）
- (5) 対数変換したデータの解析

JMP の解析結果をテキストの Excel を使った結果（p.191）と比較

●データと解析内容

以下に示す対応のあるデータを JMP で解析する

個体番号	1	2	3	4	5	6	7	8
投与前	110	125	186	154	208	137	98	180
投与後	126	157	219	189	259	154	110	230

JMPで新しいデータテーブルを作成し、データを入力

個体番号を「名義尺度」に設定する

列名「個体番号」を右クリック> [尺度] > [名義尺度]
(数値データは自動的に「連続尺度」になるため)

データテーブルを「演習3-5-2横」のファイル名で保存

名義尺度に設定

	個体番号	投与前	投与後
1	1	110	126
2	2	125	157
3	3	186	219
4	4	154	189
5	5	208	259
6	6	137	154
7	7	98	110
8	8	180	230

対応のあるデータの解析例：演習 3.5.2

●対応を無視した通常の t 検定

データテーブルのデータを縦に並び替え

[テーブル] > [列の積み重ね]

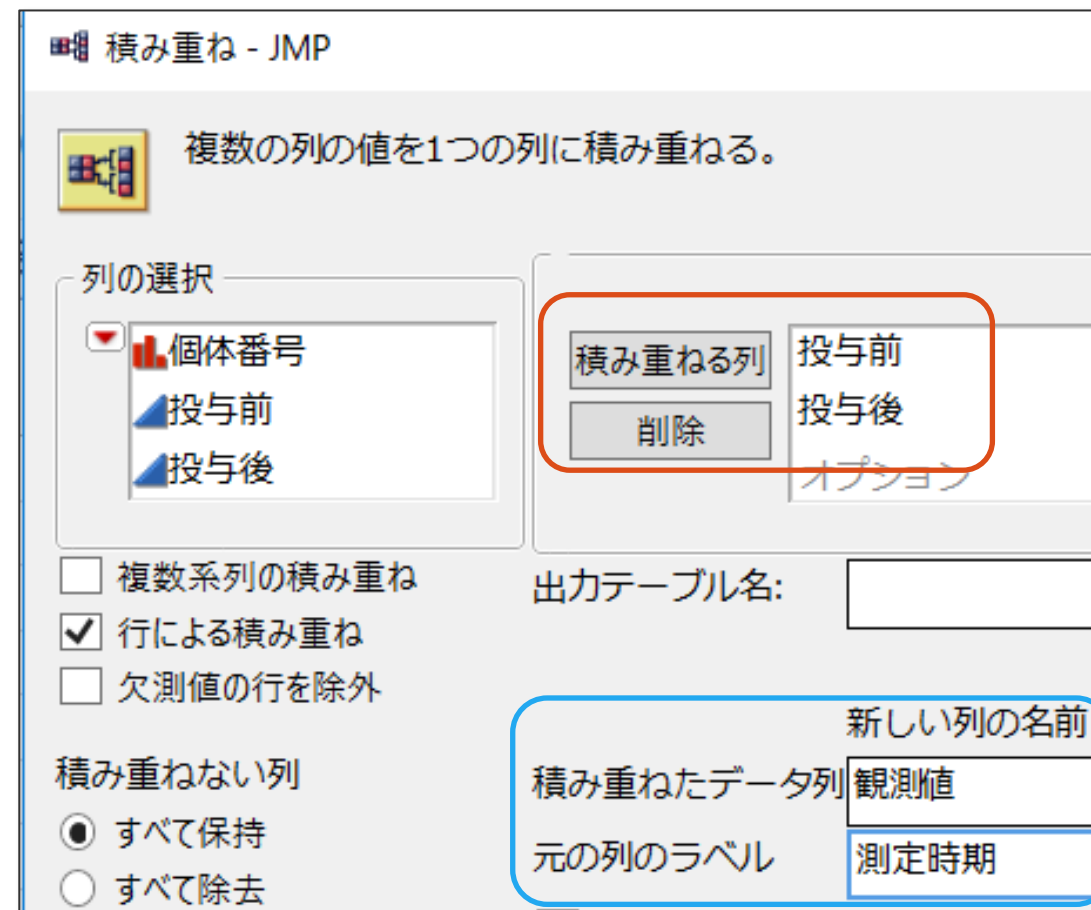
> ダイアログボックス

[積み重ねる列] : 「投与前」「投与後」

[新しい列の名前]

[積み重ねたデータ例] : 「観測値」

[元の列のラベル] : 「測定時期」



対応のあるデータの解析例：演習 3.5.2

- 対応を無視した通常の t 検定
データテーブルのデータを縦に並び替え

積み重ね - JMP

複数の列の値を1つの列に積み重ねる。

列の選択

- ▼ 積み重ねる列
- 投与前
- 投与後

積み重ねる列: 投与前, 投与後

削除

出力テーブル名:

新しい列の名前

積み重ねたデータ列: 観測値

元の列のラベル: 投与前, 投与後

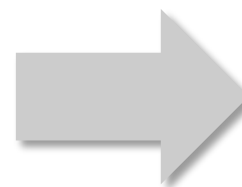
複数系列の積み重ね

行による積み重ね

欠測値の行を除外

積み重ねない列

- すべて保持
- すべて除去



積み重ねたデータ列

元の列のラベル

	個体番号	測定時期	観測値
1	1	投与前	110
2	1	投与後	126
3	2	投与前	125
4	2	投与後	157
5	3	投与前	186
6	3	投与後	219
7	4	投与前	154
8	4	投与後	189
9	5	投与前	208
10	5	投与後	259
11	6	投与前	137
12	6	投与後	154
13	7	投与前	98
14	7	投与後	110
15	8	投与前	180
16	8	投与後	230

●対応を無視した通常の t 検定

変数「測定時期」の値の順序を指定（文字コードで自動設定される）

列名「測定時期」の上で右クリック> [列プロパティ] >

[値の順序] > ダイアログ

データテーブルの保存：「演習3-5-2縦」として保存

「投与前」、「投与後」を選択してクリック

「投与前」が上（先）
「投与後」が下（後）」

	個体番号	測定時期	観測値
1	1	投与前	110
2	1	投与後	126
3	7	投与前	125
4		投与後	157
5		投与前	186
6		投与後	219
		投与前	154
		投与後	189
		投与前	208
10	5	投与後	259
11	6	投与前	137
12	6	投与後	154
13	7	投与前	98
14	7	投与後	110
15	8	投与前	180
16	8	投与後	230

「測定時期」の列名の上で右クリック

対応のあるデータの解析例：演習 3.5.2

●対応を無視した通常の t 検定

「演習3-5-2縦」のデータテーブルを使用
[分析] > [二変量の関係] > ダイアログボックス
ダイアログボックスでの設定

二変量の関係 - JMP

各Xに対するYの分布。いろいろな分析の種類がある。

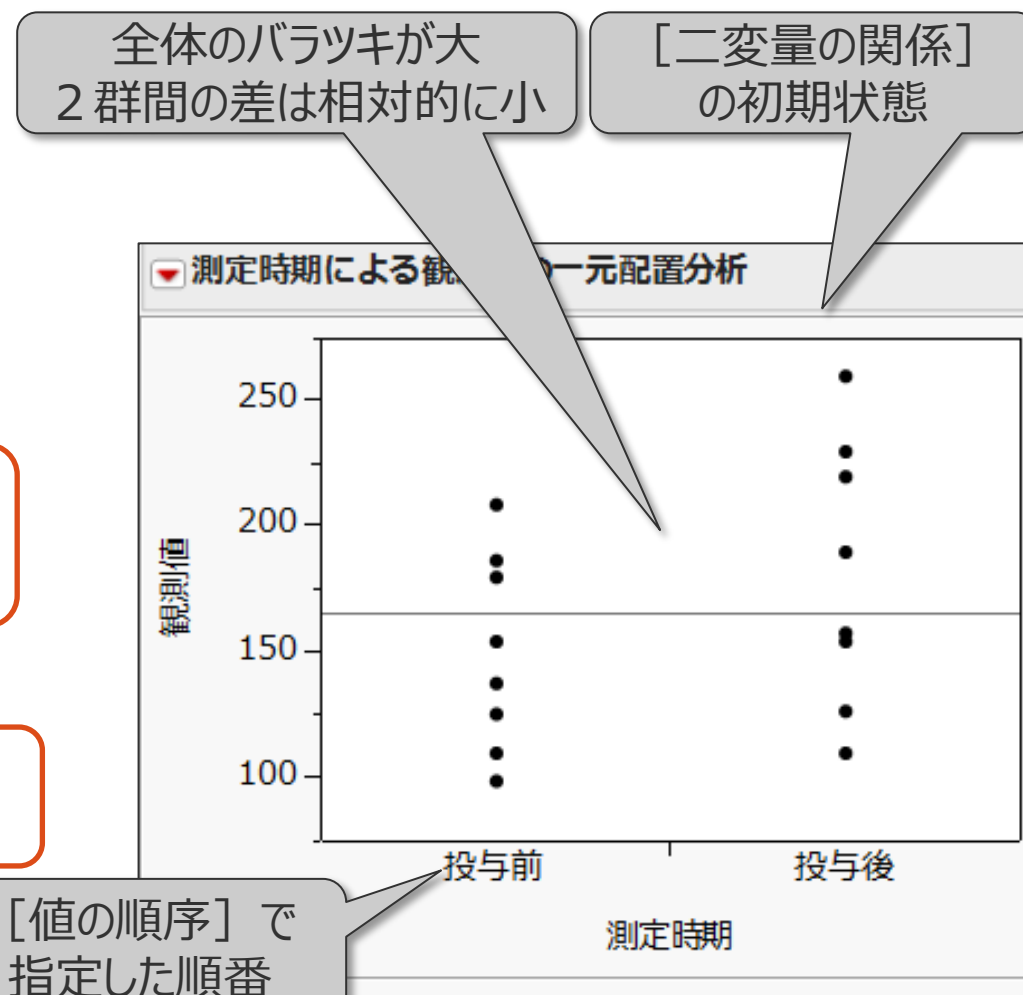
列の選択

- 個体番号
- 測定時期
- 観測値

Y, 目的変数 観測値

X, 説明変数 測定時期

選択した列に役割を割り当てる



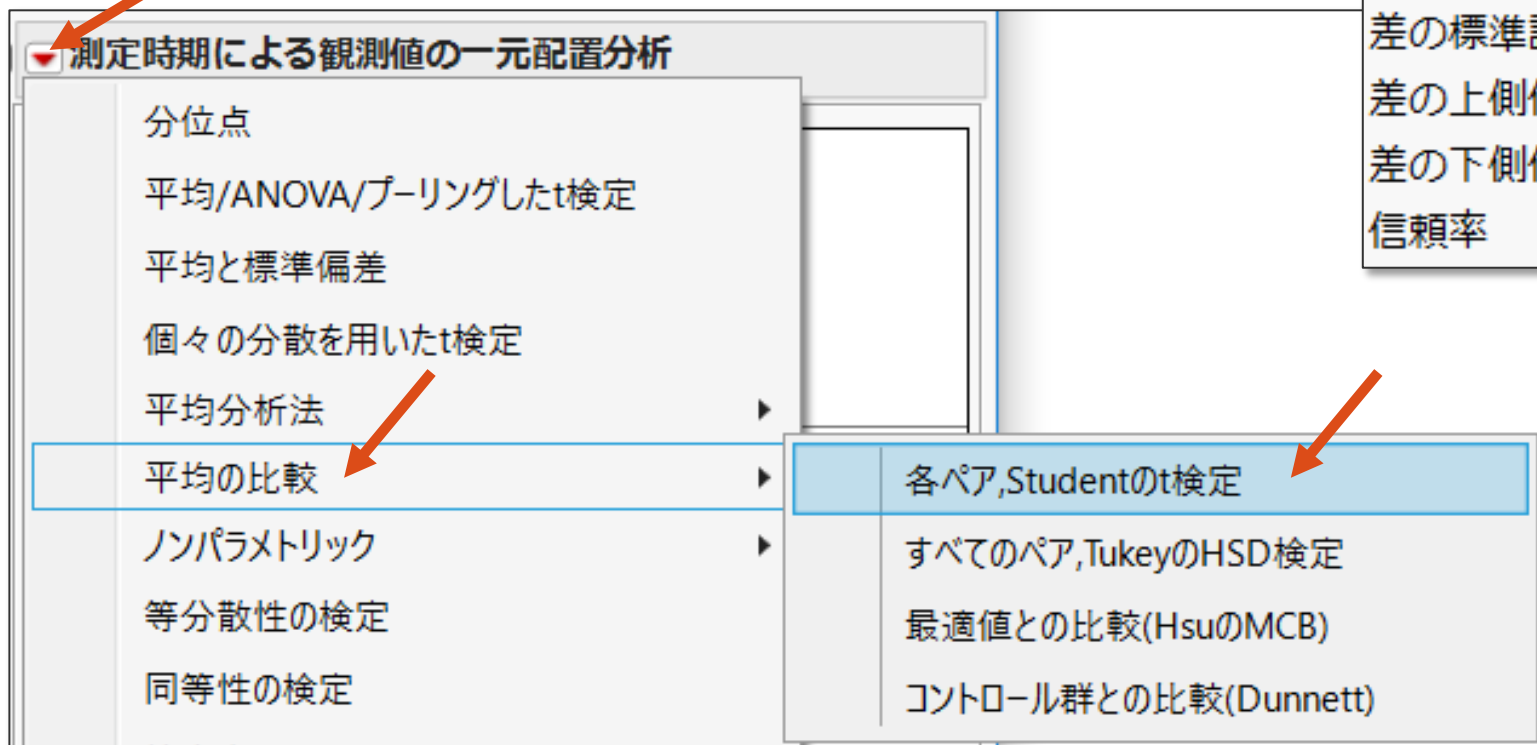
対応のあるデータの解析例：演習 3.5.2

●対応を無視した通常の t 検定

▼オプション> [平均の比較]

> [各ペア、Studentのt検定]

表示 3.9.7 (p.192) の Excel の結果と一致



表示 3.9.7 の一部に相当

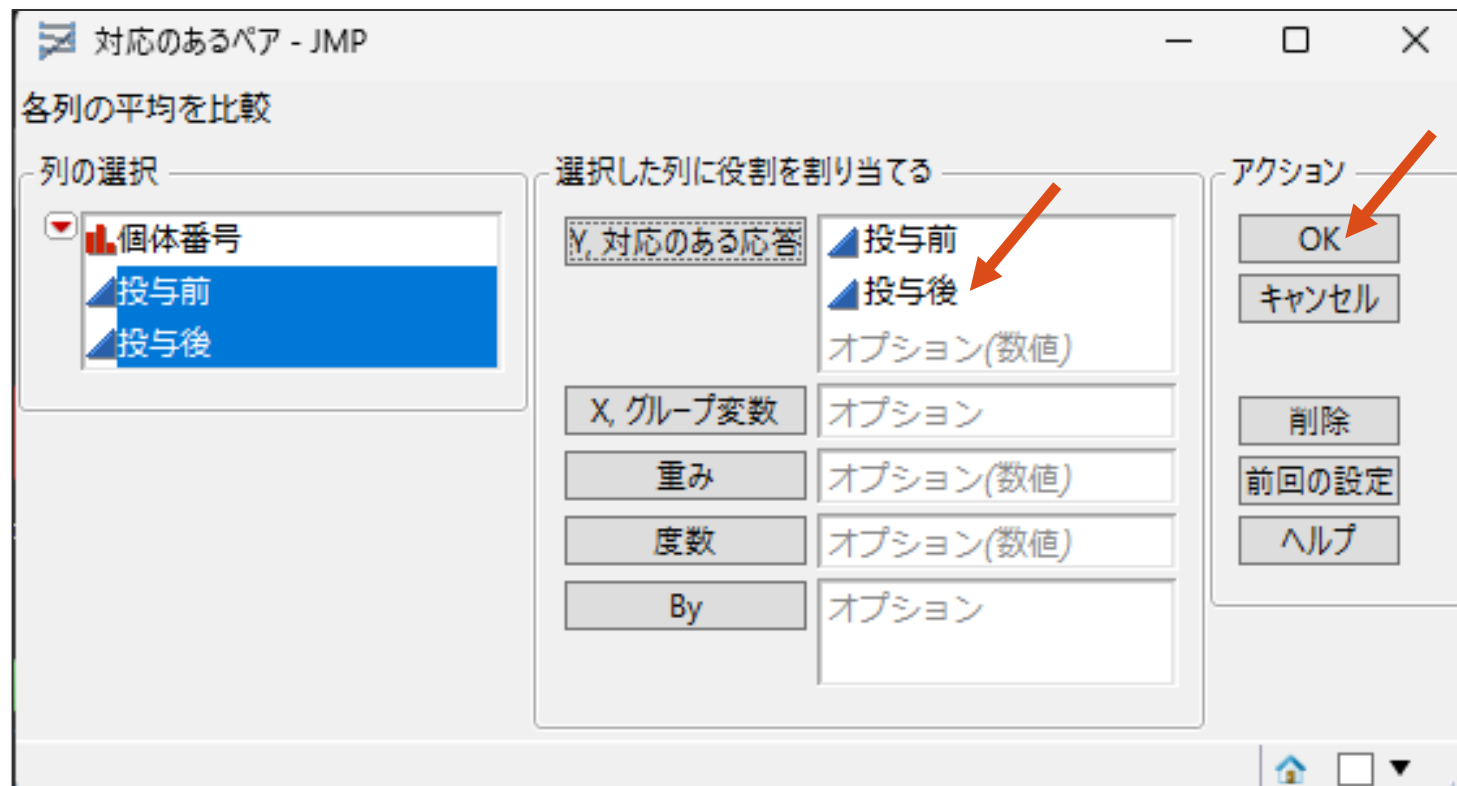
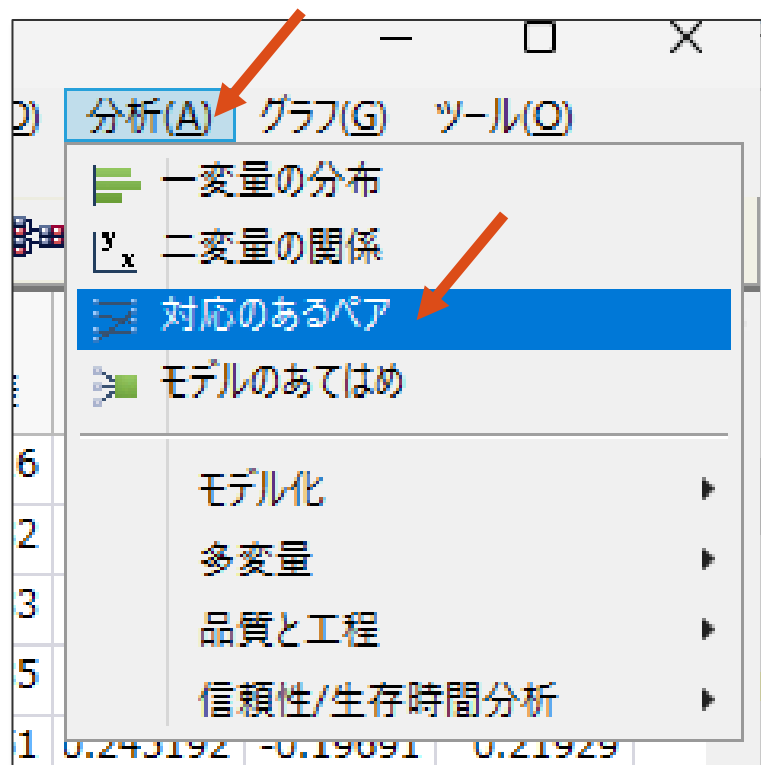
t検定			
投与後-投与前			
分散が等しいと仮定			
差	30.750	t値	1.327766
差の標準誤差	23.159	自由度	14
差の上側信頼限界	80.422	p値(Prob> t)	0.2055
差の下側信頼限界	-18.922	p値(Prob>t)	0.1027
信頼率	0.95	p値(Prob<t)	0.8973

両者の平均値の間に
有意差は認められない

対応を無視した
誤った解析

●対応のある t 検定

「演習3-5-2横」として保存したデータテーブルを使用
[分析] > [対応のあるペア] > ダイアログボックス



対応のあるデータの解析例：演習 3.5.2

●対応のある t 検定

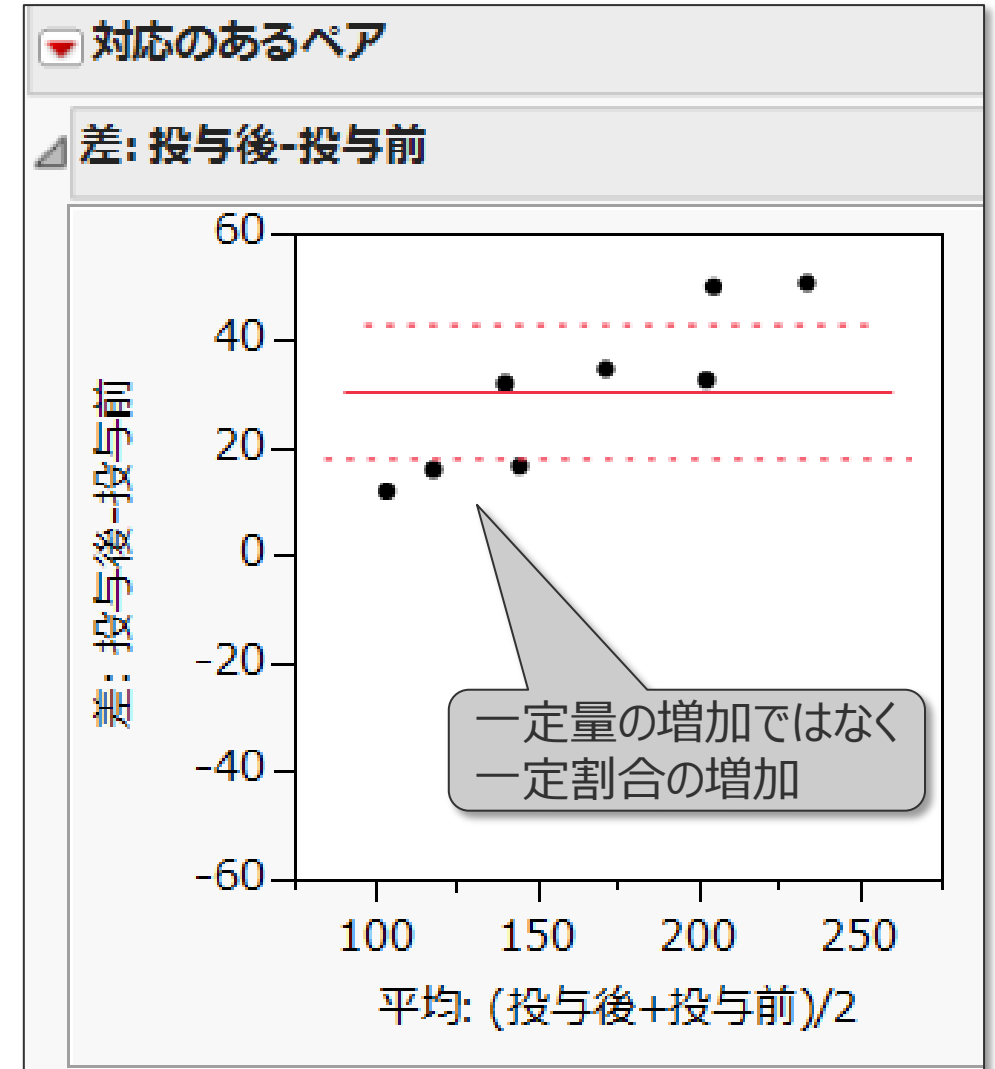
表示 3.9.7 (p.192) の Excel の結果と一致

対応を考慮すると両者の差は高度に有意

Bland-Altman Plot により一定割合の増加を確認

→ 散布図

投与後	180.5	t値	5.819561
投与前	149.75	自由度	7
差の平均	30.75	p値(Prob> t)	0.0007*
標準誤差	5.2839	p値(Prob>t)	0.0003*
上側95%	43.2444	p値(Prob<t)	0.9997
下側95%	18.2556		
N	8		
相関	0.99028		



● 散布図による解析

投与前と投与後の散布図を作成（散布図については、[§4.1](#)で解説）

「演習3-5-2横」のデータテーブルで、[分析] > [二変量の関係] > ダイアログボックス

二変量

Y, 目的変数 ▲ 投与後
オプション

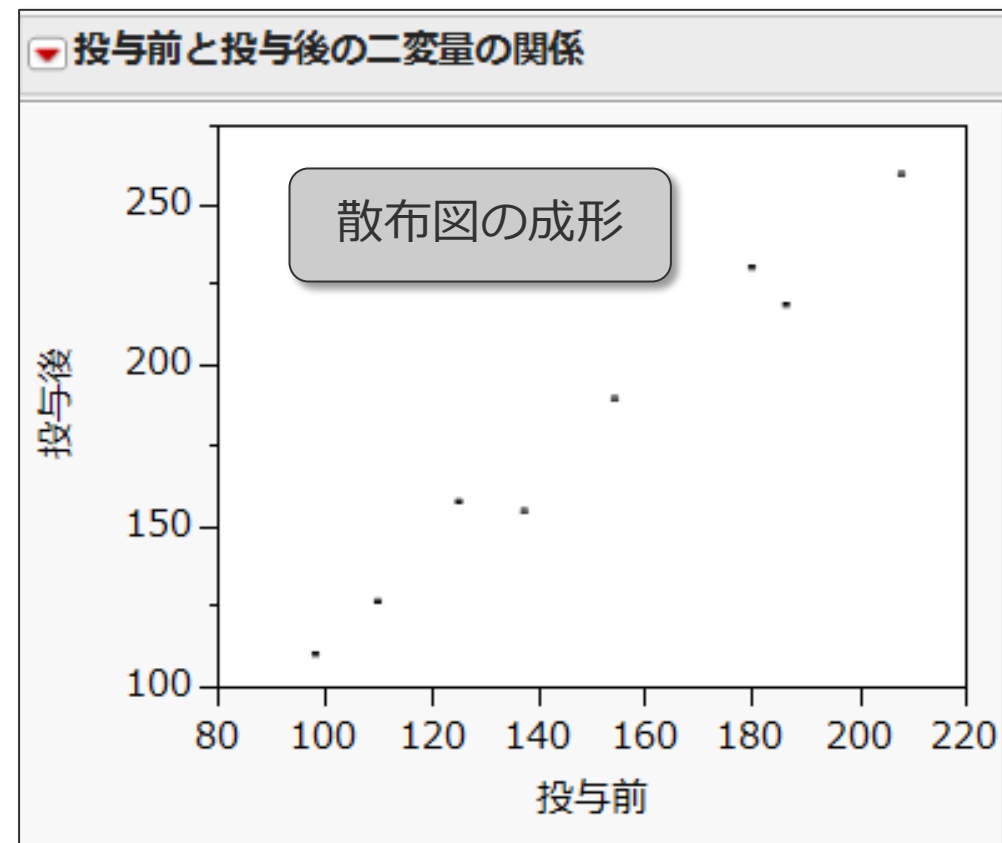
X, 説明変数 ▲ 投与前
オプション

アクション

OK
キャンセル
削除
前回の設定
ヘルプ

ブロック オプション
重み オプション
度数 オプション
By オプション

Y, 目的変数：投与後
X, 説明変数：投与前



● 散布図による解析

散布図の成形

グラフの上にカーソルを置いて右クリック

> プルダウンメニュー

[マーカーサイズ] の変更

[サイズ/スケール] > [X軸...]、[Y軸...]

目盛の変更 x軸：0～300、間隔50

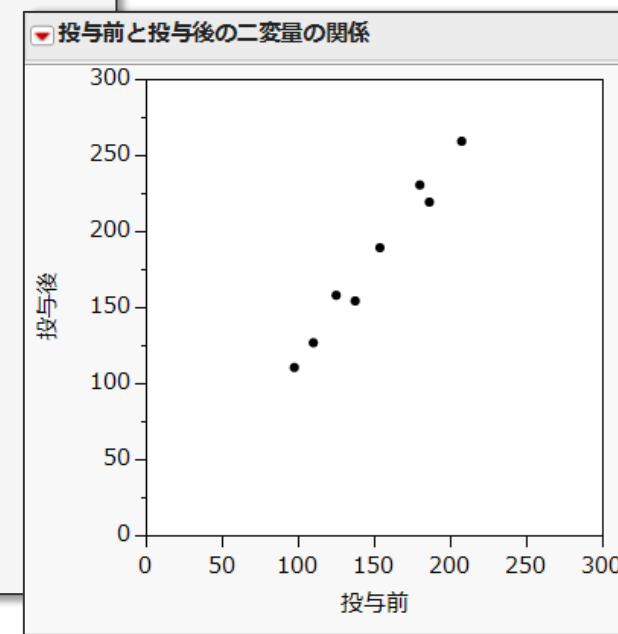
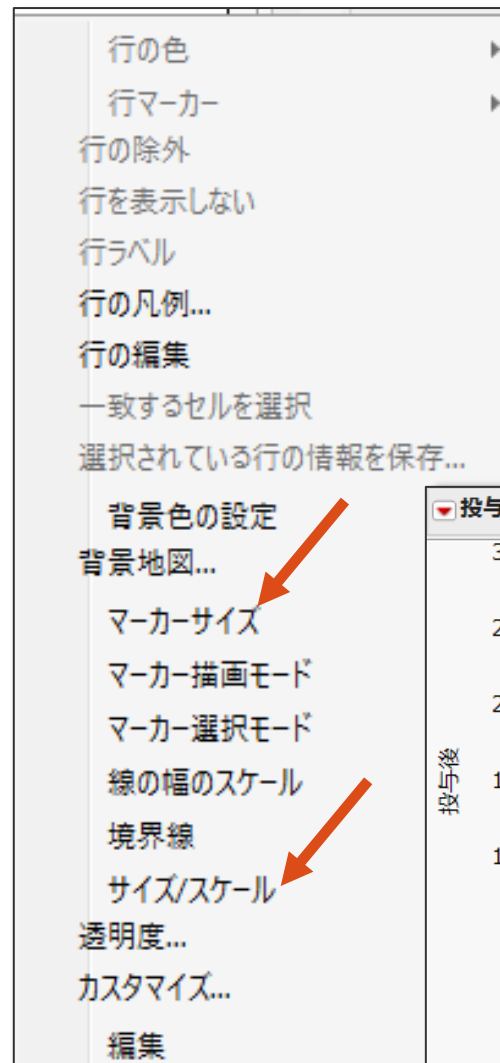
y軸：0～300、間隔50

[サイズ/スケール] > [フレームサイズ]

左右：240ピクセル

上下：240ピクセル

(横軸と縦軸を同じ長さにする)



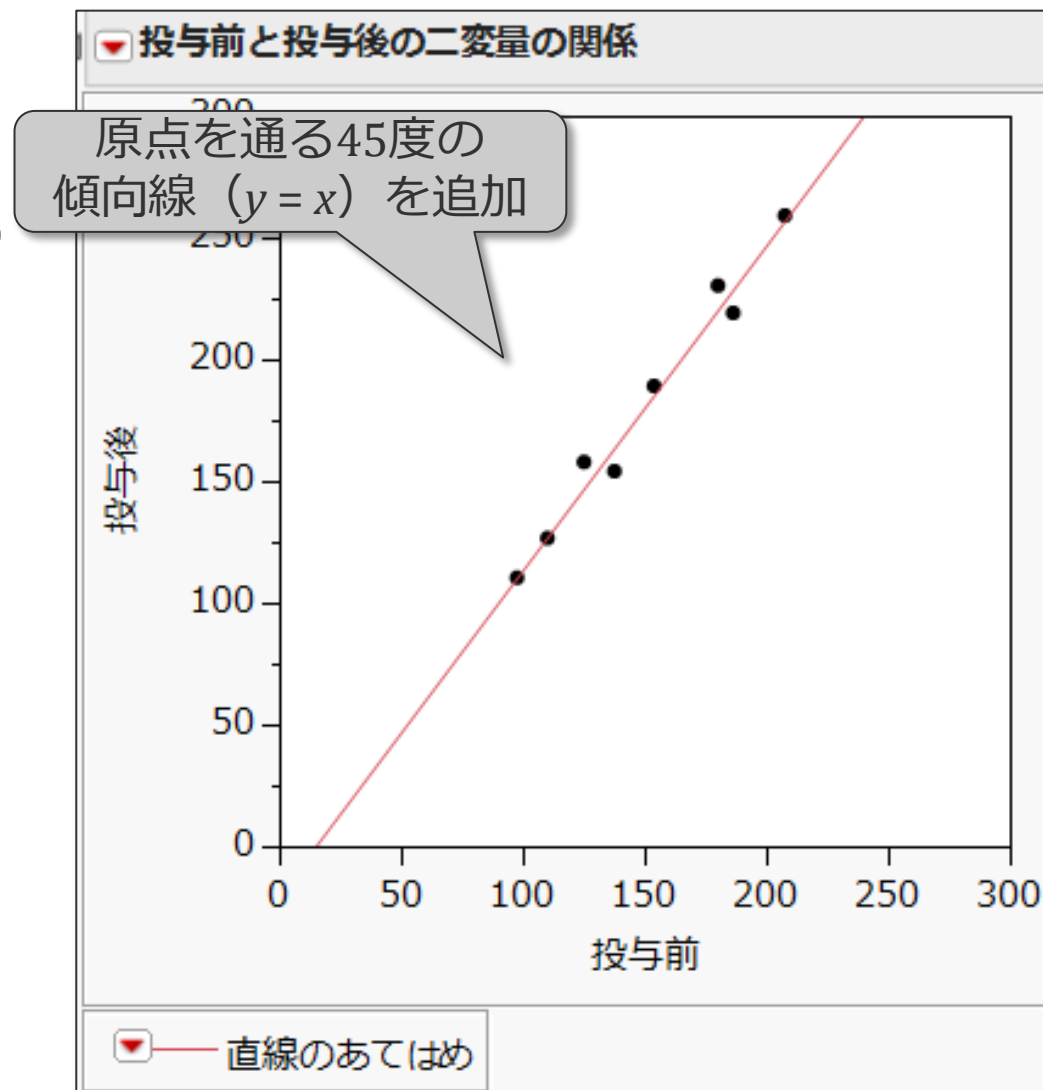
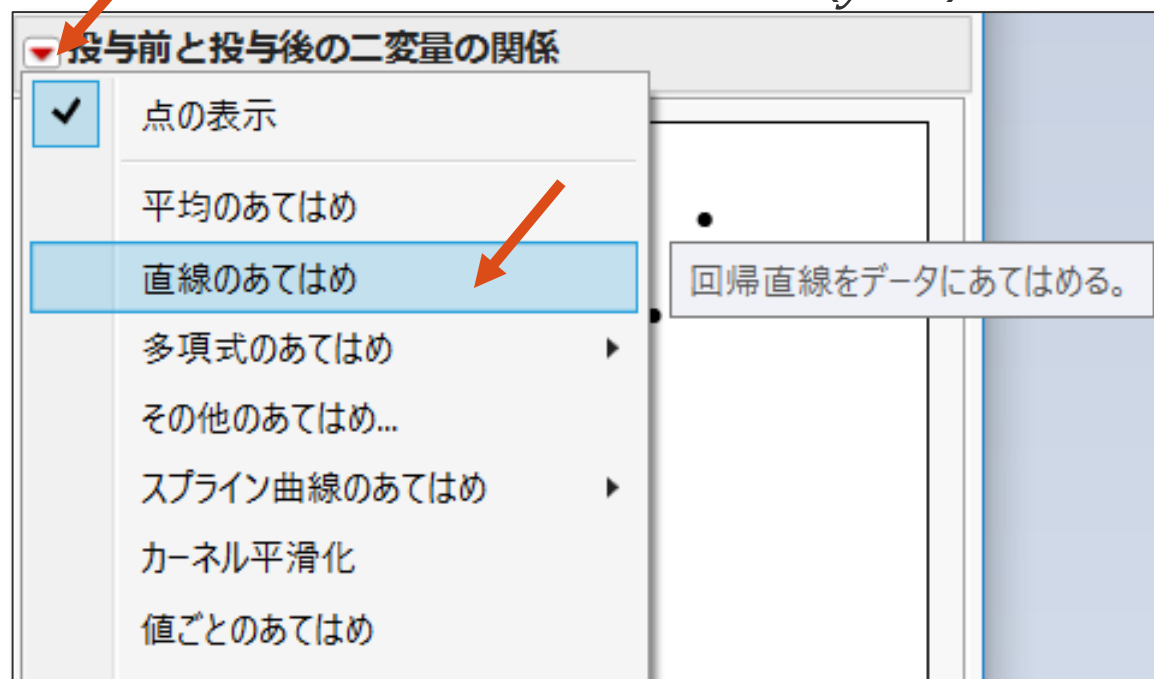
● 散布図による解析

▼ オプション > [直線のあてはめ]

(回帰直線 [§4.3](#) p.225)

この近似直線と原点を通る45度の傾向線と比較

$$(y = x)$$



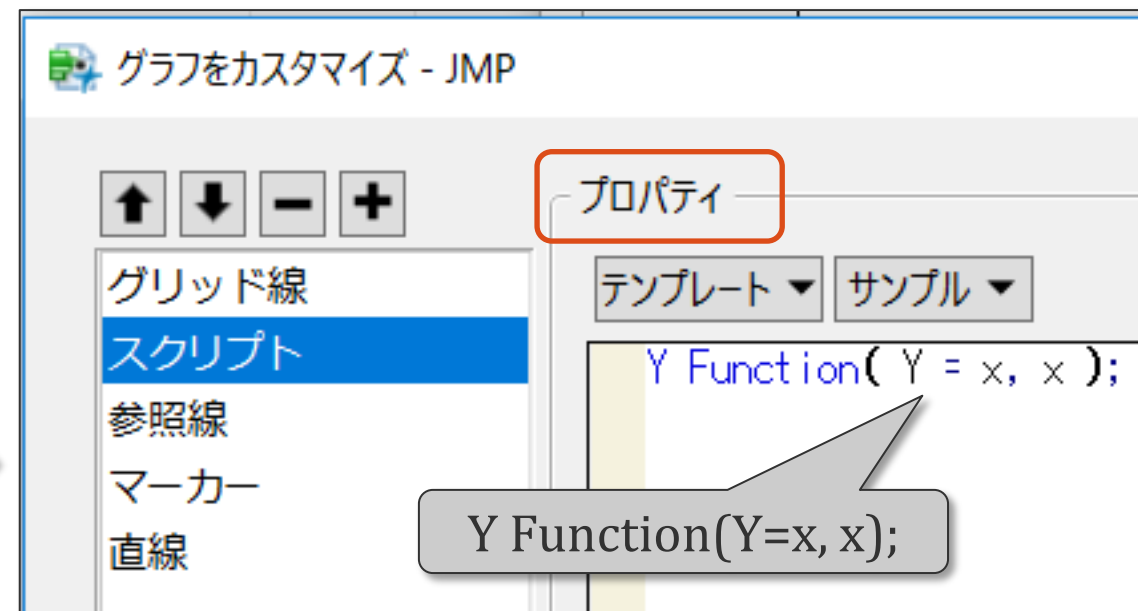
● 散布図による解析

散布図に $y = x$ の線を追加

グラフの上にカーソルを置いて右クリック > [カスタマイズ...] > ダイアログボックス

プラス「+」をクリックして [スクリプト] を追加表示

プロパティに式を入力、[OK]



●散布図による解析

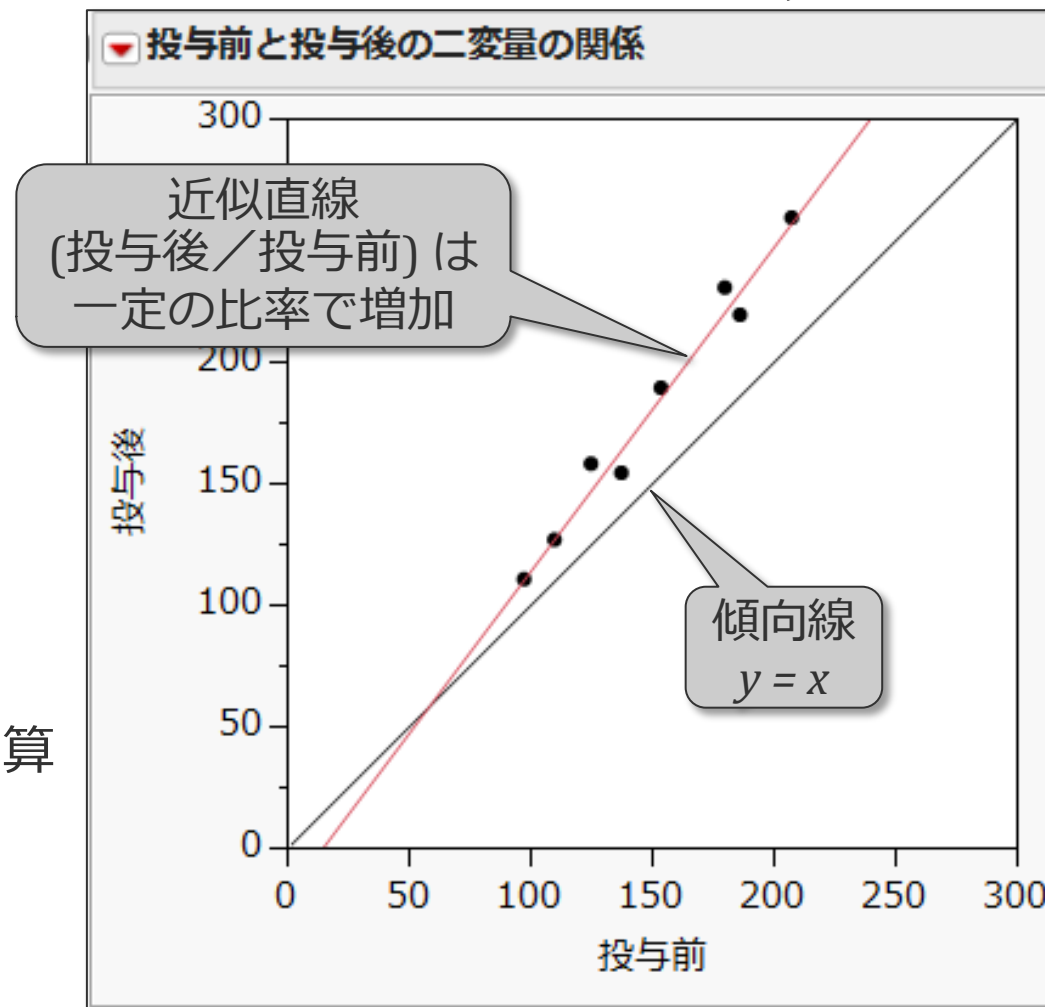
原点を通る45度の傾向線 ($y=x$) と近似直線を比較
点は傾向線より上にあり、投与後は値が増加
近似直線は、傾向線と平行ではない
すなわち、投与後 - 投与前 = 一定ではない

近似直線は、ほぼ原点を通る直線
投与後 / 投与前 は一定の傾向

↓

(投与後 - 投与前)の差、 (投与後 / 投与前)の比を計算

表示 3.9.6 投与前と投与後の関係 (JMP による)



対応のあるデータの解析例：演習 3.5.2

●投与前後の「差」、「比」、「対数の差」の比較

投与後／投与前が1と有意に異なるか

差：投与後－投与前 投与前後の増減が0かどうかを検定する

比：投与後／投与前－1 投与前に対する増減割合、投与効果の指標が0かどうかを検定

投与前／投与後－1 投与後に対する増減割合、投与効果の指標が0かどうかを検定

対数の差： $\ln(\text{投与後}) - \ln(\text{投与前})$

$\ln(\text{投与後})_j - \ln(\text{投与前})$

$$\begin{aligned} & \text{投与後} / \text{投与前} - 1 \\ &= \text{投与後} / \text{投与前} - \text{投与前} / \text{投与前} \\ &= (\text{投与後} - \text{投与前}) / \text{投与前} \\ & \dots \text{投与前に対しての増減割合} \end{aligned}$$

列の新設（計算式の入力）

「対数の差」を例に説明

	个体番号	投与前	投与後	差	後/前-1	前/後-1	対数の差
1	1	110	126	16	0.1454545	-0.1269841	0.13580154
2	2	125	157	32	0.256	-0.2038216	0.22793206
3	3	186	219	33	0.1774193	-0.1506849	0.16332505
4	4	154	189	35	0.2272727	-0.1851851	0.20479441
5	5	208	259	51	0.2451923	-0.1969111	0.21928998
6	6	137	154	17	0.1240875	-0.1103896	0.11697167
7	7	98	110	12	0.1224489	-0.1090909	0.11551288
8	8	180	230	50	0.2777777	-0.2173913	0.24512245

対応のあるデータの解析例：演習 3.5.2

●列の追加と計算式の入力

新規の列の上で右クリック

[列の新規作成...] > ダイアログ

列名「対数の差」を入力

[列プロパティ] > [計算式]

> 計算式の入力画面

新規の列の上で右クリックした状態

列がない所で、
右クリック

	個体番号	投与前	投与後	
1	1	110	126	列の新規作成... 複数の列を追加... 行の追加...
2	2	125	157	
3	3	186	219	
4	4	154	189	

列の新規作成 - JMP

無題9の新しい列

列名

ロック

データタイプ

尺度

表示形式 総桁数

桁区切り(.)を使用

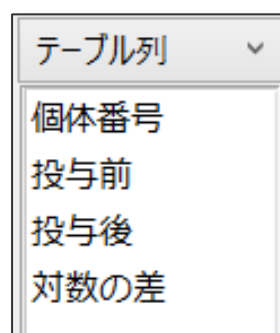
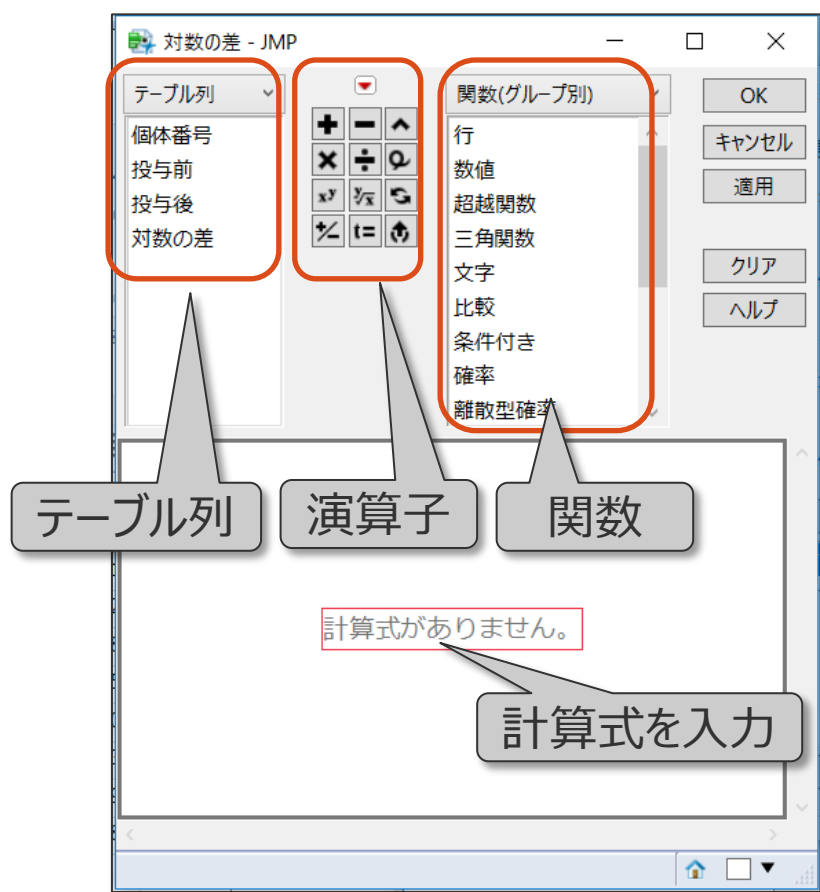
データの初期値

列プロパティ

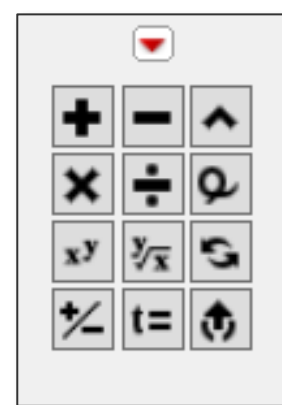
- 計算式
- ノート
- 範囲チェック
- リストチェック
- 欠測値のコード
- 値ラベル

●列の追加と計算式の入力

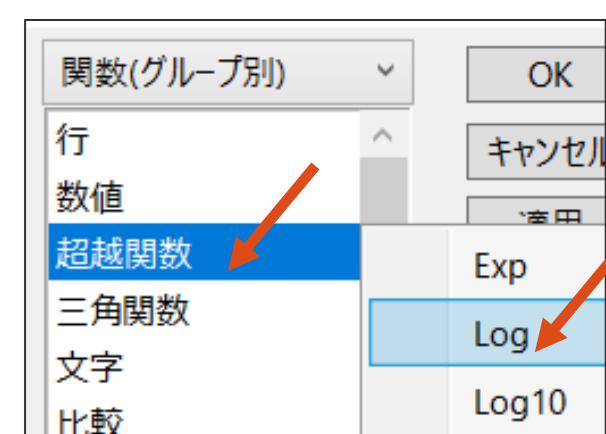
「対数の差」の列には、「 $\ln(\text{投与後}) - \ln(\text{投与前})$ 」の計算結果を表示させる



テーブル列から
変数を選択



演算子を選択
キーボードを
使わない



関数を選択
自然対数は「Log」
その他多くの関数がある

●列の追加と計算式の入力

(1) [関数] > [超越関数] > 「Log」を選択

Log [] 入力する部分

(2) [テーブル列] > 「投与後」を選択

Log [投与後]

(3) 赤枠の位置を移動（カーソル、↑↓キー）

Log [投与後] 対数の外側に移動

(4) [演算子] > 「-」を選択

Log [投与後] -

(5) [関数] > [超越関数] > 「Log」を選択

Log [投与後] - Log []

(6) [テーブル列] > 「投与前」を選択

Log [投与後] - Log [投与前] 完成形

(注意) (3)の操作をしないと、下記のように対数の中に「-」が入る
赤枠の位置を使いこなすことがポイント

Log [投与後 -]

対応のあるデータの解析例：演習 3.5.2

●列の追加と計算式の入力

計算式が入力できたら、[OK]

新規の列が作成される

	▼	▼	▼	▼	
	▼	▼	▼	▼	
	▼	▼	▼	▼	
	▼	▼	▼	▼	
	1	1	110	126	0.1358015412
	2	2	125	157	0.227932068
	3	3	186	219	0.1633250561
	4	4	154	189	0.2047944126

新規の列

対数の差 - JMP

テーブル列 ▼

関数(グループ別) ▼

OK

キャンセル

適用

クリア

ヘルプ

入力した計算式

Log[投与後] - Log[投与前]

●列の追加と計算式の入力

新規に列を作成

「差」：投与後－投与前

「後/前－1」：投与後／投与前－1

「前/後－1」：投与前／投与後－1

「対数の差」： $\ln(\text{投与後}) - \ln(\text{投与前})$

(列の位置は関係しない)

表示 3.9.7 に相当する JMP のデータテーブル

	个体番号	投与前	投与後	差	後/前-1	前/後-1	対数の差
1	1	110	126	16	0.1454545	-0.1269841	0.13580154
2	2	125	157	32	0.256	-0.2038216	0.22793206
3	3	186	219	33	0.1774193	-0.1506849	0.16332505
4	4	154	189	35	0.2272727	-0.1851851	0.20479441
5	5	208	259	51	0.2451923	-0.1969111	0.21928998
6	6	137	154	17	0.1240875	-0.1103896	0.11697167
7	7	98	110	12	0.1224489	-0.1090909	0.11551288
8	8	180	230	50	0.2777777	-0.2173913	0.24512245

- [一変量の分布] による解析：投与前後の「差」、「比」、「対数の差」の比較
 - 「差」、投与後 - 投与前
 - 「後/前 - 1」：投与後 / 投与前 - 1
 - 「前/後 - 1」：投与前 / 投与後 - 1
 - 「対数の差」： $\ln(\text{投与後}) - \ln(\text{投与前})$

これらの平均が 0 であるか否かの検定

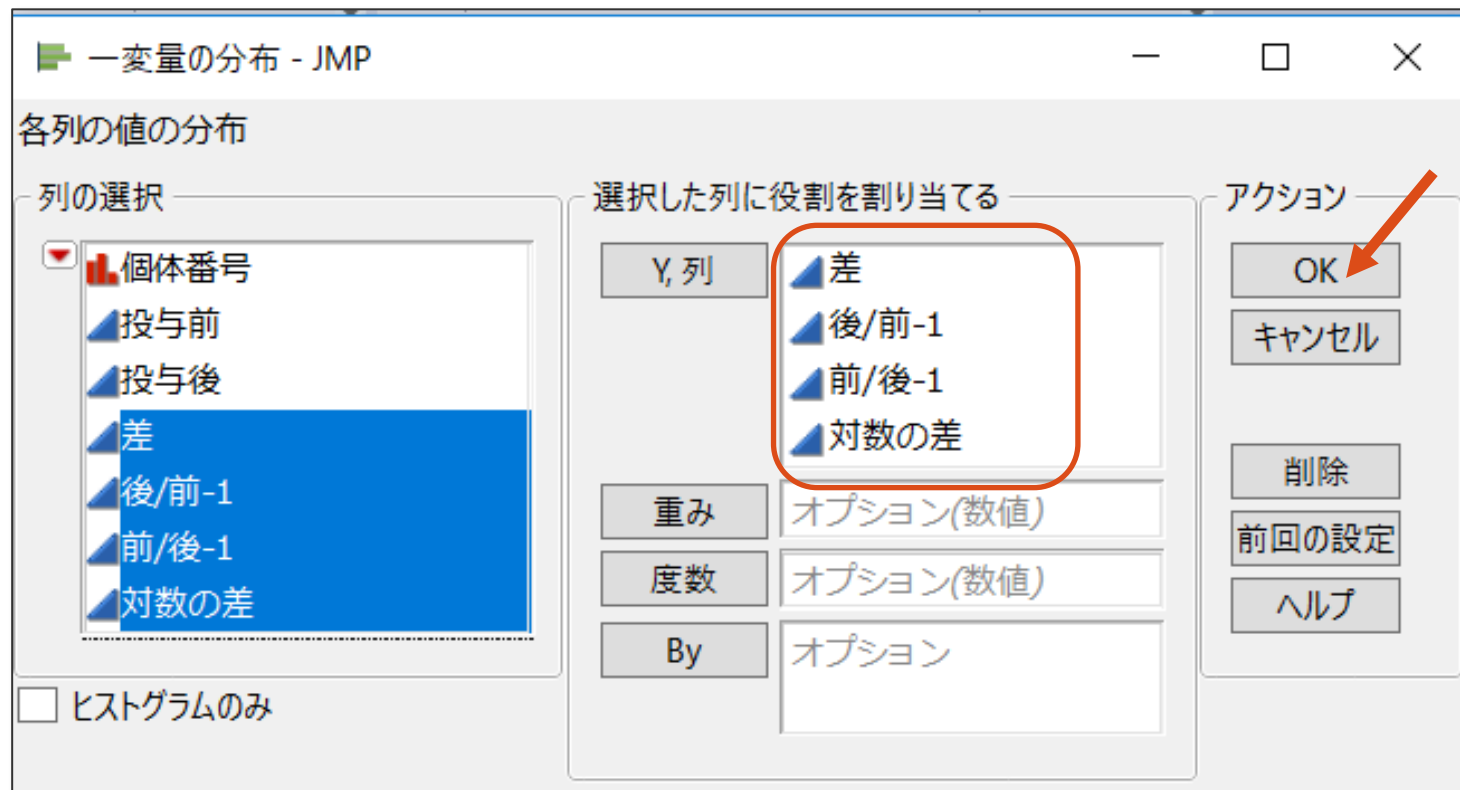
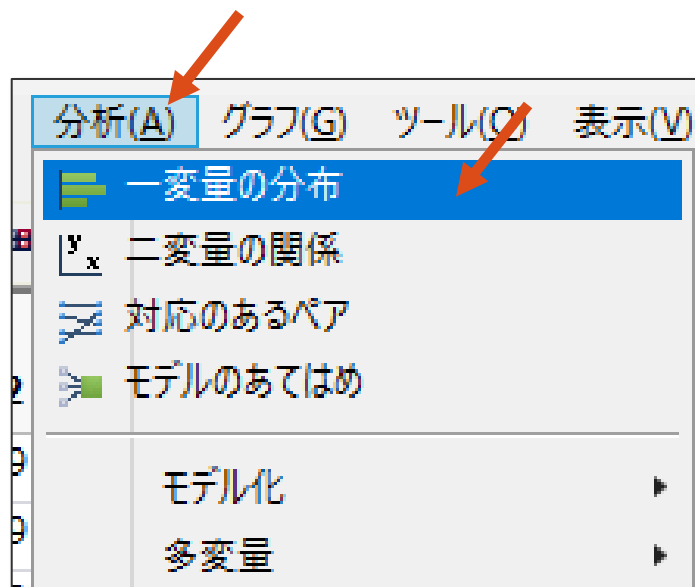
[一変量の分布] を利用 ([§ 2.6](#))

表示 3.9.7 に相当する JMP のデータテーブル

	个体番号	投与前	投与後	差	後/前-1	前/後-1	対数の差
1	1	110	126	16	0.1454545	-0.1269841	0.13580154
2	2	125	157	32	0.256	-0.2038216	0.22793206
3	3	186	219	33	0.1774193	-0.1506849	0.16332505
4	4	154	189	35	0.2272727	-0.1851851	0.20479441
5	5	208	259	51	0.2451923	-0.1969111	0.21928998
6	6	137	154	17	0.1240875	-0.1103896	0.11697167
7	7	98	110	12	0.1224489	-0.1090909	0.11551288
8	8	180	230	50	0.2777777	-0.2173913	0.24512245

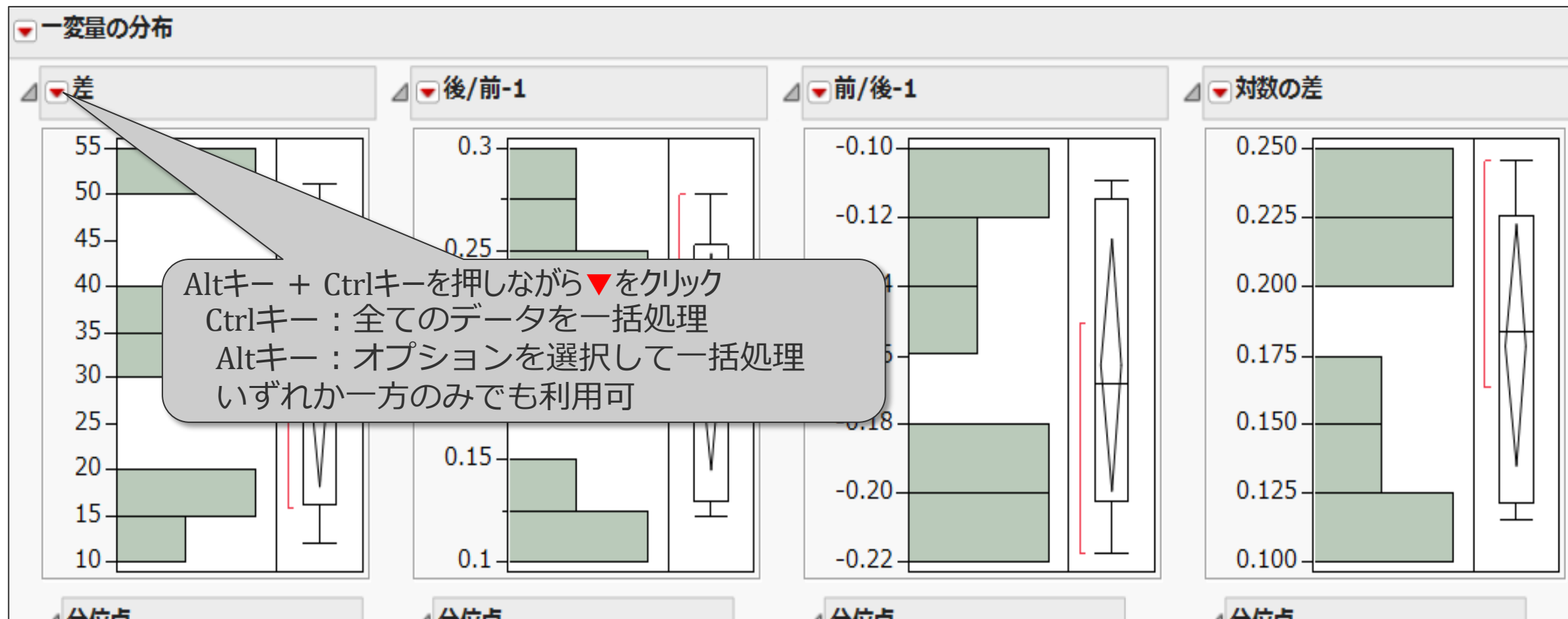
対応のあるデータの解析例：演習 3.5.2

- [一変量の分布] による解析：投与前後の「差」、「比」、「対数の差」の比較
[分析] > [一変量の分布] > ダイアログボックス



対応のあるデータの解析例：演習 3.5.2

- [一変量の分布] による解析：投与前後の「差」、「比」、「対数の差」の比較
基本統計量の計算と、帰無仮説 $\mu=0$ の仮説検定



対応のあるデータの解析例：演習 3.5.2

p.192

- [一変量の分布] による解析：投与前後の「差」、「比」、「対数の差」の比較

デフォルトのチェックを全て外す

以下の項目にチェックを入れる

要約統計量

平均の検定

帰無仮説の「0」を入力

オプションを選択して[OK]をクリック

表示オプション

- 分位点
- 分位点の間隔の設定
- 要約統計量
- 横に並べる

ヒストグラムオプション

- ヒストグラム
- シャドウグラム
- 縦に表示
- 標準誤差バー
- 棒の幅の設定
- 度数軸
- 割合軸
- 密度軸
- パーセントの表示
- 度数の表示
- 正規分位点プロット

外れ値の箱ひげ図

分位点の箱ひげ図

幹葉図

累積確率プロット

平均の検定 0

標準偏差の検定

信頼区間 0.90

連続分布のあてはめ

離散分布のあてはめ

OK キャンセル

帰無仮説 $H_0 : \mu = 0$

対応のあるデータの解析例：演習 3.5.2

- [一変量の分布] による解析：投与前後の「差」、「比」、「対数の差」の比較

表示 3.9.7 比と自然対数の差についての検定結果 (JMPの出力)

差	後/前-1	前/後-1	対数の差
▼ 要約統計量 平均 30.75 標準偏差 14.945138 平均の標準誤差 5.2839041 平均の上側95% 43.244448 平均の下側95% 18.255552 N 8	▼ 要約統計量 平均 0.1969567 標準偏差 0.0622889 平均の標準誤差 0.0220225 平均の上側95% 0.2490315 平均の下側95% 0.1448818 N 8	▼ 要約統計量 平均 -0.162557 標準偏差 0.0437334 平均の標準誤差 0.0154621 平均の上側95% -0.125995 平均の下側95% -0.199119 N 8	▼ 要約統計量 平均 0.1785938 標準偏差 0.0521588 平均の標準誤差 0.0184409 平均の上側95% 0.2221996 平均の下側95% 0.1349879 N 8
▼ 平均の検定 仮説値 0 実際の推定値 30.75 自由度 7 標準偏差 14.9451 t検定 検定統計量 5.8196 p値(Prob > t) 0.0007* p値(Prob>t) 0.0003* p値(Prob<t) 0.9997	▼ 平均の検定 仮説値 0 実際の推定値 0.19696 自由度 7 標準偏差 0.06229 t検定 検定統計量 8.9434 p値(Prob > t) <.0001* p値(Prob>t) <.0001* p値(Prob<t) 1.0000	▼ 平均の検定 仮説値 0 実際の推定値 -0.1626 自由度 7 標準偏差 0.04373 t検定 検定統計量 -10.513 p値(Prob > t) <.0001* p値(Prob>t) 1.0000 p値(Prob<t) <.0001*	▼ 平均の検定 仮説値 0 実際の推定値 0.17859 自由度 7 標準偏差 0.05216 t検定 検定統計量 9.6846 p値(Prob > t) <.0001* p値(Prob>t) <.0001* p値(Prob<t) 1.0000

結果は有意

対応のあるデータの解析例：演習 3.5.2

- [一変量の分布] による解析：投与前後の「差」、「比」、「対数の差」の比較
「差」の解析結果

$$(投与後 - 投与前) = 30.75$$

この差 30.75 は有意 [18.3, 43.2]

(投与後 - 投与前) は一定でなかったため、この解析は不適當

「後/前 - 1」の解析結果

$$\text{投与後} / \text{投与前} - 1$$

$$= (\text{投与後} - \text{投与前}) / \text{投与前} = 0.197$$

この値は 0 と有意差あり

投与により投与前の約 20% 増加

グラフから比率が一定であることを確認

t 値は「差」の 5.82 が 8.94 に増加、適切な証拠

差	後/前-1
要約統計量	要約統計量
平均 30.75	平均 0.1969567
標準偏差 14.945138	標準偏差 0.0622889
平均の標準誤差 5.2839041	平均の標準誤差 0.0220225
平均の上側95% 43.244448	平均の上側95% 0.2490315
平均の下側95% 18.255552	平均の下側95% 0.1448818
N 8	N 8
平均の検定	平均の検定
仮説値 0	仮説値 0
実際の推定値 30.75	実際の推定値 0.19696
自由度 7	自由度 7
標準偏差 14.9451	標準偏差 0.06229
t検定	t検定
検定統計量 5.8196	検定統計量 8.9434
p値(Prob > t) 0.0007*	p値(Prob > t) <.0001*
p値(Prob>t) 0.0003*	p値(Prob>t) <.0001*
p値(Prob<t) 0.9997	p値(Prob<t) 1.0000

増加

対応のあるデータの解析例：演習 3.5.2

- [一変量の分布] による解析：投与前後の「差」、「比」、「対数の差」の比較

(後/前 - 1) の解析結果

投与後 / 投与前 - 1

$$= (\text{投与後} - \text{投与前}) / \text{投与前}$$

$$= 0.197 \dots \text{有意 } |t| = 8.94$$

投与により投与前の約 20% 増加

t 値が、差の 5.82 から 8.94 に増加

(前/後 - 1) の解析結果

投与前 / 投与後 - 1 =

$$= (\text{投与前} - \text{投与後}) / \text{投与後}$$

$$= -0.163 \dots \text{有意 } |t| = 10.5$$

投与前は投与後より 16% 低い

この例では、(後/前 - 1) の比を取る方が自然

後/前-1		前/後-1	
▼ 要約統計量		▼ 要約統計量	
平均	0.1969567	平均	-0.162557
標準偏差	0.0622889	標準偏差	0.0437334
平均の標準誤差	0.0220225	平均の標準誤差	0.0154621
平均の上側95%	0.2490315	平均の上側95%	-0.125995
平均の下側95%	0.1448818	平均の下側95%	-0.199119
N	8	N	8
▼ 平均の検定		▼ 平均の検定	
仮説値	0	仮説値	0
実際の推定値	0.19696	実際の推定値	-0.1626
自由度	7	自由度	7
標準偏差	0.06229	標準偏差	0.04373
	t検定		t検定
検定統計量	8.9434	検定統計量	-10.513
p値(Prob > t)	<.0001*	p値(Prob > t)	<.0001*
p値(Prob>t)	<.0001*	p値(Prob>t)	1.0000
p値(Prob<t)	1.0000	p値(Prob<t)	<.0001*

対応のあるデータの解析例：演習 3.5.2

- [一変量の分布] による解析：投与前後の「差」、「比」、「対数の差」の比較

比が評価の基準



自然対数の差の解析

この平均値は0.179

2つの比の増減の

絶対値の平均に近い値

$(0.197 + 0.163)/2$

$= 0.180$



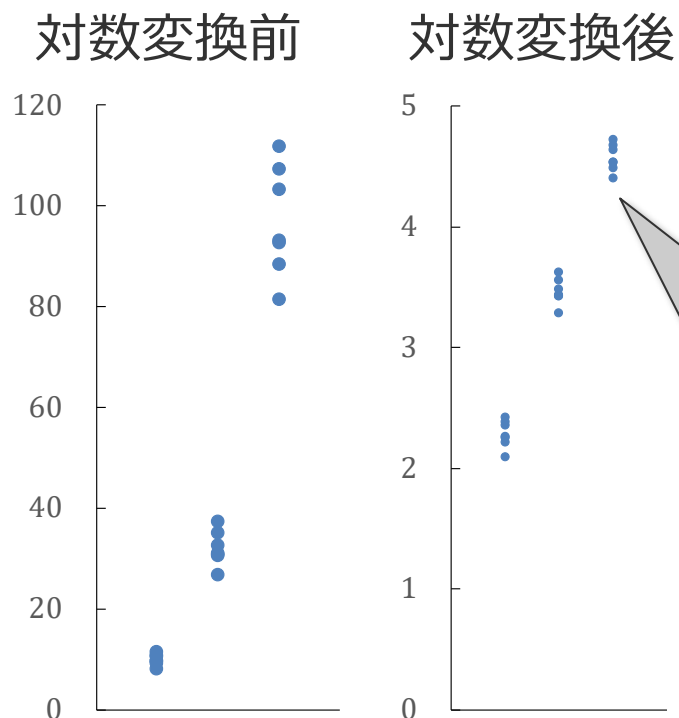
対数変換値のグラフ

後/前-1	前/後-1	対数の差
要約統計量	要約統計量	要約統計量
平均 0.1969567	平均 -0.162557	平均 0.1785938
標準偏差 0.0622889	標準偏差 0.0437334	標準偏差 0.0521588
平均の標準誤差 0.0220225	平均の標準誤差 0.0154621	平均の標準誤差 0.0184409
平均の上側95% 0.2490315	平均の上側95% -0.125995	平均の上側95% 0.2221996
平均の下側95% 0.1448818	平均の下側95% -0.199119	平均の下側95% 0.1349879
N 8	N 8	N 8
平均の検定	平均の検定	平均の検定
仮説値 0	仮説値 0	仮説値 0
実際の推定値 0.19696	実際の推定値 -0.1626	実際の推定値 0.17859
自由度 7	自由度 7	自由度 7
標準偏差 0.06229	標準偏差 0.04373	標準偏差 0.05216
t検定	t検定	t検定
検定統計量 8.9434	検定統計量 -10.513	検定統計量 9.6846
p値(Prob > t) <.0001*	p値(Prob > t) <.0001*	p値(Prob > t) <.0001*
p値(Prob>t) <.0001*	p値(Prob>t) 1.0000	p値(Prob>t) <.0001*
p値(Prob<t) 1.0000	p値(Prob<t) <.0001*	p値(Prob<t) 1.0000

●対数変換したデータの解析

比が評価の基準の場合、対数変換すると安定化 (§2.3)

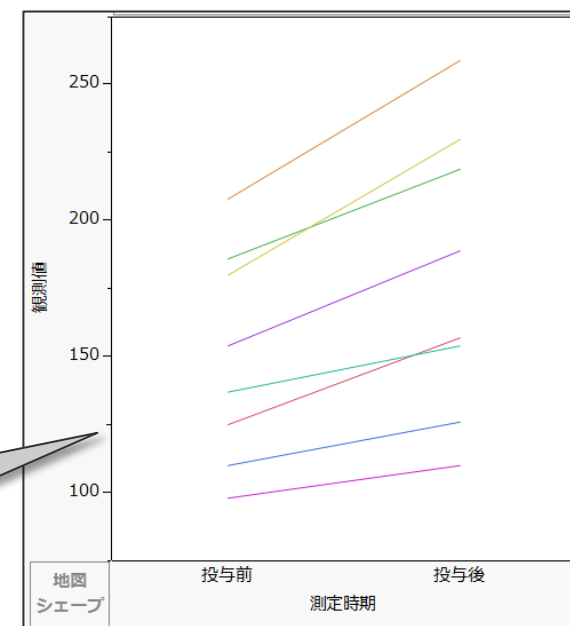
対応のあるデータを、実目盛と対数目盛でプロットして比較する



変動係数が一定（平均と標準偏差が比例関係）のデータを対数変換すると、ばらつきが均一化
(§ 2.3 対数変換と対数正規分布)

実目盛（元データ）と
対数目盛（対数変換値）で比較

対応のあるデータのグラフ



対応のあるデータの解析例：演習 3.5.2

●対数変換したデータの解析

「演習3-5-2縦.jmp」の
データテーブルを利用

[グラフ]

> [グラフビルダー]

> 設定画面

元に戻す (1つ前に戻す)
やり直し (全て消去、注意)

グラフの種類を指定

変数

元に戻す やり直し 終了

変数

個体番号

差

後/前-1

前/後-1

対数の差

測定時期

観測値

点

点をずらす

要約統計量 なし

誤差バー なし

タイトル

グループX

段組

重ね合わせ

色

サイズ

凡例

凡例

ドロップゾーン

変数をドロップゾーンにドラッグしてください

グラフ領域

ドロップゾーン

地図

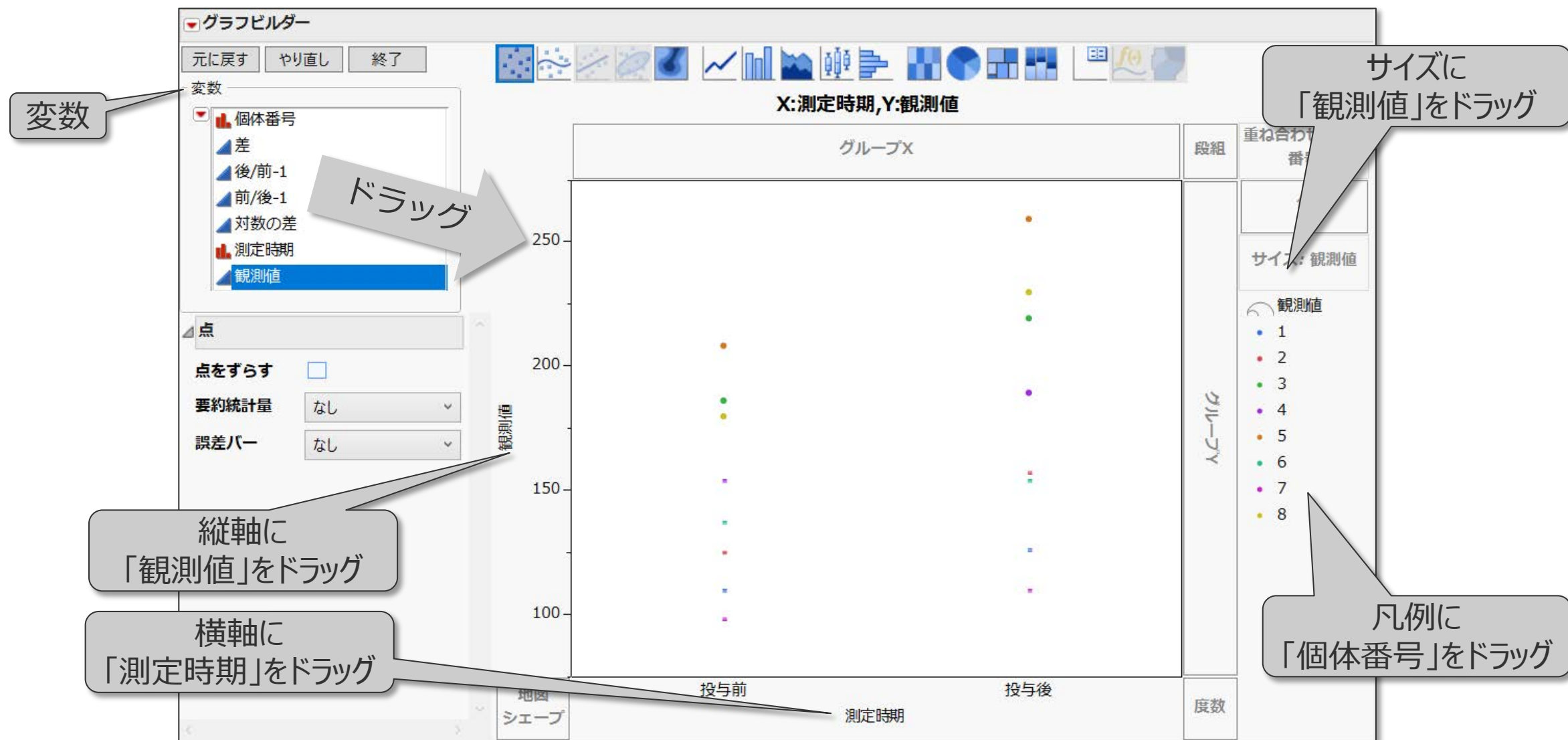
シェーブ

X

Y

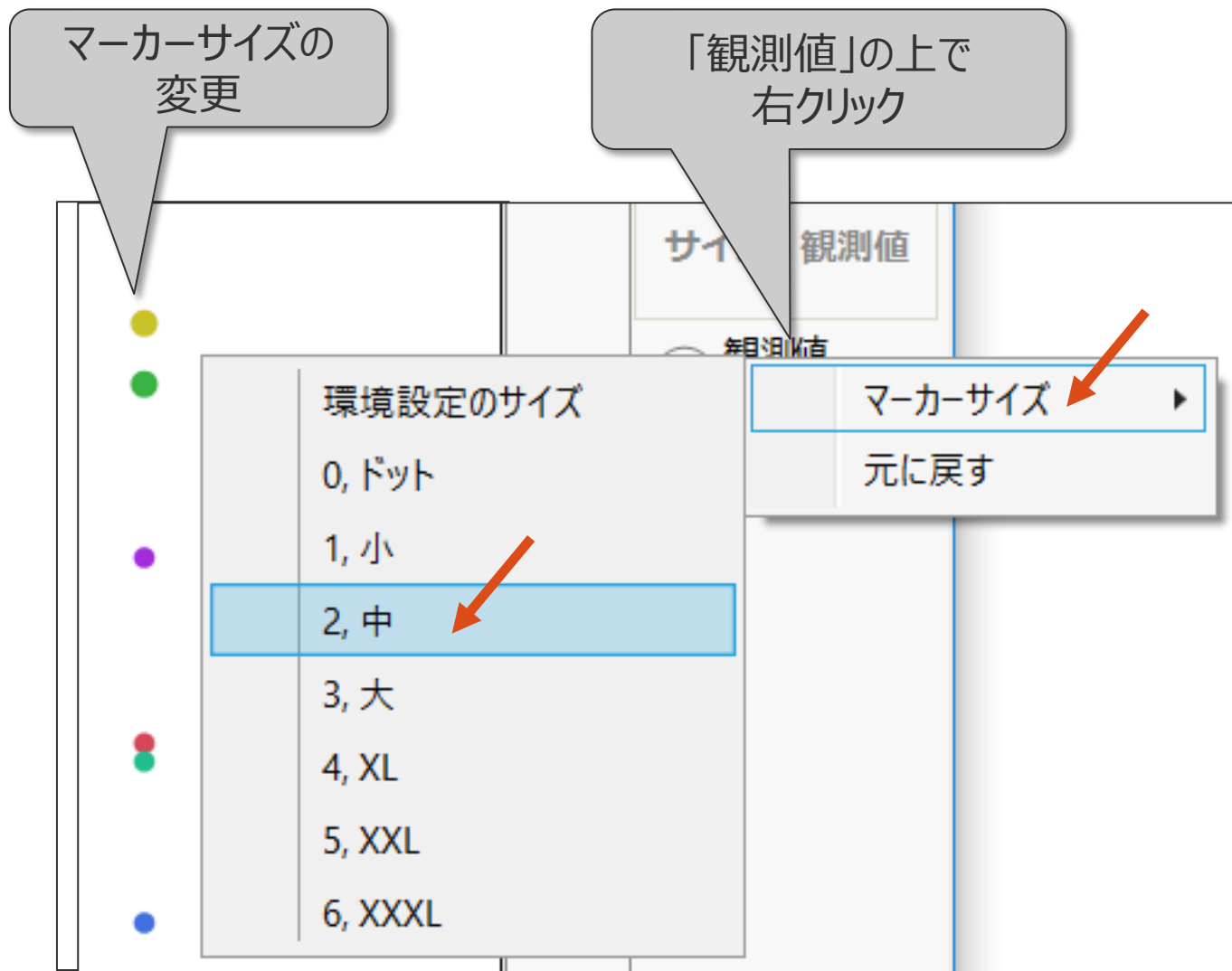
度数

対応のあるデータの解析例：演習 3.5.2



●対数変換したデータの解析

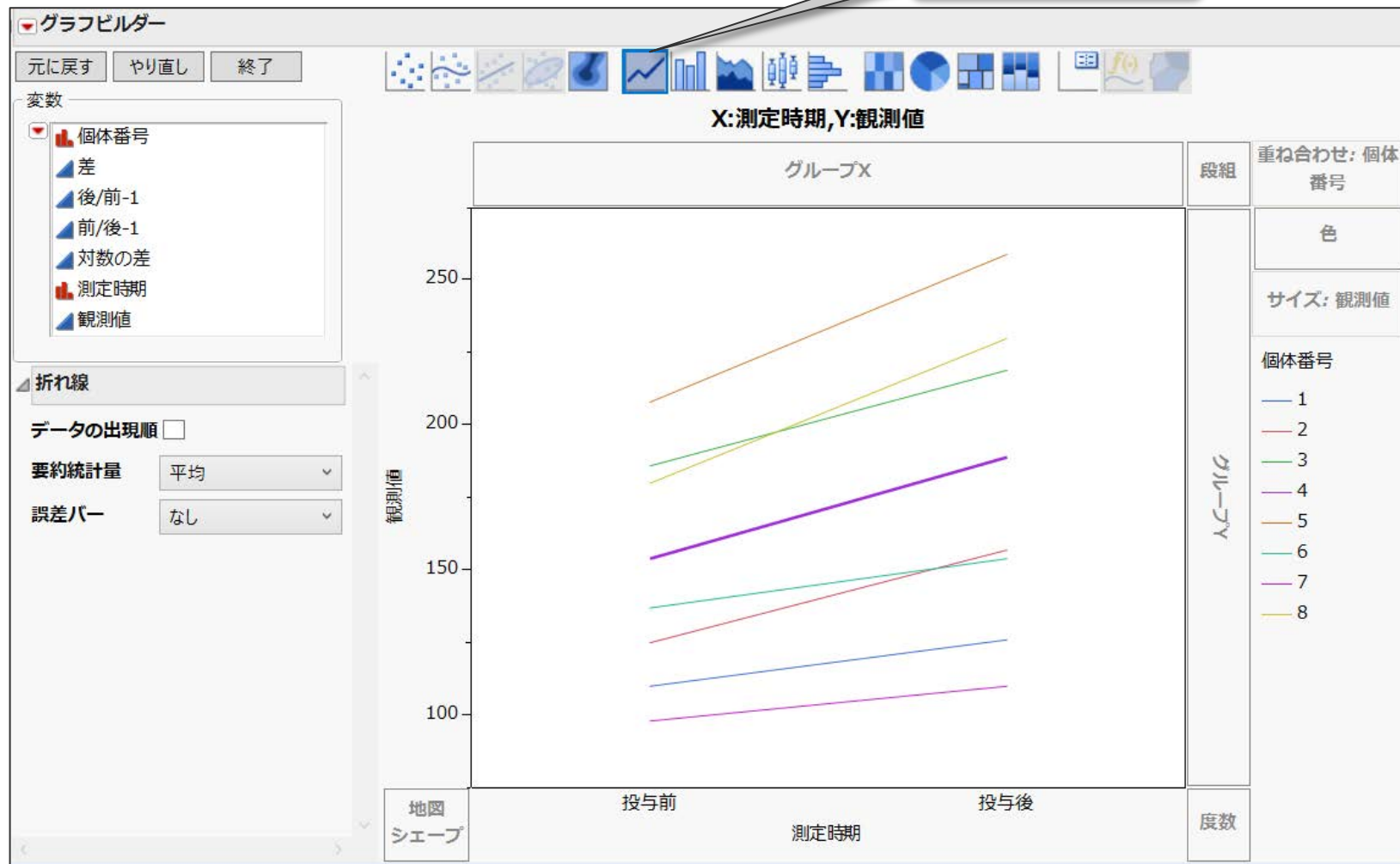
マーカーサイズの変更



●対数変換したデータの解析

それぞれの対応を線で結ぶ

を左クリック



●対数変換したデータの解析

同じグラフを2つ描き、
1つは縦軸を実目盛に設定
1つは縦軸を対数目盛に設定
並べて比較したい

グラフを描いたスクリプトを保存
▼オプション> [スクリプト]
> [スクリプトを
データテーブルに保存]

The screenshot shows the 'Graph Builder' dialog box in Minitab. The 'Script' option is selected, and the 'Save script to data table' option is highlighted in the sub-menu. Red arrows point to these options.

グラフビルダー

- 設定パネルの表示
- 凡例の表示
- フッタの表示
- スケールの固定
- 自動伸縮
- 標本抽出...
- 欠測値のカテゴリを含める
- 分析の起動
- スクリプト** (展開済み)

スクリプト (展開済み)

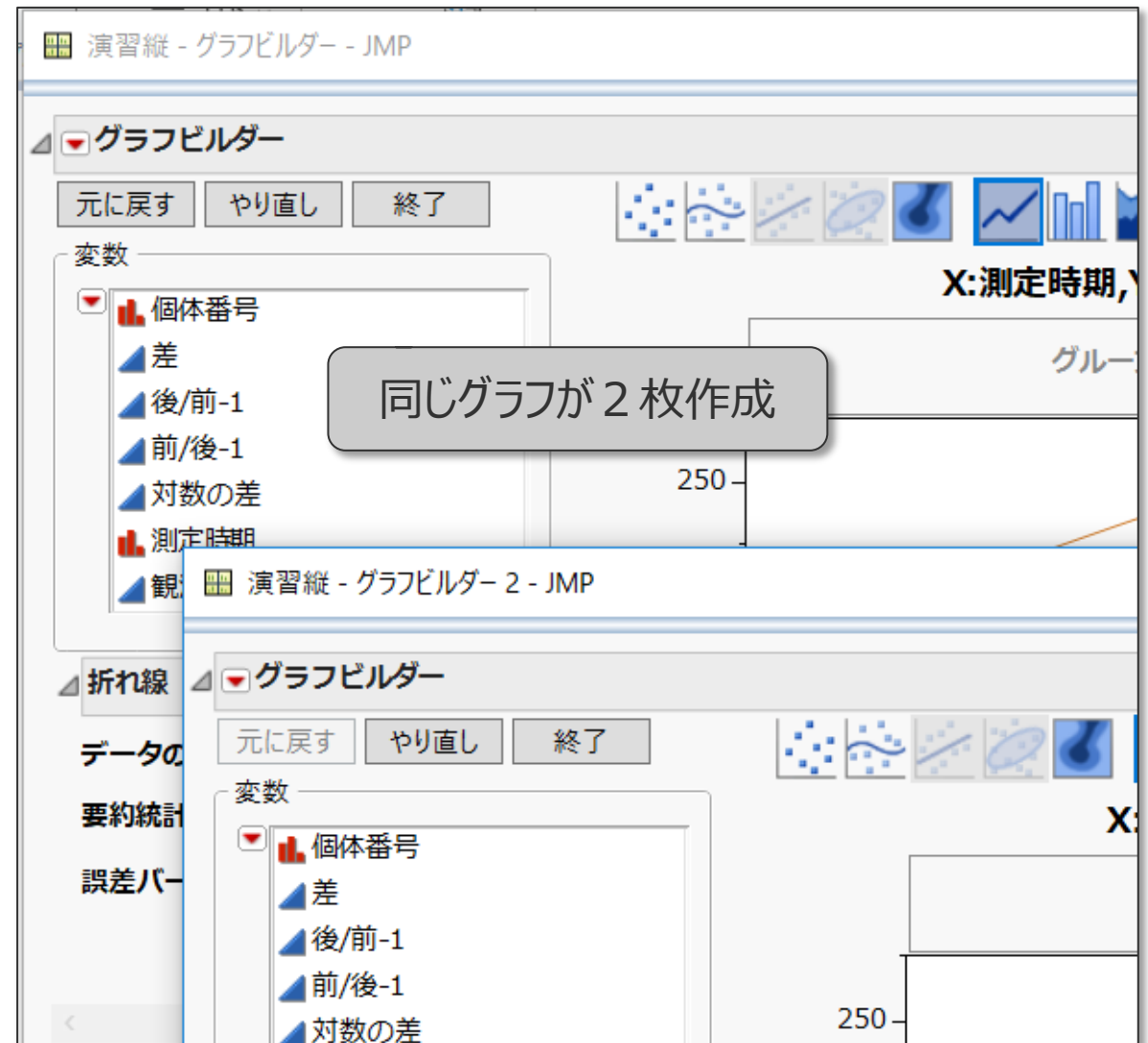
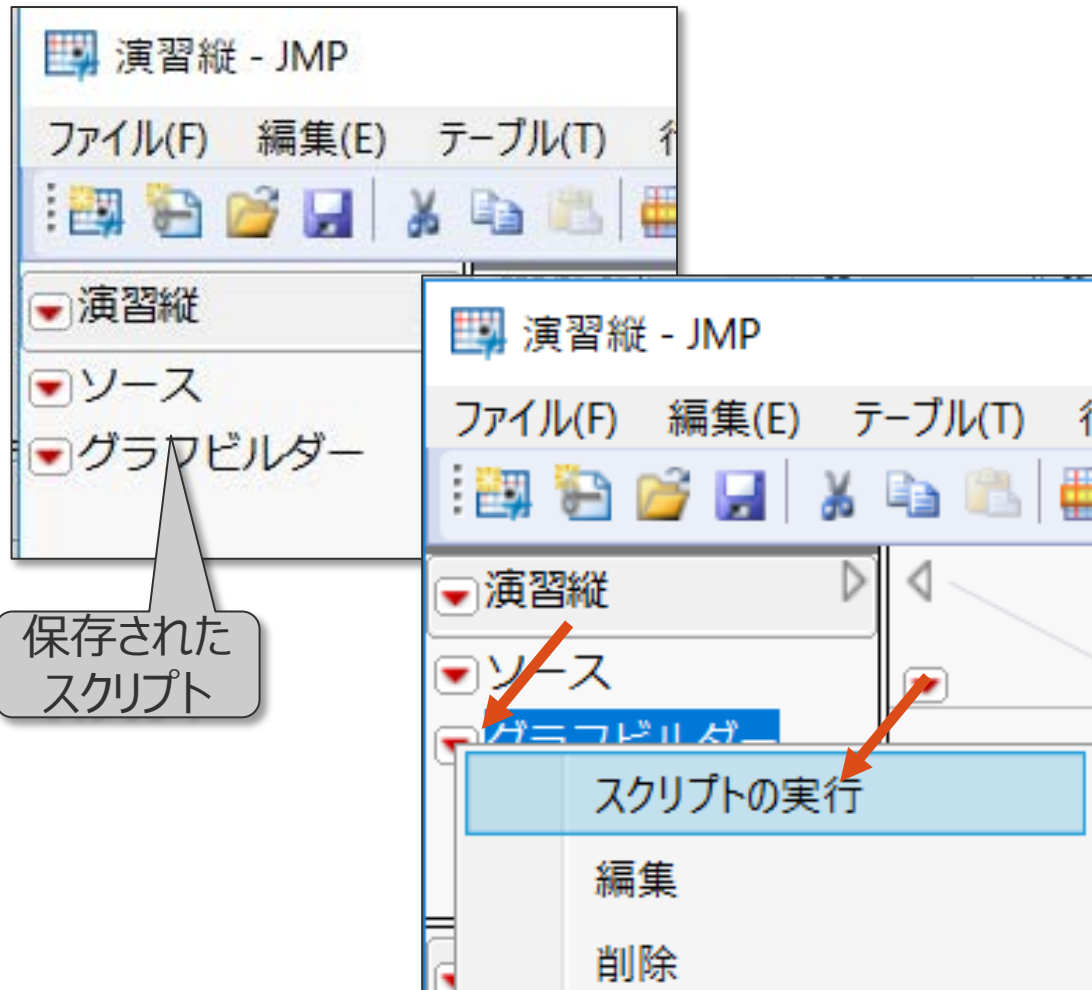
- 分析のやり直し
- 分析の再起動
- 自動再計算
- スクリプトのコピー
- スクリプトをデータテーブルに保存** (選択済み)
- スクリプトをジャーナルに保存

その他のオプション:

- 折れ線
- データの出現順
- 要約統計量: 平均
- 誤差バー: なし

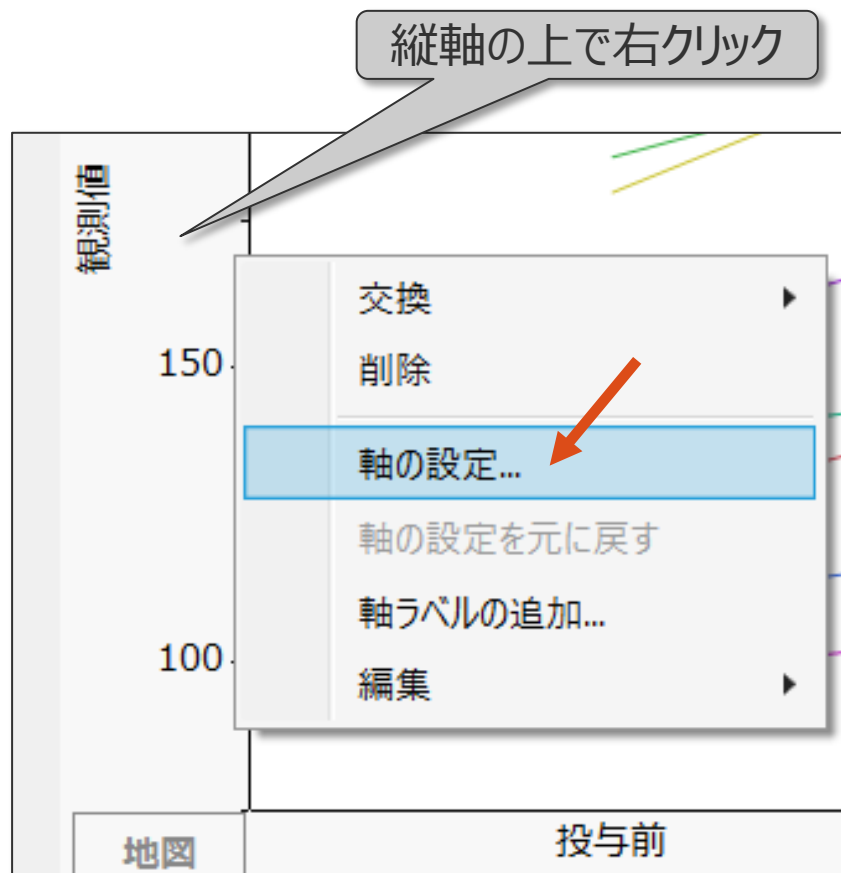
対応のあるデータの解析例：演習 3.5.2

●対数変換したデータの解析



対応のあるデータの解析例：演習 3.5.2

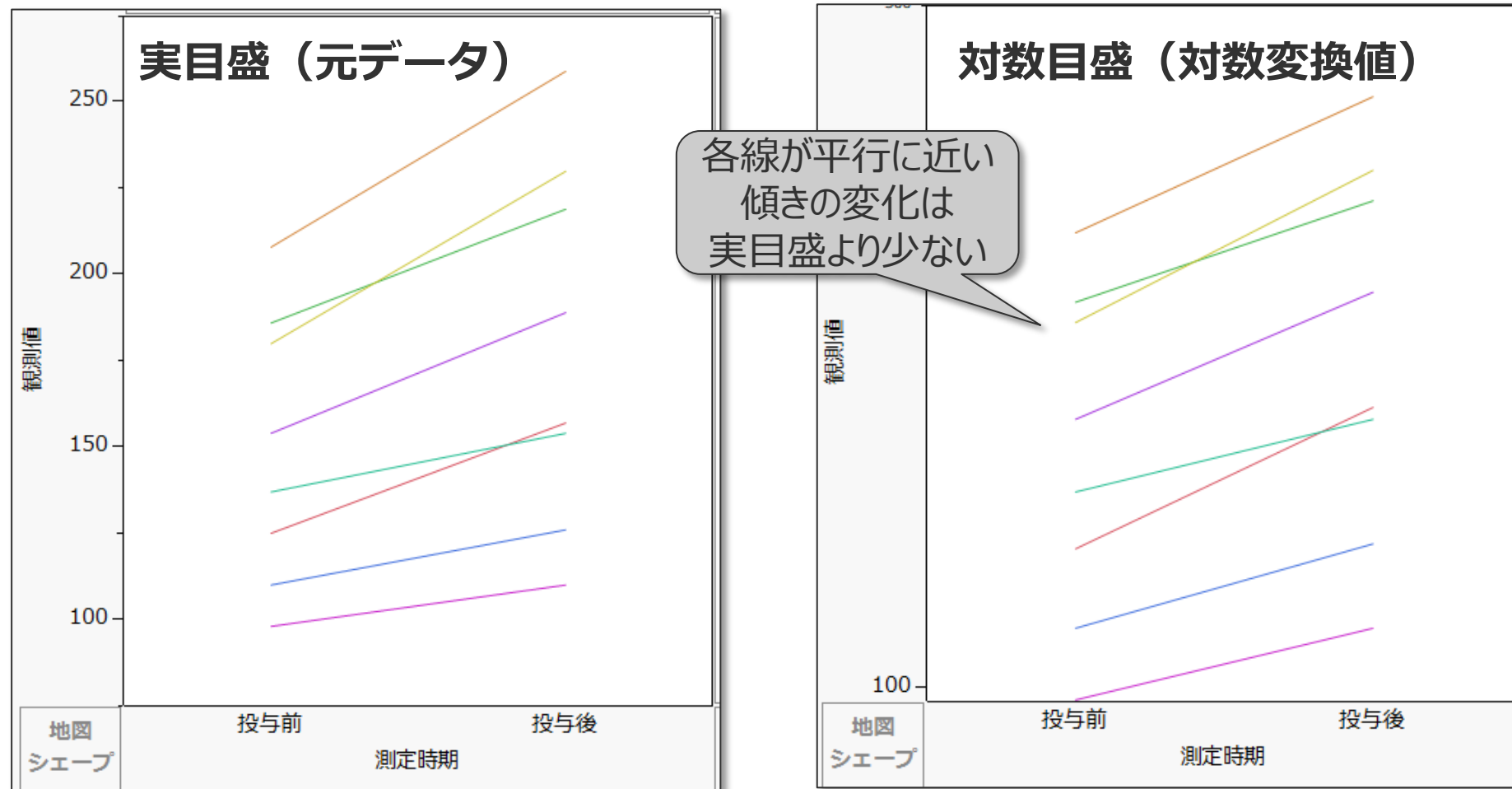
- 対数変換したデータの解析
一方のグラフを対数目盛に変換



●対数変換したデータの解析

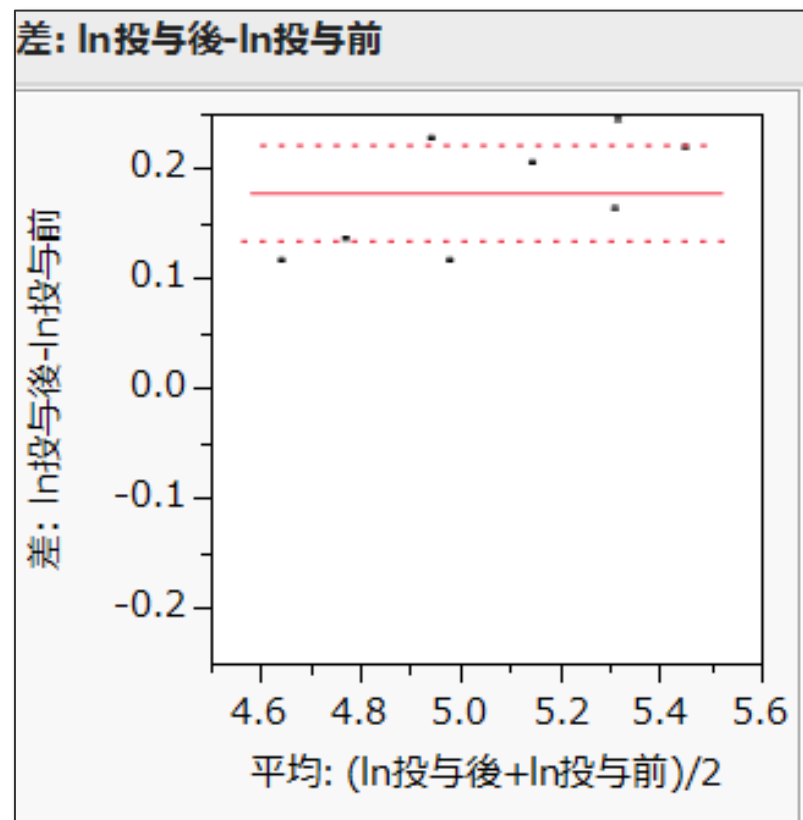
表示 3.9.8 実目盛と対数目盛のグラフ

差よりも比が安定
↓
対数変換して
解析することが有用



●対数変換したデータの解析

「演習3-5-2横」のデータテーブルで、「投与前」と「投与後」を対数変換した列を新設
[対応のあるペア] で解析



対数変換前は 5.82

ln投与後	5.15696	t値	9.684646
ln投与前	4.97837	自由度	7
差の平均	0.17859	p値(Prob> t)	<.0001*
標準誤差	0.01844	p値(Prob>t)	<.0001*
上側95%	0.2222	p値(Prob<t)	1.0000
下側95%	0.13499		
N	8		
相関	0.99058		

この事例は説明用
 n が大きくないと
はっきりした結論を
得ることは困難

●データの対応

対応のあるデータの意味を理解する

データに対応がある場合、それを考慮しないと正しい解説ができない
個体差が誤差に含まれないため、検出力が高くなる

●対応のあるデータの解析方法

対応を考慮して解析する

2組のデータ・・・対応のある t 検定

3組以上のデータ・・・乱塊法（第2部）



- 作成 片瀬雅彦
- 監修 松本一彦、長谷文雄
- 作成時期 2018年12月19日
- 改訂 2019年4月10日、2024年12月8日