



1 質的因子の1因子実験

1.4 ばらつきを特性値とする実験と解析

テキスト

芳賀敏郎（2014）医薬品開発のための統計解析

第2部 実験計画法 改訂版、サイエンティスト社、p.294



第2部 実験計画法

- 1 因子実験・・・質的因子
 - 1.1 繰り返し数が等しい場合、1.2 繰り返し数が異なる場合
 - 1.3 多重比較、**1.4 ばらつきを特性値とする実験**
 - 1.5 ノンパラメトリック検定
- 量的因子
 - 2.1 直線関係の場合、2.2 非直線関係の場合
 - 2.3 ダミー変数による質的因子の効果の推定
- 乱塊法・・・3.1 質的因子の乱塊法、3.2 量的因子の乱塊法、3.3 欠測値のある場合
- 共分散分析・・・4.1 共分散分析の目的、4.2 解析手順、4.3 医薬品開発における共分散分析の例
- 2 因子実験・・・5.1 2 因子実験の基礎、5.2 質的因子×質的因子、5.3 質的因子×量的因子
- 5.4 質的因子×量的因子（変形）、5.5 量的因子×量的因子
- 多因子実験・・・6.1 多因子実験の基礎、6.2 スクリーニング計画、6.3 応答曲面計画
- 変量モデルほか・・・7.1 1 因子実験、7.2 枝分れ実験、7.3 乱塊法の拡張、7.4 経時データ、7.5 交差試験



1.4 ばらつきを特性値とする実験と解析

p.56

- (1) 考え方
- (2) Leveneの検定
- (3) JMP [二変量の関係] による解析

テキストの
該当ページ

使用するファイル

Excelファイル：「DE改1-1因子(質).xlsm」

JMPファイ：「1-1因子2.jmp」 「1-1因子3.jmp」 「1-1因子2演習.jmp」

サイエンティスト社のホームページからダウンロード

JMP 10.0.2 の出力を表示

★プレゼンテーションの
スピーカーノートを、
PDF の注釈に変換してあります



(1) 考え方

ばらつき的大小さを比較する統計手法



- 「平均値」を特性値とする解析方法

- t 検定、分散分析は各水準の誤差が正規分布に従い、等分散であることを前提

- 分散分析は、3 群以上の平均値に差があるか調べる手法であり、ばらつきの検定ではない

- 「ばらつき」を特性値とする解析方法

- 等分散性の検定（等分散を帰無仮説とする検定）

- 検定の結果、帰無仮説が棄却されなくても、直ちに等分散が支持されるわけではない

- 2 水準の等分散性の検定（第 1 部）

- F 検定、Levene の検定

- 3 水準以上の等分散性の検定（第 2 部）

- Hartley の最大 F 比検定、Bartlett の χ^2 検定（ F 検定の拡張）

- Levene の検定、Brown-Forsythe の検定（いずれも 2 水準の Levene の検定の拡張）



- 「平均値」を特性値とする解析方法

 - t検定、分散分析は各水準の誤差が正規分布に従い、等分散であることを前提

 - 分散分析は、3群以上の平均値に差があるか調べる手法であり、ばらつきの検定ではない

- 「ばらつき」を特性値とする解析方法

 - 等分散性の検定（等分散を帰無仮説とする検定）

 - 検定の結果、帰無仮説が棄却されなくても、直ちに等分散が支持されるわけではない

 - 2水準の等分散性の検定（第1部）

 - F検定、Leveneの検定

 - 3水準以上の等分散性の検定（第2部）

 - Hartleyの最大F比検定、Bartlettの χ^2 検定（F検定の拡張）

 - Leveneの検定、Brown-Forsytheの検定（いずれも2水準のLeveneの検定の拡張）

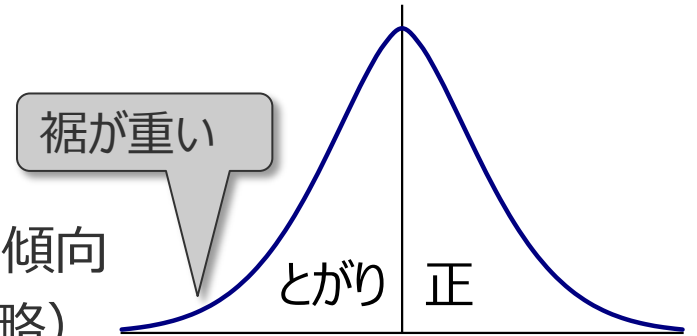
●特徴

F 検定の拡張

これまで、一般に使われてきた等分散性の検定

正規分布より裾が重い分布や、外れ値が含まれるときに有意になる傾向

→ 使用を避けるべきであるという意見もある（テキストでは省略）



Hartley の最大 F 比検定

$$F_{max} = \frac{V_{max}}{V_{min}}$$

各水準の平均平方を求め、
その最大値と最小値の比を統計量とする
各水準の繰り返し数が等しいことが前提

Bartlett の χ^2 検定

$$V_i = \frac{Se_i}{n_i} \quad V = \frac{\sum_i Se_i}{\sum_i (n_i - 1)}$$

$$\chi^2 = k \sum_{i=1}^a (n_i - 1) \ln \left(\frac{V}{V_i} \right)$$

k は水準数と
繰り返し数で
決まる複雑な定数

各水準の平均平方と併合した平均平方から χ^2 を計算



(2) Levene の検定

広く使われている等分散性の検定方法



- 2 水準における Levene の検定 (第 1 部 [§3.3](#))

残差の絶対値の平均値を比較、 t 検定

- 3 水準以上における Levene の検定

残差の絶対値の平均値を比較、分散分析

- Levene の読み方

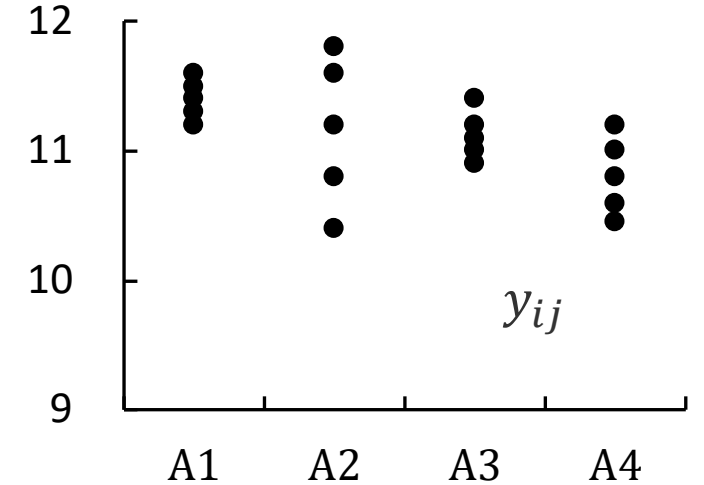
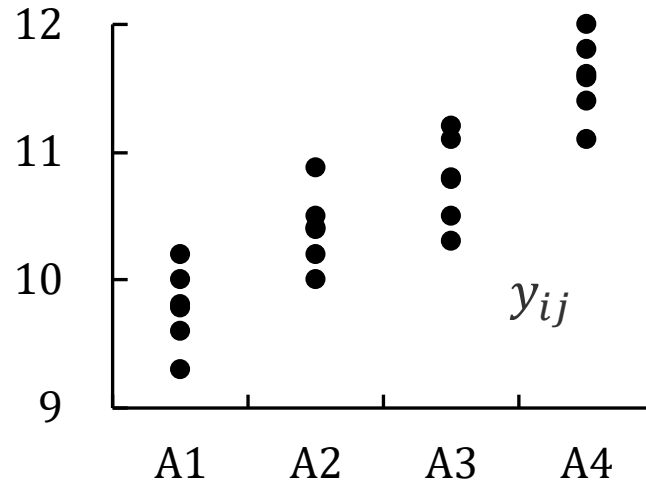
レビン、ルビーン、ルベーン、レビーン、レーベン

残差 = 観測値 - 平均
偏差 = 観測値 - 母平均

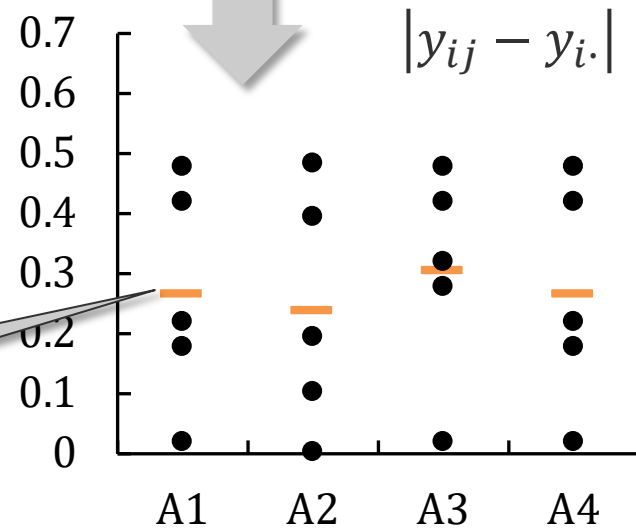
Levene の検定

●残差の絶対値の比較

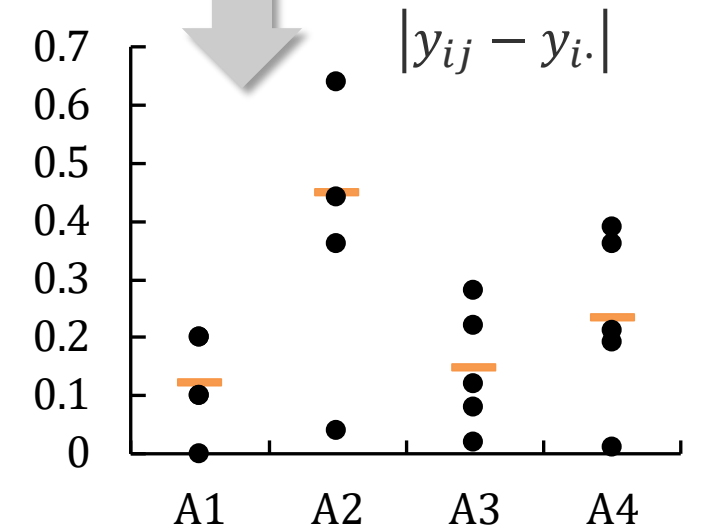
2水準のデータ (第1部)
残差の絶対値の
平均値の位置を比較
(t検定)



3水準以上のデータ
残差の絶対値の
平均値の位置を比較
(分散分析)



平均値の位置が
ほぼ同じ



●Excel ファイルの読み込みと表示

Excel ファイル「DE改1-1因子(質).xls」

名前ボックスから「表示1.4.1」 (Fig14_01) を選択

表示 1.2.1 のシート
(p.40)

(1) 観測値、表示1.1.1

| | | データ (観測値) | | | | | |
|----|------|-----------|------|------|------|------|------|
| 水準 | 標準偏差 | 平均 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| A1 | 0.48 | 10.3 | 10.8 | 9.9 | 9.7 | 10.4 | 10.7 |
| A2 | 0.16 | 10.8 | 10.7 | 10.6 | 11.0 | 10.8 | 10.9 |
| A3 | 0.40 | 11.2 | 11.4 | 10.7 | 10.9 | 11.3 | 11.7 |
| A4 | 0.35 | 11.3 | 11.9 | 11.2 | 11.0 | 11.1 | 11.3 |

(2) 残差、|残差|

| | | 残差 = 観測値 - 平均 | | | | | |
|-----|----|-----------------|------|------|------|------|------|
| 水準 | n | 平均 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| A1 | 5 | 0.40 | 0.50 | 0.40 | 0.60 | 0.10 | 0.40 |
| A2 | 5 | 0.12 | 0.10 | 0.20 | 0.20 | 0.00 | 0.10 |
| A3 | 5 | 0.32 | 0.20 | 0.50 | 0.30 | 0.10 | 0.50 |
| A4 | 5 | 0.24 | 0.60 | 0.10 | 0.30 | 0.20 | 0.00 |
| 全体 | 20 | 0.27 | | | | | |
| 水準数 | 4 | | | | | | |

(3) |残差|の残差

| | | 残差 の残差 | | | | | |
|----|------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 水準 | 標準偏差 | 効果 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| A1 | 0.19 | 0.13 | 0.10 | 0.00 | 0.20 | -0.30 | 0.00 |
| A2 | 0.08 | -0.15 | -0.02 | 0.08 | 0.08 | -0.12 | -0.02 |
| A3 | 0.18 | 0.05 | -0.12 | 0.18 | -0.02 | -0.22 | 0.18 |
| A4 | 0.23 | -0.03 | 0.36 | -0.14 | 0.06 | -0.04 | -0.24 |

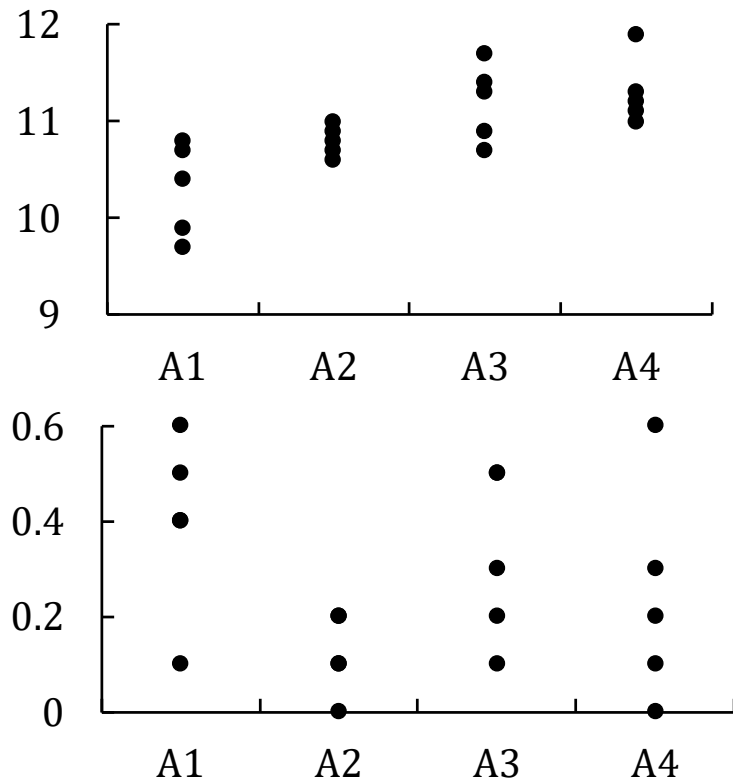
(4) 分散分析表

| 分散分析表 | | | | | |
|-------|------|-----|-------|-------|--------|
| 要因 | 平方和 | 自由度 | 平均平方 | F 比 | p 値 |
| 水準間 | 0.21 | 3 | 0.071 | 2.247 | 0.1222 |
| 残差 | 0.51 | 16 | 0.032 | 1.000 | |
| 全体 | 0.72 | 19 | | | |

表示1.4.1 ばらつきの違いの比較

●残差の絶対値とその平均値

表示1.4.1 ばらつきの違いの比較



(1) データ

データ (観測値)

| 水準 | 標準偏差 | 平均 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|----|------|------|------|------|------|------|------|
| A1 | 0.48 | 10.3 | 10.8 | 9.9 | 9.7 | 10.4 | 10.7 |
| A2 | 0.16 | 10.8 | 10.7 | 10.6 | 11.0 | 10.8 | 10.9 |
| A3 | 0.40 | 11.2 | 11.4 | 10.7 | 10.9 | 11.3 | 11.7 |
| A4 | 0.35 | 11.3 | 11.9 | 11.2 | 11.0 | 11.1 | 11.3 |

(2) |残差|、平均

$|残差| = |観測値 - 平均|$

| 水準 | n | 平均 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|-----|----|------|------|------|------|------|------|
| A1 | 5 | 0.40 | 0.50 | 0.40 | 0.60 | 0.10 | 0.40 |
| A2 | 5 | 0.12 | 0.10 | 0.20 | 0.20 | 0.00 | 0.10 |
| A3 | 5 | 0.32 | 0.20 | 0.50 | 0.30 | 0.10 | 0.50 |
| A4 | 5 | 0.24 | 0.60 | 0.10 | 0.30 | 0.20 | 0.00 |
| 全体 | 20 | 0.27 | | | | | |
| 水準数 | 4 | | | | | | |

平均からの平均絶対偏差

●分散分析

|残差| の分散分析を行う ([§1.1](#) 参照)

|残差| から平均値を引いて、

|残差| の残差を計算

水準A1 の繰り返し番号 1

$$0.50 - 0.40 = 0.10$$

(2) |残差|、平均

|残差| = |観測値 - 平均|

| 水準 | n | 平均 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|-----|----|------|------|------|------|------|------|
| A1 | 5 | 0.40 | 0.50 | 0.40 | 0.60 | 0.10 | 0.40 |
| A2 | 5 | 0.12 | 0.10 | 0.20 | 0.20 | 0.00 | 0.10 |
| A3 | 5 | 0.32 | 0.20 | 0.50 | 0.30 | 0.10 | 0.50 |
| A4 | 5 | 0.24 | 0.60 | 0.10 | 0.30 | 0.20 | 0.00 |
| 全体 | 20 | 0.27 | | | | | |
| 水準数 | 4 | | | | | | |

(3) |残差| の残差

|残差| の残差

| 水準 | 標準偏差 | 効果 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|----|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| A1 | 0.19 | 0.13 | 0.10 | 0.00 | 0.20 | -0.30 | 0.00 |
| A2 | 0.08 | -0.15 | -0.02 | 0.08 | 0.08 | -0.12 | -0.02 |
| A3 | 0.18 | 0.05 | -0.12 | 0.18 | -0.02 | -0.22 | 0.18 |
| A4 | 0.23 | -0.03 | 0.36 | -0.14 | 0.06 | -0.04 | -0.24 |

(4) 分散分析表

分散分析表

| 要因 | 平方和 | 自由度 | 平均平方 | F 比 | p 値 |
|-----|------|-----|-------|-------|--------|
| 水準間 | 0.21 | 3 | 0.071 | 2.247 | 0.1222 |
| 残差 | 0.51 | 16 | 0.032 | 1.000 | |
| 全体 | 0.72 | 19 | | | |

●分散分析

|残差| の分散分析を行う ([§1.1](#) 参照)

平方和

$$S_T = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^5 (y_{ij} - 0.27)^2 = 0.72$$

$$S_A = 5 \sum_{i=1}^4 (\bar{y}_{i.} - 0.27)^2 = 0.21$$

$$S_e = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^5 e_{ij}^2 = 0.51$$

(2) |残差|、平均

y_{ij}

| | | 残差 = 観測値 - 平均 | | | | | |
|-----|----|-----------------|------|------|------|------|------|
| 水準 | n | 平均 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| A1 | 5 | 0.40 | 0.50 | 0.40 | 0.60 | 0.10 | 0.40 |
| A2 | 5 | 0.12 | 0.10 | 0.20 | 0.20 | 0.00 | 0.10 |
| A3 | 5 | 0.32 | 0.20 | 0.50 | 0.30 | 0.10 | 0.50 |
| A4 | 5 | 0.24 | 0.60 | 0.10 | 0.30 | 0.20 | 0.00 |
| 全体 | 20 | 0.27 | | | | | |
| 水準数 | 4 | | | | | | |

(3) |残差|の残差

e_{ij}

| | | 残差 の残差 | | | | | |
|----|------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 水準 | 標準偏差 | 効果 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| A1 | 0.19 | 0.13 | 0.10 | 0.00 | 0.20 | -0.30 | 0.00 |
| A2 | 0.08 | -0.15 | -0.02 | 0.08 | 0.08 | -0.12 | -0.02 |
| A3 | 0.18 | 0.05 | -0.12 | 0.18 | -0.02 | -0.22 | 0.18 |
| A4 | 0.23 | -0.03 | 0.36 | -0.14 | 0.06 | -0.04 | -0.24 |

(4) 分散分析表

| 分散分析表 | | | | | |
|-------|------|-----|-------|-------|--------|
| 要因 | 平方和 | 自由度 | 平均平方 | F 比 | p 値 |
| 水準間 | 0.21 | 3 | 0.071 | 2.247 | 0.1222 |
| 残差 | 0.51 | 16 | 0.032 | 1.000 | |
| 全体 | 0.72 | 19 | | | |

●分散分析

|残差| の分散分析を行う ([§1.1](#) 参照)

自由度

$$v_A = a - 1 = 4 - 1 = 3$$

$$v_e = 4 \times (5 - 1) = 16$$

$$v_T = N - 1 = 20 - 1 = 19$$

平均平方

$$V_A = S_A / v_A = 0.21 / 3 = 0.071$$

$$V_e = S_e / v_e = 0.51 / 16 = 0.032$$

F 比、p 値 (Excel 関数)

$$F = V_A / V_e = 0.071 / 0.032 = 2.247$$

$$= \text{FDIST}(2.247, 3, 16) = 0.1222$$

(2) |残差|、平均

y_{ij}

| | | 残差 = 観測値 - 平均 | | | | | |
|-----|----|-----------------|------|------|------|------|------|
| 水準 | n | 平均 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| A1 | 5 | 0.40 | 0.50 | 0.40 | 0.60 | 0.10 | 0.40 |
| A2 | 5 | 0.12 | 0.10 | 0.20 | 0.20 | 0.00 | 0.10 |
| A3 | 5 | 0.32 | 0.20 | 0.50 | 0.30 | 0.10 | 0.50 |
| A4 | 5 | 0.24 | 0.60 | 0.10 | 0.30 | 0.20 | 0.00 |
| 全体 | 20 | 0.27 | | | | | |
| 水準数 | 4 | | | | | | |

(3) |残差|の残差

e_{ij}

| | | 残差 の残差 | | | | | |
|----|------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 水準 | 標準偏差 | 効果 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| A1 | 0.19 | 0.13 | 0.10 | 0.00 | 0.20 | -0.30 | 0.00 |
| A2 | 0.08 | -0.15 | -0.02 | 0.08 | 0.08 | -0.12 | -0.02 |
| A3 | 0.18 | 0.05 | -0.12 | 0.18 | -0.02 | -0.22 | 0.18 |
| A4 | 0.23 | -0.03 | 0.36 | -0.14 | 0.06 | -0.04 | -0.24 |

(4) 分散分析表

| 分散分析表 | | | | | |
|-------|------|-----|-------|-------|--------|
| 要因 | 平方和 | 自由度 | 平均平方 | F 比 | p 値 |
| 水準間 | 0.21 | 3 | 0.071 | 2.247 | 0.1222 |
| 残差 | 0.51 | 16 | 0.032 | 1.000 | |
| 全体 | 0.72 | 19 | | | |

●分散分析

|残差| の分散分析を行う ([§1.1](#) 参照)

特別なプログラムを必要としない

分散分析表の作成

p 値は 0.1222

バラツキの差は有意ではない

バラツキに有意な差がみいだせなかった e_{ij}

(直ちにバラツキに差がないとはいえない)

(2) |残差|、平均

|残差| = |観測値 - 平均|

| 水準 | n | 平均 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|----|----|------|------|------|------|------|------|
| A1 | 5 | 0.40 | 0.50 | 0.40 | 0.60 | 0.10 | 0.40 |
| A2 | 5 | 0.12 | 0.10 | 0.20 | 0.20 | 0.00 | 0.10 |
| A3 | 5 | 0.32 | 0.20 | 0.50 | 0.30 | 0.10 | 0.50 |
| A4 | 5 | 0.24 | 0.60 | 0.10 | 0.30 | 0.20 | 0.00 |
| 全体 | 20 | 0.27 | | | | | |

水準数 4

(3) |残差|の残差

|残差|の残差

| 水準 | 標準偏差 | 効果 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|----|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| A1 | 0.19 | 0.13 | 0.10 | 0.00 | 0.20 | -0.30 | 0.00 |
| A2 | 0.08 | -0.15 | -0.02 | 0.08 | 0.08 | -0.12 | -0.02 |
| A3 | 0.18 | 0.05 | -0.12 | 0.18 | -0.02 | -0.22 | 0.18 |
| A4 | 0.23 | -0.03 | 0.36 | -0.14 | 0.06 | -0.04 | -0.24 |

(4) 分散分析表

分散分析表

| 要因 | 平方和 | 自由度 | 平均平方 | F 比 | p 値 |
|-----|------|-----|-------|-------|--------|
| 水準間 | 0.21 | 3 | 0.071 | 2.247 | 0.1222 |
| 残差 | 0.51 | 16 | 0.032 | 1.000 | |
| 全体 | 0.72 | 19 | | | |

● 2 水準ごとののばらつきと比較

A1-A2 を例に計算

差 0.28、 t 値 2.485、 p 値 0.024

$$s.e. [y_i. - y_{i'.}] = \sqrt{\left(\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_{i'}}\right) \sigma^2}$$

$$\sigma^2 \sim V_e = 0.032$$

$$s.e. [\bar{y}_{0.} - \bar{y}_{1.}] = \sqrt{\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{5}\right) \times 0.032}$$

$$= 0.1127$$

$$t = \frac{0.28}{0.1127} = 2.485$$

$$= T.DIST.2T(ABS(2.485), 16) = 0.024$$

表示1.4.1

| 水準 | n | 平均 | 残差 = 観測値 - 平均 | | | | |
|----|----|------|-----------------|------|------|------|------|
| | | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| A1 | 5 | 0.40 | 0.50 | 0.40 | 0.60 | 0.10 | 0.40 |
| A2 | 5 | 0.12 | 0.10 | 0.20 | 0.20 | 0.00 | 0.10 |
| A3 | 5 | 0.32 | 0.20 | 0.50 | 0.30 | 0.10 | 0.50 |
| A4 | 5 | 0.24 | 0.60 | 0.10 | 0.30 | 0.20 | 0.00 |
| 全体 | 20 | 0.27 | | | | | |

分散分析表

| 要因 | 平方和 | 自由度 | 平均平方 | F 比 | p 値 |
|-----|------|-----|-------|-------|--------|
| 水準間 | 0.21 | 3 | 0.071 | 2.247 | 0.1222 |
| 残差 | 0.51 | 16 | 0.032 | 1.000 | |
| 全体 | 0.72 | 19 | | | |

| 水準 | | 差 | t 値 | p 値 |
|----|----|-------|--------|-------|
| A1 | A2 | 0.28 | 2.485 | 0.024 |
| A1 | A3 | 0.08 | 0.710 | 0.488 |
| A1 | A4 | 0.16 | 1.420 | 0.175 |
| A2 | A3 | -0.20 | -1.775 | 0.095 |
| A2 | A4 | -0.12 | -1.065 | 0.303 |
| A3 | A4 | 0.08 | 0.710 | 0.488 |

2 水準の
Levene 検定

● 2 水準ごとのばらつきの比較

A1-A2 を例に計算

差 0.28、 t 値 2.485、 p 値 0.024 . . . 有意
 多重性を考慮した比較 (§1.3 p.48)

$$\begin{aligned}
 |t_{ii'}| &> q(a, v_e; 0.05) / \sqrt{2} \\
 &= q(4, 16; 0.05) / \sqrt{2} \\
 &= 4.046 / \sqrt{2} = 2.861
 \end{aligned}$$

Tukey の方法で、有意ではない

表示1.4.1

| 水準 | n | 平均 | 残差 = 観測値 - 平均 | | | | |
|----|----|------|-----------------|------|------|------|------|
| | | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| A1 | 5 | 0.40 | 0.50 | 0.40 | 0.60 | 0.10 | 0.40 |
| A2 | 5 | 0.12 | 0.10 | 0.20 | 0.20 | 0.00 | 0.10 |
| A3 | 5 | 0.32 | 0.20 | 0.50 | 0.30 | 0.10 | 0.50 |
| A4 | 5 | 0.24 | 0.60 | 0.10 | 0.30 | 0.20 | 0.00 |
| 全体 | 20 | 0.27 | | | | | |

分散分析表

| 要因 | 平方和 | 自由度 | 平均平方 | F 比 | p 値 |
|-----|------|-----|-------|-------|--------|
| 水準間 | 0.21 | 3 | 0.071 | 2.247 | 0.1222 |
| 残差 | 0.51 | 16 | 0.032 | 1.000 | |
| 全体 | 0.72 | 19 | | | |

| 水準 | | 差 | t 値 | p 値 |
|----|----|-------|--------|-------|
| A1 | A2 | 0.28 | 2.485 | 0.024 |
| A1 | A3 | 0.08 | 0.710 | 0.488 |
| A1 | A4 | 0.16 | 1.420 | 0.175 |
| A2 | A3 | -0.20 | -1.775 | 0.095 |
| A2 | A4 | -0.12 | -1.065 | 0.303 |
| A3 | A4 | 0.08 | 0.710 | 0.488 |

● 2水準ごとのばらつきの比較

A1-A2 を例に計算

差 0.28、 t 値 2.485、 p 値 0.024 . . . 有意

多重性を考慮した比較 ([§1.3](#) p.48)

$$\begin{aligned}
 |t_{ii'}| &> q(a, v_e; 0.05)/\sqrt{2} \\
 &= q(4, 16; 0.05)/\sqrt{2} \\
 &= 4.046/\sqrt{2} = 2.861
 \end{aligned}$$

Tukey の方法で、有意ではない

Levene の検定は、2 群および 3 群以上に対応
 F 検定とその拡張による検定方法よりも
 比較的検出力が高く、外れ値にロバスト
 このため、広く利用されている

表示1.4.1

| | | 残差 = 観測値 - 平均 | | | | | |
|----|----|-----------------|------|------|------|------|------|
| 水準 | n | 平均 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| A1 | 5 | 0.40 | 0.50 | 0.40 | 0.60 | 0.10 | 0.40 |
| A2 | 5 | 0.12 | 0.10 | 0.20 | 0.20 | 0.00 | 0.10 |
| A3 | 5 | 0.32 | 0.20 | 0.50 | 0.30 | 0.10 | 0.50 |
| A4 | 5 | 0.24 | 0.60 | 0.10 | 0.30 | 0.20 | 0.00 |
| 全体 | 20 | 0.27 | | | | | |

分散分析表

| 要因 | 平方和 | 自由度 | 平均平方 | F 比 | p 値 |
|-----|------|-----|-------|-------|--------|
| 水準間 | 0.21 | 3 | 0.071 | 2.247 | 0.1222 |
| 残差 | 0.51 | 16 | 0.032 | 1.000 | |
| 全体 | 0.72 | 19 | | | |

| | | t(0.05) 2.120 | | |
|----|----|---------------|--------|-------|
| 水準 | 差 | t 値 | p 値 | |
| A1 | A2 | 0.28 | 2.485 | 0.024 |
| A1 | A3 | 0.08 | 0.710 | 0.488 |
| A1 | A4 | 0.16 | 1.420 | 0.175 |
| A2 | A3 | -0.20 | -1.775 | 0.095 |
| A2 | A4 | -0.12 | -1.065 | 0.303 |
| A3 | A4 | 0.08 | 0.710 | 0.488 |

Brown-Forsythe の検定

●Brown-Forsythe の検定とLevene の検定

Levene の検定の手順で、平均値→中央値
各水準の中央値に対する残差を分散分析
Levene の検定よりもより

ロバストだといわれている

●繰り返し数が奇数の場合の調整 (JMP)

繰り返し数が奇数の場合、
中央値に対する残差の1つはゼロになる
この値をゼロ以外の最小の残差値に変更
この調整は JMP 11.1 以降になくなった

分散分析表

| 要因 | 平方和 | 自由度 | 平均平方 | F 比 | p 値 |
|-----|------|-----|-------|-------|--------|
| 水準間 | 0.24 | 3 | 0.080 | 2.205 | 0.1271 |
| 残差 | 0.58 | 16 | 0.037 | 1.000 | |
| 全体 | 0.83 | 19 | | | |

表示1.4.1 (改変)

| 水準 | 標準偏差 | 中央値 | データ | | | | |
|----|------|------|------|------|------|------|------|
| | | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| A1 | 0.48 | 10.4 | 10.8 | 9.9 | 9.7 | 10.4 | 10.7 |
| A2 | 0.16 | 10.8 | 10.7 | 10.6 | 11.0 | 10.8 | 10.9 |
| A3 | 0.40 | 11.3 | 11.4 | 10.7 | 10.9 | 11.3 | 11.7 |
| A4 | 0.35 | 11.2 | 11.9 | 11.2 | 11.0 | 11.1 | 11.3 |

| 水準 | n | 平均 | 残差 = データ-中央値 | | | | |
|----|----|------|----------------|------|------|------|------|
| | | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| A1 | 5 | 0.44 | 0.40 | 0.50 | 0.70 | 0.30 | 0.30 |
| A2 | 5 | 0.14 | 0.10 | 0.20 | 0.20 | 0.10 | 0.10 |
| A3 | 5 | 0.32 | 0.10 | 0.60 | 0.40 | 0.10 | 0.40 |
| A4 | 5 | 0.24 | 0.70 | 0.10 | 0.20 | 0.10 | 0.10 |
| 全体 | 20 | 0.29 | | | | | |

水準数 4

中央値からの平均絶対偏差

| 水準 | 標準偏差 | 効果 | 残差 の残差 | | | | |
|----|------|-------|--------|-------|-------|-------|-------|
| | | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| A1 | 0.17 | 0.16 | -0.04 | 0.06 | 0.26 | -0.14 | -0.14 |
| A2 | 0.05 | -0.15 | -0.04 | 0.06 | 0.06 | -0.04 | -0.04 |
| A3 | 0.22 | 0.03 | -0.22 | 0.28 | 0.08 | -0.22 | 0.08 |
| A4 | 0.26 | -0.04 | 0.46 | -0.14 | -0.04 | -0.14 | -0.14 |

Brown-Forsythe の検定

●Brown-Forsythe の検定とLevene の検定

Levene の検定の手順で、平均値→中央値
各水準の中央値に対する残差を分散分析
Levene の検定よりもより

ロバストだといわれている

●繰り返し数が奇数の場合の調整 (JMP)

繰り返し数が奇数の場合、
中央値に対する残差の1つはゼロになる
この値をゼロ以外の最小の残差値に変更
この調整は JMP 11.1 以降になくなった

分散分析表

| 要因 | 平方和 | 自由度 | 平均平方 | F 比 | p 値 |
|-----|------|-----|-------|-------|--------|
| 水準間 | 0.24 | 3 | 0.080 | 2.205 | 0.1271 |
| 残差 | 0.58 | 16 | 0.037 | 1.000 | |
| 全体 | 0.83 | 19 | | | |

表示1.4.1 (改変)

| 水準 | 標準偏差 | 中央値 | データ | | | | |
|----|------|------|------|------|------|------|------|
| | | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| A1 | 0.48 | 10.4 | 10.8 | 9.9 | 9.7 | 10.4 | 10.7 |
| A2 | 0.16 | 10.8 | 10.7 | 10.6 | 11.0 | 10.8 | 10.9 |
| A3 | 0.40 | 11.3 | 11.4 | 10.7 | 10.9 | 11.3 | 11.7 |
| A4 | 0.35 | 11.2 | 11.9 | 11.2 | 11.0 | 11.1 | 11.3 |

中央値と
同値

変更

A1 : 0 → 0.30
A2 : 0 → 0.10
A3 : 0 → 0.10

| 水準 | n | 平均 | 残差 = データ-中央値 | | | | |
|----|----|------|----------------|------|------|------|------|
| | | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| A1 | 5 | 0.44 | 0.40 | 0.50 | 0.70 | 0.30 | 0.30 |
| A2 | 5 | 0.14 | 0.10 | 0.20 | 0.20 | 0.10 | 0.10 |
| A3 | 5 | 0.32 | 0.10 | 0.60 | 0.40 | 0.10 | 0.40 |
| A4 | 5 | 0.24 | 0.70 | 0.10 | 0.20 | 0.10 | 0.10 |
| 全体 | 20 | 0.29 | | | | | |

変更

A4 : 0 → 0.10

水準数 4

|残差|の残差

| 水準 | 標準偏差 | 効果 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|----|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| A1 | 0.17 | 0.16 | -0.04 | 0.06 | 0.26 | -0.14 | -0.14 |
| A2 | 0.05 | -0.15 | -0.04 | 0.06 | 0.06 | -0.04 | -0.04 |
| A3 | 0.22 | 0.03 | -0.22 | 0.28 | 0.08 | -0.22 | 0.08 |
| A4 | 0.26 | -0.04 | 0.46 | -0.14 | -0.04 | -0.14 | -0.14 |



(3) JMP [二変量の関係] による解析

Levene の検定

Brown-Forsythe の検定

Bartlett の検定

●JMPファイルの読み込みと表示

JMP ファイル「1-1因子1.jmp」を読み込み

●データ

表示 1.4.1 (表示 1.1.1) と同じデータ

1 因子、4 水準

水準の列名は「群」、

観測値の列名は「y」

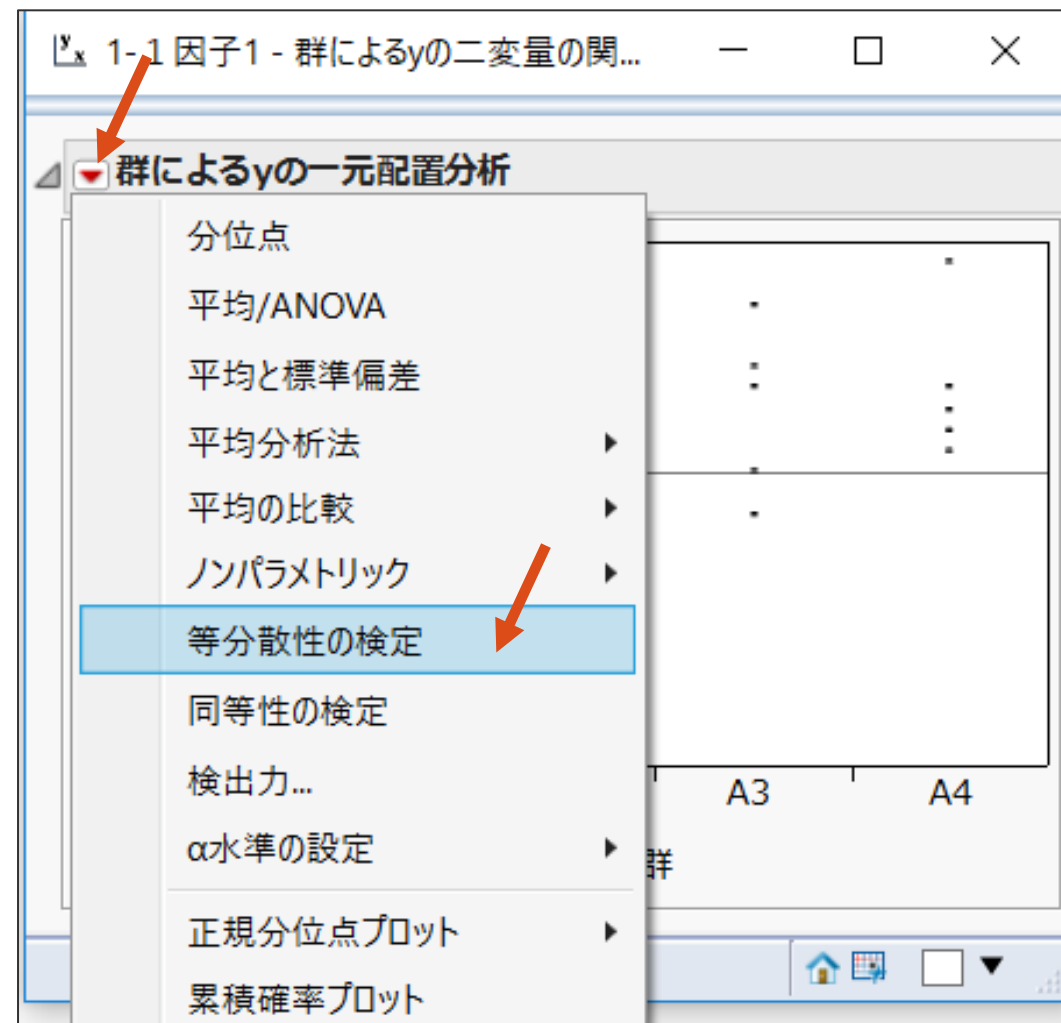
| | 群 | y |
|---|----|------|
| 1 | A1 | 10.8 |
| 2 | A1 | 9.9 |
| 3 | A1 | 9.7 |
| 4 | A1 | 10.4 |
| 5 | A1 | 10.7 |
| 6 | A2 | 10.7 |
| 7 | A2 | 10.6 |
| 8 | A2 | 11 |
| 9 | A2 | 10.8 |

●解析

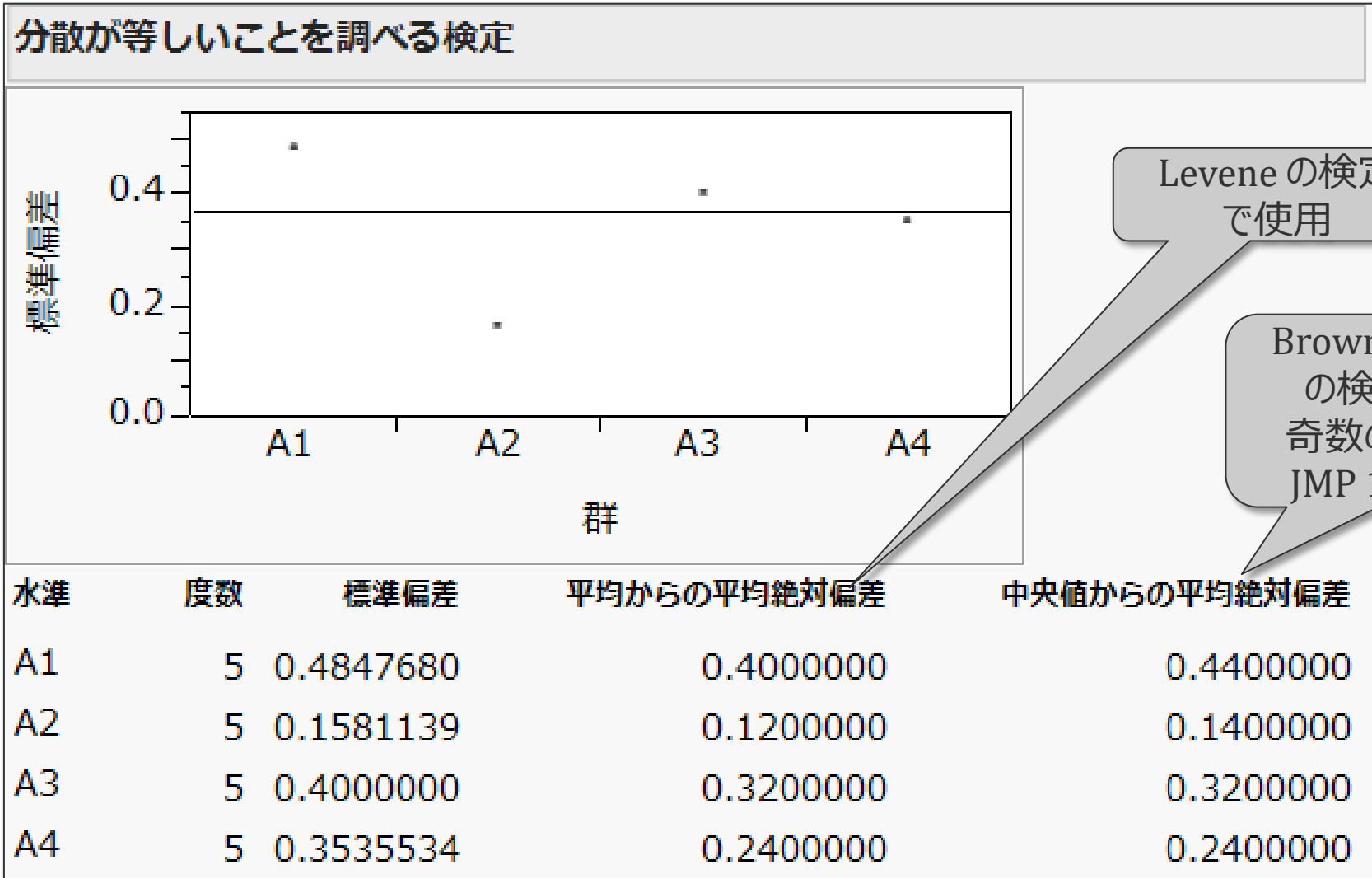
前節 §1.1 と同様に解析

[分析] > [二変量の関係]

▼ > [等分散性の検定]



●等分散の検定



●Levene の検定、Brown-Forsythe の検定

LeveneとBrown-Forsytheの結果は、Excelで得られた数値と一致

実験する前にどの手法を選ぶのか決めておく必要がある（結果を見て採用するのではない）

| 水準 | 度数 | 標準偏差 | 平均からの平均絶対偏差 | 中央値からの平均絶対偏差 |
|----|----|-----------|-------------|--------------|
| A1 | 5 | 0.4847680 | 0.4000000 | 0.4400000 |
| A2 | 5 | 0.1581139 | 0.1200000 | 0.1400000 |
| A3 | 5 | 0.4000000 | 0.3200000 | 0.3200000 |
| A4 | 5 | 0.3535534 | 0.2400000 | 0.2400000 |

| 検定 | F値 | 分子自由度 | 分母自由度 | p値(Prob>F) |
|----------------|--------|-------|-------|------------|
| O'Brien[.5] | 1.3601 | 3 | 16 | 0.2906 |
| Brown-Forsythe | 2.2055 | 3 | 16 | 0.1271 |
| Levene | 2.2467 | 3 | 16 | 0.1222 |
| Bartlett | 1.2993 | 3 | . | 0.2727 |

警告: 標本サイズが小さいため、注意してください。

●Welch の検定

- 2組の平均の差を比較 : 等分散と見なせない場合、Welchの方法が使える (第1部)
- 3組以上の平均値の差を比較 : 等分散と見なせない場合、Welchの方法が使える
ただし、個々の水準間の比較は出力なし

等分散性が仮定できないとき
 p 値が大きくなる傾向がある
 (その程度は種々の条件で異なる)

機械的にWelchの方法を適用せず、
 「外れ値はないか」
 「対数変換するとどうなるか」
 などを十分に検討

表示 1.4.3

等分散を仮定した検定とWelchの検定

| Welchの検定 | | | |
|-------------------------------|-------|--------|------------|
| Welchの分散分析: 分散が異なる場合の平均に対する検定 | | | |
| F値 | 分子自由度 | 分母自由度 | p値(Prob>F) |
| 5.3378 | 3 | 7.9909 | 0.0260* |

| | F | 分母の自由度 | p 値 |
|------------|--------|--------|--------|
| 等分散を仮定した検定 | 7.5481 | 16.00 | 0.0022 |
| Welch の検定 | 5.3378 | 7.90 | 0.0260 |

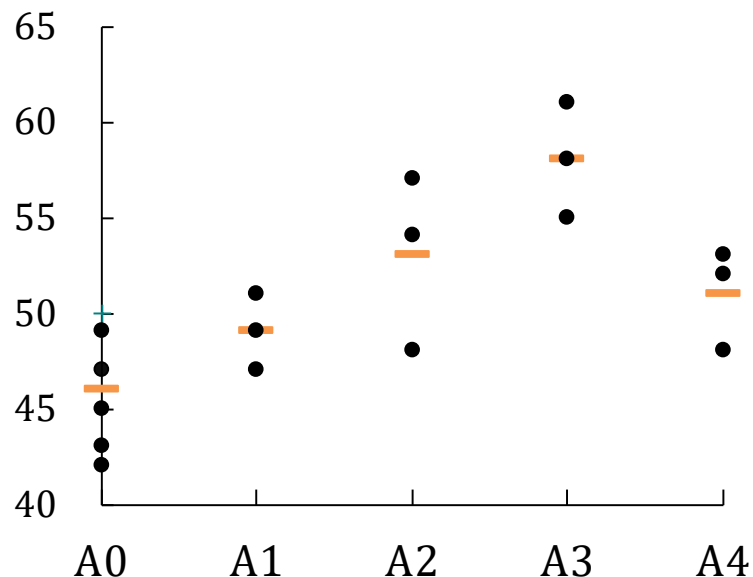
●JMPファイルの読み込みと表示 (演習 1.4.1)

JMP ファイル「1-1因子2.jmp」を読み込み

水準A0 の $y_{06} = 50$ を、70 と 75に変更 (外れ値を想定した変更)

[分析] > [二変量の関係] > [等分散性の検定] を実行

Levene の方法 と Bartlett の方法の結果を比較



| 水準 | 標準偏差 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|----|------|----|----|----|----|----|----|
| A0 | 3.2 | 43 | 45 | 42 | 47 | 49 | 50 |
| A1 | 2.0 | 47 | 51 | 49 | | | |
| A2 | 4.6 | 54 | 48 | 57 | | | |
| A3 | 3.0 | 55 | 58 | 61 | | | |
| A4 | 2.6 | 52 | 48 | 53 | | | |

| | 群 | y |
|---|----|----|
| 1 | A0 | 43 |
| 2 | A0 | 45 |
| 3 | A0 | 42 |
| 4 | A0 | 47 |
| 5 | A0 | 49 |
| 6 | A0 | 50 |
| 7 | A1 | 47 |
| 8 | A1 | 51 |
| 9 | A1 | 49 |

データ変更
 $y_{06} = 50 \rightarrow 70$
 $y_{06} = 50 \rightarrow 75$

Levene の方法と外れ値

●JMP [二変量の関係]

1-1因子2.jmp

| | 群 | y |
|---|----|----|
| 1 | A0 | 43 |
| 2 | A0 | 45 |
| 3 | A0 | 42 |
| 4 | A0 | 47 |
| 5 | A0 | 49 |
| 6 | A0 | 50 |
| 7 | A1 | 47 |
| 8 | A1 | 51 |

→

| | 群 | y |
|---|----|----|
| 1 | A0 | 43 |
| 2 | A0 | 45 |
| 3 | A0 | 42 |
| 4 | A0 | 47 |
| 5 | A0 | 49 |
| 6 | A0 | 70 |
| 7 | A1 | 47 |
| 8 | A1 | 51 |

データ変更

- ▼> [スクリプト] > [分析のやり直し]
- ▼> [スクリプト] > [自動再計算] にチェック

群による y の一元配置分析

- 分位点
- 平均/ANOVA
- 平均と標準偏差
- 平均分析法
- 平均の比較

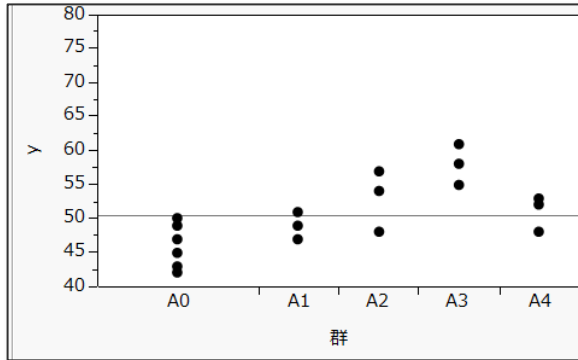
スクリプト

- 累積確率プロット
- 密度
- 対応のある列を設定...
- 保存
- 表示オプション
- 分析のやり直し
- 分析の再起動
- 自動再計算

水準 度数 標準偏差

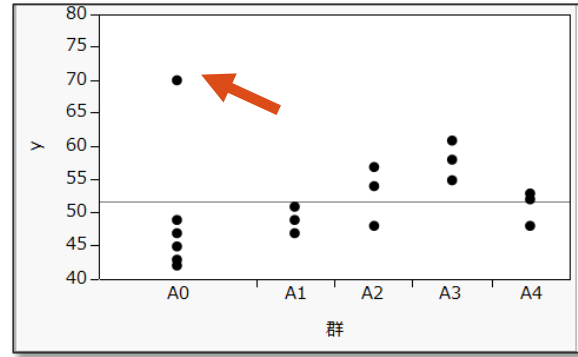
Levene の方法と外れ値

$y_{06} = 50$



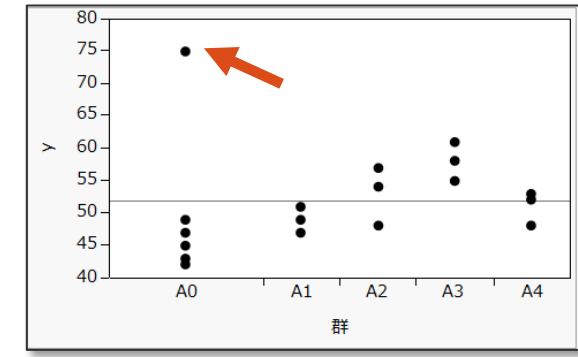
| 検定 | F値 | 分子自由度 | 分母自由度 | p値(Prob>F) |
|----------------|--------|-------|-------|------------|
| O'Brien[.5] | 0.6799 | 4 | 13 | 0.6181 |
| Brown-Forsythe | 1.2611 | 4 | 13 | 0.3344 |
| Levene | 0.8314 | 4 | 13 | 0.5287 |
| Bartlett | 0.3124 | 4 | . | 0.8699 |

$y_{06} = 70$



| 検定 | F値 | 分子自由度 | 分母自由度 | p値(Prob>F) |
|----------------|--------|-------|-------|------------|
| O'Brien[.5] | 0.5081 | 4 | 13 | 0.7308 |
| Brown-Forsythe | 0.4023 | 4 | 13 | 0.8037 |
| Levene | 1.1091 | 4 | 13 | 0.3936 |
| Bartlett | 2.0790 | 4 | . | 0.0807 |

$y_{06} = 75$



| 検定 | F値 | 分子自由度 | 分母自由度 | p値(Prob>F) |
|----------------|--------|-------|-------|------------|
| O'Brien[.5] | 0.5158 | 4 | 13 | 0.7256 |
| Brown-Forsythe | 0.4001 | 4 | 13 | 0.8052 |
| Levene | 1.3282 | 4 | 13 | 0.3112 |
| Bartlett | 2.5631 | 4 | . | 0.0364* |

Levene の検定は
ロバスト

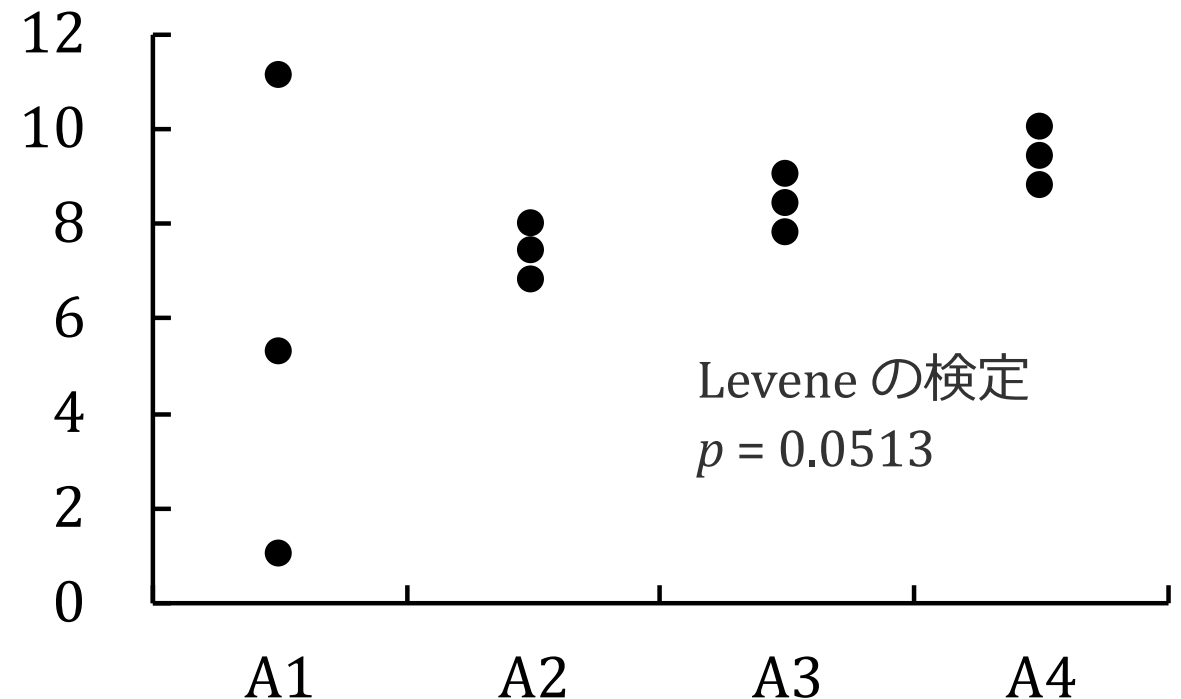
● Levene の検定（等分散性の検定）

仮説検定は、有意でなかったからといって、直ちに等しいという確証は得られない

(第1部 [§1.4](#))

Levene の検定で有意でなかったことが、直ちに等分散であるという確証にはならない

繰り返し数が少ない場合、検出力は劣る



- ばらつきの違いの検定（等分散の検定）

 - Levene の検定（Brown-Forsythe の検定）の利用

- ばらつきの違いの検定で、有意になった場合

 - 直ちに Welch の方法を使うわけではない

 - 「外れ値」「対数変換」など、十分に検討

 - これは、2 水準の場合でも、3 水準以上の場合でも同様



- 作成 片瀬雅彦
- 監修 松本一彦、長谷文雄
- 作成時期 2019年6月29日
- 改訂 2019年9月15日、2023年9月6日