



1 質的因子の1因子実験

1.5 ノンパラメトリック検定

テキスト

芳賀敏郎（2014）医薬品開発のための統計解析

第2部 実験計画法 改訂版、サイエンティスト社、p.294



第2部 実験計画法

1 因子実験・・・質的因子

- 1.1 繰り返し数が等しい場合、1.2 繰り返し数が異なる場合
- 1.3 多重比較、1.4 ばらつきを特性値とする実験

1.5 ノンパラメトリック検定

量的因子

- 2.1 直線関係の場合、2.2 非直線関係の場合
- 2.3 ダミー変数による質的因子の効果の推定

乱塊法・・・3.1 質的因子の乱塊法、3.2 量的因子の乱塊法、3.3 欠測値のある場合

共分散分析・・・4.1 共分散分析の目的、4.2 解析手順、4.3 医薬品開発における共分散分析の例

2 因子実験・・・5.1 2 因子実験の基礎、5.2 質的因子×質的因子、5.3 質的因子×量的因子

5.4 質的因子×量的因子（変形）、5.5 量的因子×量的因子

多因子実験・・・6.1 多因子実験の基礎、6.2 スクリーニング計画、6.3 応答曲面計画

変量模型ほか・・・7.1 1 因子実験、7.2 枝分れ実験、7.3 乱塊法の拡張、7.4 経時データ、7.5 交差試験



1.5 ノンパラメトリック検定

p.60

- (1) Kruskal-Wallis (クラスカル-ワリス) の検定
- (2) y が順序尺度の場合のノンパラメトリック検定

テキストの
該当ページ

使用するファイル

Excelファイル: 「DE改1-1因子(質).xlsm」

JMPファイ: 「1-1因子2.jmp」 「1-1因子3.jmp」

サイエンティスト社のホームページからダウンロード

JMP 10.0.2 の出力を表示

★プレゼンテーションの
スピーカーノートを、
PDF の注釈に変換してあります



●パラメトリック検定とノンパラメトリック検定（1因子実験）

パラメトリック検定 : データは正規分布に従う母集団から抽出されたという前提

ノンパラメトリック検定 : 母集団について、分布に仮定をおかない検定

データ		パラメトリック検定	ノンパラメトリック検定
2組 (第1部)	対応なし	t 検定	Wilcoxon の順位和検定 (Mann-Whitney の検定) Van der Waerden の検定
	対応あり	対応のある t 検定	Wilcoxon の符号付順位検定
3組以上 (第2部)	対応なし	分散分析	Kruskal-Wallis の検定 Van der Waerden の検定
	対応あり	分散分析 (乱塊法)	Friedman の検定
相関係数		Pearson の相関係数	Spearman の順位相関係数、Kendall の順位相関係数



■ノンパラメトリック検定の適用場面

(1) 分布が正規分布から大きく外れる場合

(2) 外れ値を含む場合

外れ値の原因を十分検討する必要がある（第1部 [§2.2](#) p.70）

(3) 順序のある質的変数（カテゴリカルデータ）の場合

事例：4段階評価（－，±，＋，＋＋）

ただし、ノンパラメトリック検定の適用に当たってはいろいろな考え方がある。
上記の場合、機械的にノンパラメトリック検定を適用するということではない。

●順位付け方

完全無作為化法 (データ)

水準	繰返し				
	1	2	3	4	5
A1	10.9	9.9	9.7	10.4	10.7
A2	10.7	10.6	11.0	10.8	10.9
A3	11.4	10.7	10.9	11.3	11.7



完全無作為化法 (順位)

水準	繰返し				
	1	2	3	4	5
A1	10	2	1	3	6
A2	6	4	12	8	10
A3	14	6	10	13	15

水準を横断、
全体で順位変換

2水準ごとの比較 (順位)

水準	繰返し				
	1	2	3	4	5
A1	8.5	2	1	3	5.5
A2	5.5	4	10	7	8.5

水準	繰返し				
	1	2	3	4	5
A2	2.5	1	7	4	5.5
A3	9	2.5	5.5	8	10

水準	繰返し				
	1	2	3	4	5
A1	6.5	2	1	3	4.5
A3	9	4.5	6.5	8	10

2水準ごとに
順位変換

乱塊法 (データ)

水準	ブロック				
	R1	R2	R3	R4	R5
A1	10.9	9.9	9.7	10.4	10.7
A2	10.7	10.6	11.0	10.8	10.9
A3	11.4	10.7	10.9	11.3	11.7



乱塊法 (順位)

水準	ブロック				
	R1	R2	R3	R4	R5
A1	2	1	1	1	1
A2	1	2	3	2	2
A3	3	3	2	3	3

ブロックごとに
順位変換



●Excelによる順位変換（平均順位）

RANK関数、RANK.AVG関数・・・昇順、降順を指定して順位変換
通常は、RANK.AVG関数を使って、**昇順**で**平均順位**を付ける

RANK 関数は同順位となり、その分の順位が飛ばされる
RANK.AVG 関数は平均順位を返す

例（2番目の順位が2つある昇順のデータ）

元の値	23, 25, 25, 28, 30 . . .
RANK	1, 2, 2, 4, 5 . . .
RANK.AVG	1, 2.5, 2.5, 4, 5 . . . （平均順位）

順位変換

小さい方から 1,2,3 : 昇順

大きい方から 1,2,3 : 降順

RANK.AVG 関数は、Excel2010以降で利用可

RANK.AVG 関数を使わない方法 $=\text{RANK}(\text{値}, \text{範囲}, 1) + (\text{COUNTIF}(\text{範囲}, \text{値}) - 1) / 2$



(1) Kruskal-Wallis (クラスカル-ワリス) の検定

分散分析に相当するノンパラメトリック検定



Kruskal-Wallis の検定

●Wilcoxon の検定を 2 群から 3 群以上に拡張

組合せの確率から p 値を計算

順位をランダムに組み合わせる総数に対して、
得られた組合せ以上に偏った組合せの数の割合

(統計ソフトによっては、この正確な p 値を出力)

近似計算

2 群 (第 1 部 p.169)

順位の平方和と平均平方を、通常の t 検定と同様に計算
「2 群の差」と「全体の平均平方」の比を統計量とする
標準正規分布を使って検定

3 群以上

順位の平方和と平均平方を、通常の分散分析と同様に計算
「水準間の平方和」と「全体の平均平方」の比を統計量とする
 χ^2 分布を使って検定

水準	順位			
A1	1	2	4	
A2	3	5	6	7

水準	順位			
A1	1	2	4	
A2	3	5	7	
A3	6	8	9	10

Kruskal-Wallis の検定

●JMPファイルの読み込みと表示

JMP ファイル「1-1因子2.jmp」を読み込み

●データ

表示 1.2.1 と同じデータ、1 因子、5 水準、 $n_0=6, n_1=n_2=n_3=n_4=3$

水準の列名は「群」、観測値の列名は「y」

このデータは「完全無作為化法」で得られたデータ

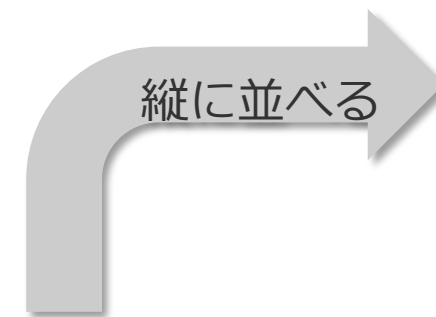
●解析

[分析] > [二変量の関係]

点グラフを作成

表示 1.5.2

水準	1	2	3	4	5	6
A0	43	45	42	47	49	50
A1	47	51	49			
A2	54	48	57			
A3	55	58	61			
A4	52	48	53			



列名

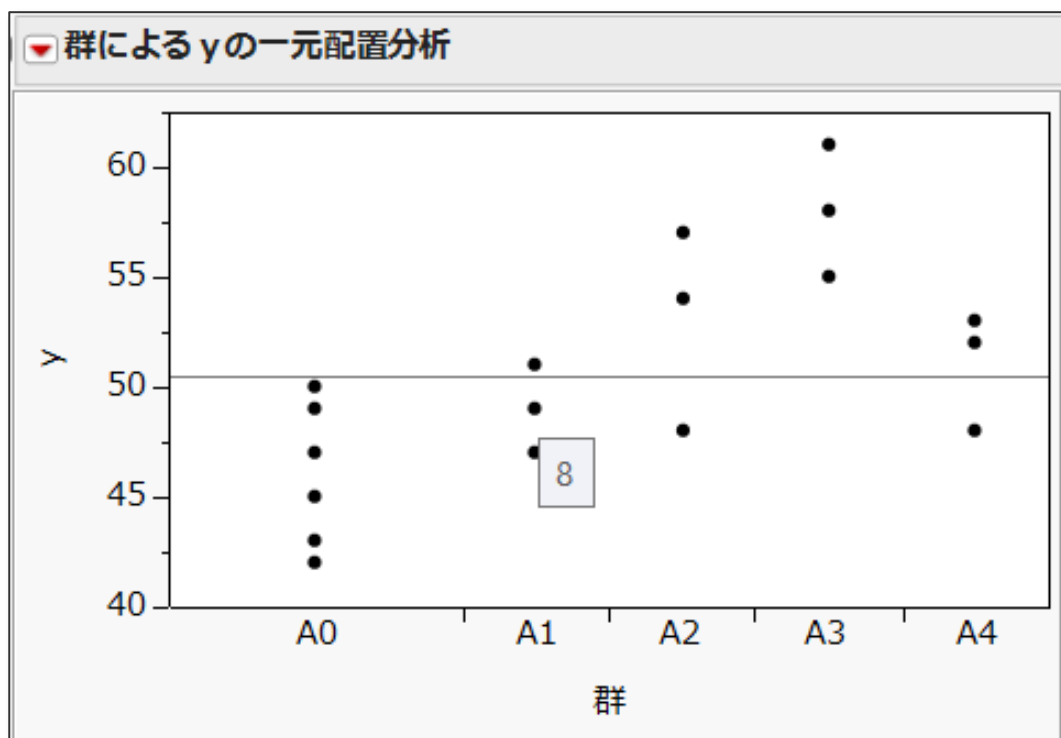
	群	y	x
1	A0	43	0
2	A0	45	0
3	A0	42	0
4	A0	47	0
5	A0	49	0
6	A0	50	0
7	A1	47	2
8	A1	51	2
9	A1	49	2
10	A2	54	9
11	A2	48	9
12	A2	57	9
13	A3	55	14
14	A3	58	14
15	A3	61	14
16	A4	52	5
17	A4	48	5
18	A4	53	5

Kruskal-Wallis の検定

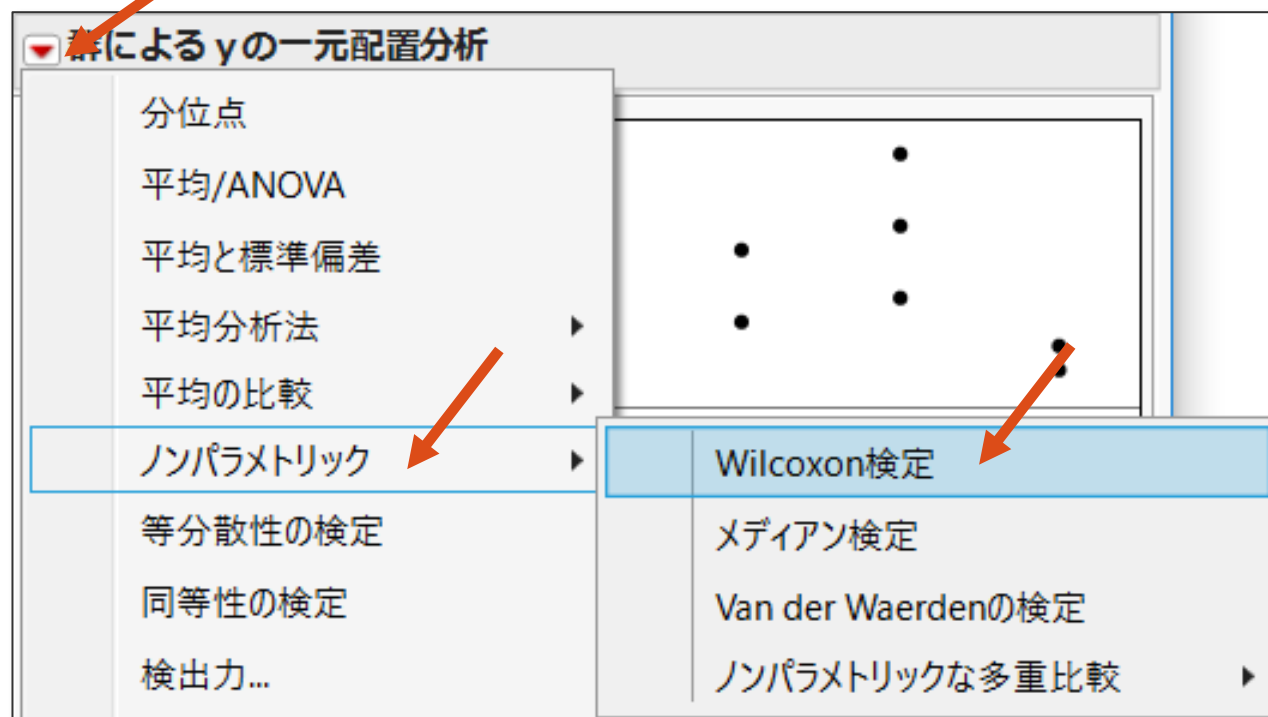
●JMP [二変量の関係]

単なる計算事例（ノンパラメトリック検定が適しているとはいえない）

[分析] > [二変量の関係]



▼ > [ノンパラメトリック] > [Wilcoxon検定]



●JMP によるKruskal-Wallis の検定の出力

2 群で説明したWilcoxon の検定を 3 群以上に拡張

Wilcoxon 検定

2 群の比較 : Wilcoxon の順位和検定

3 群以上の比較 : Kruskal-Wallis の検定

表示 1.5.1 JMP による
Wilcoxon/Kruskal-Wallis 検定

Wilcoxon/Kruskal-Wallisの検定(順位和)					
水準	度数	スコア和	スコアの期待値	スコア平均	(平均-平均0)/標準偏差0
A0	6	29.000	57.000	4.8333	-2.580
A1	3	24.000	28.500	8.0000	-0.475
A2	3	36.500	28.500	12.1667	0.890
A3	3	50.000	28.500	16.6667	2.492
A4	3	31.500	28.500	10.5000	0.297

2 群のときにも表示
第 1 部 (p.171)

一元配置検定(カイ2乗近似)

カイ2乗	自由度	p値(Prob>ChiSq)
11.1163	4	0.0253*

標本サイズが小さいときの
統計表の利用については、
後で説明

標本サイズが小さいので、この近似は精度がよくありません。統計表を使って検定してください。

Kruskal-Wallis の検定

●Excel ファイルの読み込みと表示

Excel ファイル「DE改1-1因子(質).xls」
名前ボックスから「表示1.5.2」 (Fig15_02)
を選択

表示1.5.2 Excelによる順位和検定 (1)

データ

水準	1	2	3	4	5	6
A0	43	45	42	47	49	50
A1	47	51	49			
A2	54	48	57			
A3	55	58	61			
A4	52	48	53			

(1) データ (表示1.1.2)

順位

水準	n	平均	1	2	3	4	5	6
A0	6	4.83	2.0	3.0	1.0	4.5	8.5	10.0
A1	3	8.00	4.5	11.0	8.5			
A2	3	12.17	14.0	6.5	16.0			
A3	3	16.67	15.0	17.0	18.0			
A4	3	10.50	12.0	6.5	13.0			
全体	18	9.50						
水準数	5							

(2) 順位に変換、平均

表示 1.2.1
のシート
(p.40)

(3) 順位の残差

残差

水準	標準偏差	効果	1	2	3	4	5	6
A0	3.64	-4.67	-2.83	-1.83	-3.83	-0.33	3.67	5.17
A1	3.28	-1.50	-3.50	3.00	0.50			
A2	5.01	2.67	1.83	-5.67	3.83			
A3	1.53	7.17	-1.67	0.33	1.33			
A4	3.50	1.00	1.50	-4.00	2.50			

(4) 分散分析表

計算方法は
前節 (§1.1、[§1.2](#)、[§1.4](#)) で説明済

分散分析表

要因	平方和	自由度	平均平方	F 比	p 値
水準間	315.83	4	78.958	6.140	0.0053
残差	167.17	13	12.859	1.000	
全体	483.00	17	28.412		
(検算)	483.00	17			

修正

分散分析表

要因	平方和	自由度	平均平方	χ^2 値	p 値
水準間	315.83	4	78.958	11.116	0.0253
残差	167.17	13	12.859		
全体	483.00	17	28.412		
(検算)	483.00	17			

表示1.5.3

Kruskal-Wallis の検定

●順位変換

第1ブロック：データ（観測値）

第2ブロック：順位変換

昇順の平均順位

表示1.5.2 Excelによる順位和検定（1）

データ						
水準	1	2	3	4	5	6
A0	43	45	42	47	49	50
A1	47	51	49			
A2	54	48	57			
A3	55	58	61			
A4	52	48	53			

= RANK.AVG (F6, \$F\$6:\$K\$10,1)

順位変換の Excel 関数

テキスト（Excel ファイル）

=RANK(値, 範囲, 1) + (COUNTIF(範囲, 値) - 1) / 2

ここでの説明

=RANK.AVG(F6, \$F\$&:\$K\$10, 1)

変換するセル

変換する範囲

1:昇順、2:降順

			順位					
水準	n	平均	1	2	3	4	5	6
A0	6	4.83	2.0	3.0	1.0	4.5	8.5	10.0
A1	3	8.00	4.5	11.0	8.5			
A2	3	12.17	14.0	6.5	16.0			
A3	3	16.67	15.0	17.0	18.0			
A4	3	10.50	12.0	6.5	13.0			
全体	18	9.50						
水準数	5							

全体平均 = (N + 1) / 2

●分散分析表（順位を連測データと見なした場合）

帰無仮説が正しいとき、
水準間の平均平方 V_A と残差の平均平方 V_e の比は
自由度が 4, 13 の F 分布に従う？

$$F = \frac{V_A}{V_e} = \frac{78.958}{12.859} = 6.140$$

$$= 1 - \text{F.DIST}(6.140, 4, 13, \text{TRUE}) = 0.0053$$

表示 1.5.2 Excel による順位和検定 (1)

分散分析表

要因	平方和	自由度	平均平方	F 比	p 値
水準間	315.83	4	78.958	6.140	0.0053
残差	167.17	13	12.859	1.000	
全体	483.00	17	28.412		

●分散分析表（順位データの場合）

帰無仮説が正しいとき、
全体の平均平方 V_T と水準間の平方和 S_A の比は、
自由度 4 の χ^2 乗分布に近似的に従う

$$\chi^2 = \frac{S_A}{V_T} = \frac{315.83}{28.412} = 11.116$$

$$= 1 - \text{CHISQ.DIST}(11.116, 4, \text{TRUE}) = 0.0253$$

表示 1.5.2 Excel による順位和検定 (2)

分散分析表

要因	平方和	自由度	平均平方	χ^2 値	p 値
水準間	315.83	4	78.958	11.116	0.0253
残差	167.17	13	12.859		
全体	483.00	17	28.412		

●分散分析表（順位を連測データと見なした場合）

帰無仮説が正しいとき、
水準間の平均平方 V_A と残差の平均平方 V_e の比は
自由度が 4, 13 の **F 分布に従う？**

$$F = \frac{V_A}{V_e} = \frac{78.958}{12.859} = 6.140$$

$$= 1 - \text{F.DIST}(6.140, 4, 13, \text{TRUE}) = 0.0053$$

表示 1.5.2 Excel による順位和検定 (1)

分散分析表

要因	平方和	自由度	平均平方	F 比	p 値
水準間	315.83	4	78.958	6.140	0.0053
残差	167.17	13	12.859	1.000	
全体	483.00	17	28.412		

●分散分析表（順位データの場合）

帰無仮説が正しいとき、
全体の平均平方 V_T と水準間の平方和 S_A の
自由度 4 の χ^2 乗分布に近似的に従う

$$\chi^2 = \frac{S_A}{V_T} = \frac{315.83}{28.412} = 11.116$$

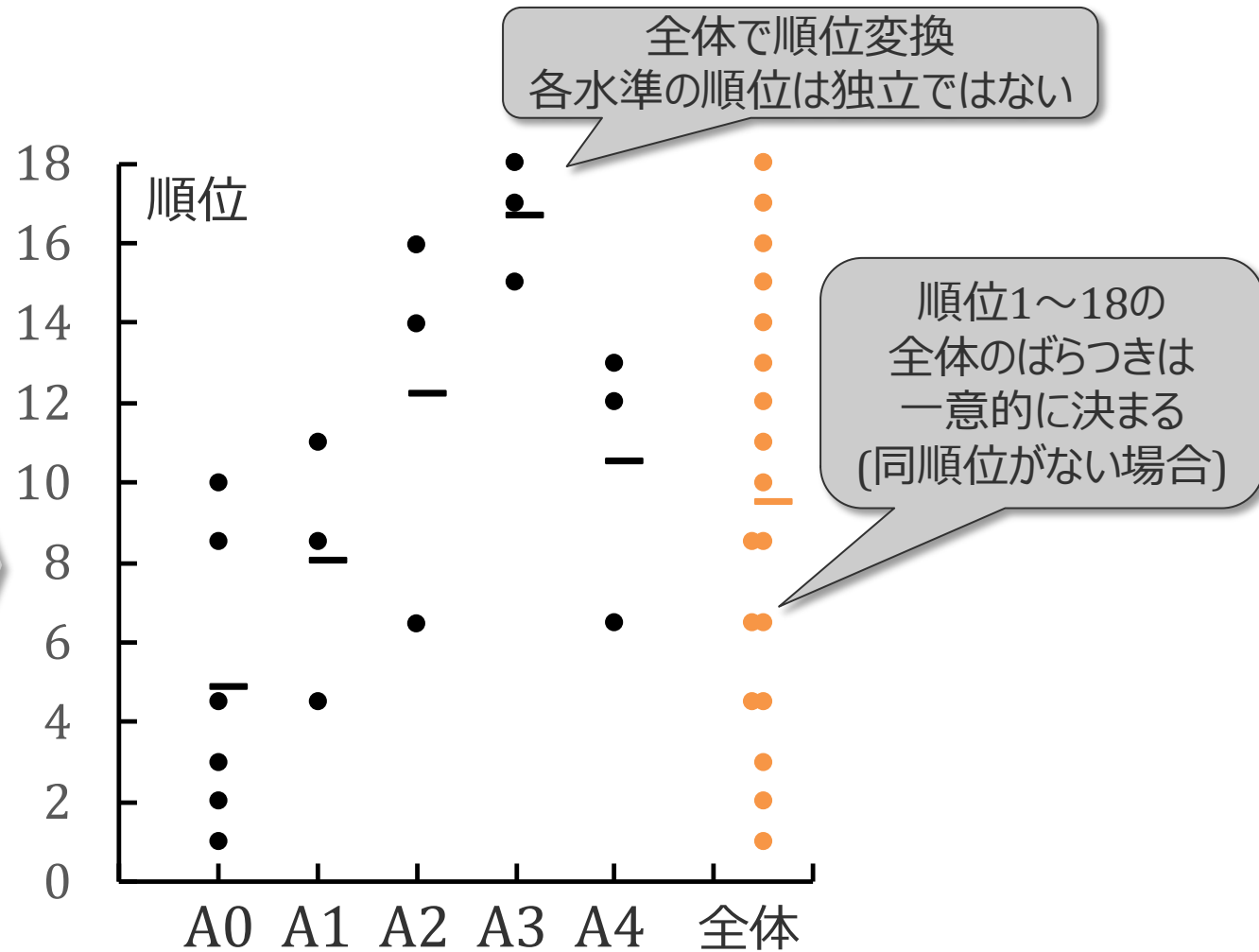
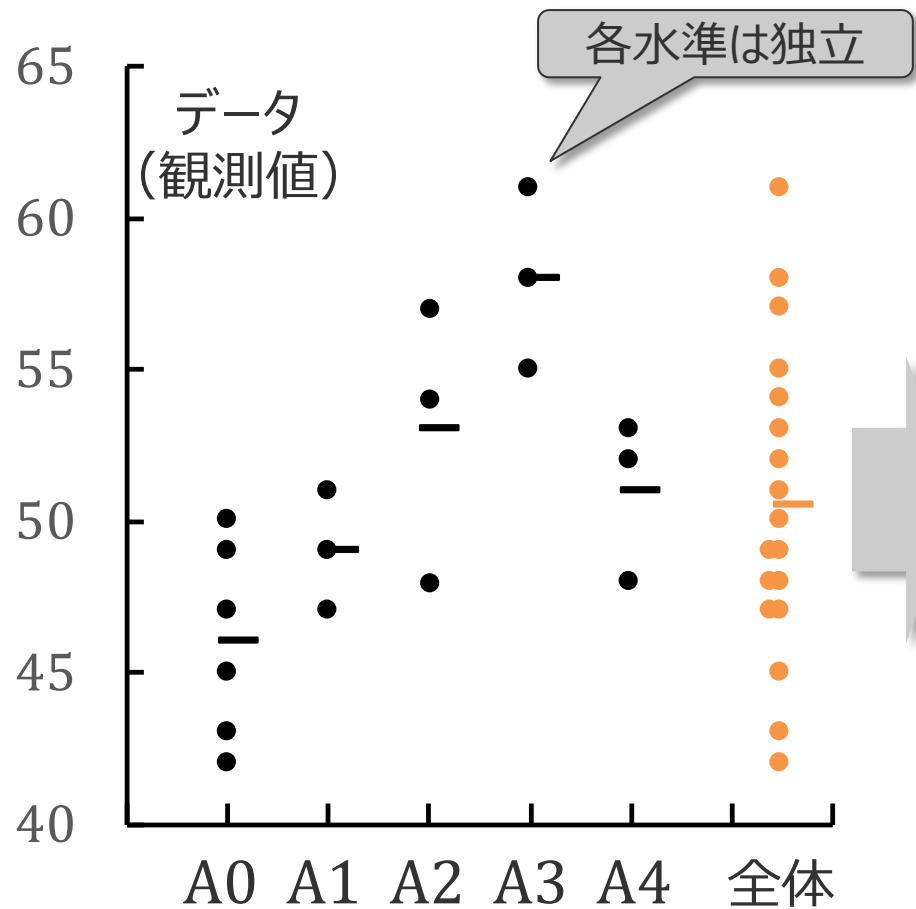
$$= 1 - \text{CHISQ.DIST}(11.116, 4, \text{TRUE}) = 0.0253$$

順位データは独立ではない
各水準は独立ではない
したがって、**F 分布に従わない**

順位和検定 (2)

要因	平方和	自由度	平均平方	χ^2 値	p 値
水準間	315.83	4	78.958	11.116	0.0253
残差	167.17	13	12.859		
全体	483.00	17	28.412		

●データと順位データ



●分散分析表（順位を連測データと見なした場合）

帰無仮説が正しいとき、
水準間の平均平方 V_A と残差の平均平方 V_e の比は
自由度が 4, 13 の F 分布に従う？

$$F = \frac{V_A}{V_e} = \frac{78.958}{12.859} = 6.140$$

$$= 1 - \text{F.DIST}(6.140, 4, 13, \text{TRUE}) = 0.0053$$

正しくない

表示 1.5.2 Excel による順位和検定 (1)

分散分析表

要因	平方和	自由度	平均平方	F 比	p 値
水準間	315.83	4	78.958	6.140	0.0053
残差	167.17	13	12.859	1.000	
全体	483.00	17	28.412		

●分散分析表（順位データの場合）

帰無仮説が正しいとき、
全体の平均平方 V_T と水準間の平方和 S_A の比は、
自由度 4 の χ^2 乗分布に近似的に従う

$$\chi^2 = \frac{S_A}{V_T} = \frac{315.83}{28.412} = 11.116$$

$$= 1 - \text{CHISQ.DIST}(11.116, 4, \text{TRUE}) = 0.0253$$

表示 1.5.2 Excel による順位和検定 (2)

分散分析表

要因	平方和	自由度	平均平方	χ^2 値	p 値
水準間	315.83	4	78.958	11.116	0.0253
残差	167.17	13	12.859		
全体	483.00	17	28.412		

S_A

V_T

●分散分析表（順位を連測データと見なした場合）

帰無仮説が正しいとき、
水準間の平均平方 V_A と残差の平均平方 V_e の比は
自由度が 4, 13 の F 分布に従う？

$$F = \frac{V_A}{V_e} = \frac{78.958}{12.859} = 6.140$$

$$= 1 - \text{F.DIST}(6.140, 4, 13, \text{TRUE}) = 0.0053$$

正しくない

表示 1.5.2 Excel による順位和検定 (1)

分散分析表

要因	平方和	自由度	平均平方	F 比	p 値
水準間	315.83	4	78.958	6.140	0.0053
残差	167.17	13	12.859	1.000	
全体	483.00	17	28.412		

●分散分析表（順位データの場合）

帰無仮説が正しいとき、
全体の平均平方 V_T と水準間の平方和 S_A の比は、
自由度 4 の χ^2 乗分布に近似的に従う

$$\chi^2 = \frac{S_A}{V_T} = \frac{315.83}{28.412} = 11.116$$

$$= 1 - \text{CHISQ.DIST}(11.116, 4, \text{TRUE}) = 0.0253$$

χ^2 に近似的に従う統計量
H と表記することもある

表示 1.5.2 Excel による順位和検定 (2)

分散分析表

要因	平方和	自由度	平均平方	χ^2 値	p 値
水準間	315.83	4	78.958	11.116	0.0253
残差	167.17	13	12.859		
全体	483.00	17	28.412		

χ^2 に近似的に従う統計量
H と表記することもある

S_A

V_T

●Kruskal-Wallis の検定の χ^2 近似

Kruskal-Wallisの検定

Excel と JMP の結果が一致

χ^2 値 : 11.1163

p 値 : 0.0253

順位変換しない場合の分散分析の結果

F 値 : 7.6763

p 値 : 0.0021

(表示 1.2.1 [§1.2](#) p.40)

ノンパラメトリック検定では、
検出力が低下し

p 値が大きくなる傾向あり

表示 1.5.1 JMP によるWilcoxon/Kruskal-Wallis 検定 (一部)

一元配置検定(カイ2乗近似)

カイ2乗	自由度	p値(Prob>ChiSq)
------	-----	----------------

11.1163	4	0.0253*
---------	---	---------

標本サイズが小さいので、この近似は精度がよくありません。統計表を使って検定してください。

表示 1.5.2 Excel による順位和検定 (2)

分散分析表

要因	平方和	自由度	平均平方	χ^2 値	p 値
水準間	315.83	4	78.958	11.116	0.0253
残差	167.17	13	12.859		
全体	483.00	17	28.412		

●Kruskal-Wallis の検定の χ^2 近似

Kruskal-Wallisの検定

Excel と JMP の結果が一致

ただし、このデータの場合、
近似精度は低い



統計表の利用

表示 1.5.1 JMP によるWilcoxon/Kruskal-Wallis 検定 (一部)

一元配置検定(カイ2乗近似)

カイ2乗	自由度	p値(Prob>ChiSq)
11.1163	4	0.0253*

標本サイズが小さいので、この近似は精度がよくありません。統計表を使って検定してください。

表示の最後に警告として、
統計表を使って検定するように指示
カイ二乗分布に近似した計算ではなく
正確に計算されている 統計表を使う

●Kruskal -Wals の検定の統計表 (補足)

3水準 ($n=2$, $N=6$) で順位が $\{1, 2\}$ $\{3, 4\}$ $\{5, 6\}$
 χ^2 近似 (これまでの計算)

H 値は 4.571 ($S_A/V_T = 16.0/3.5 = 4.751$)

χ^2 近似で H 値から算出した上側確率は 0.1017
 $= 1 - \text{CHISQ.DIST}(4.75, 2, \text{TRUE}) = 0.1017$

$\{1, 2\}$ $\{3, 4\}$ $\{5, 6\}$ の H 値と p 値

要因	平方和	自由度	平均平方	H 値	p 値
水準間	16.00	2	8.000	4.571	0.1017
残差	1.50	3	0.500		
全体	17.50	5	3.500		

確率の直接計算

順位 1 ~ 6 の 2 個ずつの組合せは 90 通り

3 水準が $\{1, 2\}$ $\{3, 4\}$ $\{5, 6\}$ になる組み合わせは

以下の 6 通り、出現確率は $6/90 = 0.067$

水準	平均順位	水準	平均順位
A1	1 2	A1	3 4
A2	3 4	A2	2 5
A3	5 6	A3	1 6

水準	平均順位	水準	平均順位	水準	平均順位	水準	平均順位	水準	平均順位	水準	平均順位
A1	1 2	A1	5 6	A1	3 4	A1	1 2	A1	3 4	A1	5 6
A2	3 4	A2	1 2	A2	5 6	A2	5 6	A2	1 2	A2	3 4
A3	5 6	A3	3 4	A3	1 2	A3	3 4	A3	5 6	A3	1 2

Kruskal-Wallis の検定

●Kruskal -Wals の検定の統計表 (補足)

3水準 ($n=2$, $N=6$) で順位が $\{1, 2\}$ $\{3, 4\}$ $\{5, 6\}$
 χ^2 近似 (これまでの計算)

H 値は 4.571 ($S_A/V_T = 16.0/3.5 = 4.751$)

χ^2 近似で H 値から算出した上側確率は 0.1017

$= 1 - \text{CHISQ.DIST}(4.75, 2, \text{TRUE}) = 0.1017$

確率の直接計算

順位 1 ~ 6 の 2 個ずつの組合せは 90 通り

3 水準が $\{1, 2\}$ $\{3, 4\}$ $\{5, 6\}$ になる組み合わせは

以下の 6 通り、出現確率は $6/90 = 0.067$

水準	平均順位	水準	平均順位	水準	平均順位	水準	平均順位	水準	平均順位	水準	平均順位						
A1	1	2	A1	5	6	A1	3	4	A1	1	2	A1	3	4	A1	5	6
A2	3	4	A2	1	2	A2	5	6	A2	5	6	A2	1	2	A2	3	4
A3	5	6	A3	3	4	A3	1	2	A3	3	4	A3	5	6	A3	1	2

これまでは χ^2 と表記

$\{1, 2\}$ $\{3, 4\}$ $\{5, 6\}$ の H 値と p 値

要因	平方和	自由度	平均平方	H 値	p 値
水準間	16.00	2	8.000	4.571	0.1017
残差	1.50	3	0.500		
全体	17.50	5	3.500		

16.0/3.5

水準	平均順位	水準	平均順位	
A1	1 2	A1	3 4	...
A2	3 4	A2	2 5	
A3	5 6	A3	1 6	

●Kruskal -Wals の検定の統計表 (補足)

3水準 ($n=2$, $N=6$) で順位が $\{1, 2\}$ $\{3, 4\}$ $\{5, 6\}$
 χ^2 近似 (これまでの計算)

H 値は 4.571 ($S_A/V_T = 16.0/3.5 = 4.751$)

χ^2 近似で H 値から算出した上側確率は 0.1017

$= 1 - \text{CHISQ.DIST}(4.75, 2, \text{TRUE}) = 0.1017$

$\{1, 2\}$ $\{3, 4\}$ $\{5, 6\}$ の H 値と p 値

要因	平方和	自由度	平均平方	H 値	p 値
水準間	16.00	2	8.000	4.571	0.1017
残差	1.50	3	0.500		
全体	17.50	5	3.500		

確率の直接計算

順位 1 ~ 6 の 2 個ずつの組合せは 90 通り

3 水準が $\{1, 2\}$ $\{3, 4\}$ $\{5, 6\}$ になる組み合わせは

以下の 6 通り、出現確率は $6/90 = 0.067$

水準	平均順位	水準	平均順位
A1	1 2	A1	3 4
A2	3 4	A2	2 5
A3	5 6	A3	1 6

水準	平均順位	水準	平均順位	水準	平均順位	水準	平均順位	水準	平均順位	水準	平均順位
A1	1 2	A1	5 6	A1	3 4	A1	1 2	A1	3 4	A1	5 6
A2	3 4	A2	1 2	A2	5 6	A2	5 6	A2	1 2	A2	3 4
A3	5 6	A3	3 4	A3	1 2	A3	3 4	A3	5 6	A3	1 2

3 水準の差 (偏り) がこれ以上になる確率は 0.067 (この場合、これ以上偏ることはないため)

●Kruskal -Wals の検定の統計表（補足）

3水準で繰り返し2の場合 ($n_1 = n_2 = n_3 = 2$)、順位が {1, 2} {3, 4} {5, 6} になった

χ^2 近似 : H 値は 4.57、 χ^2 分布の上側確率 (p 値) は 0.1017

直接計算 : 出現確率は $6/90 = 0.067$ 、これ以上偏る確率 (上側確率、 p 値) は 0.067

→ $\alpha = 0.10$ で有意 ($n_1 = n_2 = n_3 = 2$ の場合、これ以上の有意確率で有意になることはない)

Kruskal-Wallis の検定の有意点 (簡約統計数値表 (1977) より一部引用)

n1	n2	n3	n4	n5	H 値の有意点 (有意点以上の上側確率)		
					$\alpha = 0.10$	$\alpha = 0.05$	$\alpha = 0.01$
2	2	2			4.57 (0.067)		
3	2	2			4.50 (0.067)	4.71 (0.048)	
3	3	2			4.56 (0.100)	5.36 (0.032)	
3	3	3			4.62 (0.100)	5.60 (0.050)	7.20 (0.004)
3	3	3	3		6.03 (0.098)	7.00 (0.044)	8.54 (0.008)
3	3	3	3	3	7.33 (0.099)	8.33 (0.050)	10.20 (0.010)

●Kruskal -Wals の検定の統計表（補足）

統計表には、有意水準 0.10、0.05、0.01などに対応した統計量（H 値）の有意点と正確な上側確率が掲載されている

組合せ数が少ない場合、 χ^2 近似の精度は低いため統計表を使用する

χ^2 に近似的に従う統計量
ここでは H と表記する

表示 1.5.2 の例

n が 6, 3, 3, 3, 3 に対応する
数値表は入手できない
統計ソフトによっては
正確な p 値を出力

Kruskal-Wallis の検定の有意点（簡約統計数値表（1977）より一部引用）

n1	n2	n3	n4	n5	H 値の有意点（有意点以上の上側確率）		
					$\alpha = 0.10$	$\alpha = 0.05$	$\alpha = 0.01$
2	2	2			4.57 (0.067)		
3	2	2			4.50 (0.067)	4.71 (0.048)	
3	3	2			4.56 (0.100)	5.36 (0.032)	
3	3	3			4.62 (0.100)	5.60 (0.050)	7.20 (0.004)
3	3	3	3		6.03 (0.098)	7.00 (0.044)	8.54 (0.008)
3	3	3	3	3	7.33 (0.099)	8.33 (0.050)	10.20 (0.010)

Kruskal-Wallis の検定

●各水準の平均と全体の平均の差 (補足)

度数 : n (繰り返し数)

スコア和 : 順位の時

スコアの期待値 : 全体平均 × 度数

水準A0 : $9.5 \times 6 = 57.0$

水準A1 : $9.5 \times 3 = 28.5$

スコア平均 : 順位の平均値

$(\text{平均} - \text{平均}_0) / \text{標準偏差}_0$

水準の平均と全体の平均との差が標準誤差の何倍あるか (標準化したスコア)

表示 1.5.1 JMP による

Wilcoxon/Kruskal-Wallis 検定

水準	n	平均	順位						計
			1	2	3	4	5	6	
A0	6	4.83	2.0	3.0	1.0	4.5	8.5	10.0	29.0
A1	3	8.00	4.5	11.0	8.5				24.0
A2	3	12.17	14.0	6.5	16.0				36.5
A3	3	16.67	15.0	17.0	18.0				50.0
A4	3	10.50	12.0	6.5	13.0				31.5
全体	18	9.50							171.0
水準数	5								

水準	度数	スコア和	スコアの期待値	スコア平均	$(\text{平均} - \text{平均}_0) / \text{標準偏差}_0$
A0	6	29.000	57.000	4.8333	-2.580
A1	3	24.000	28.500	8.0000	-0.475
A2	3	36.500	28.500	12.1667	0.890
A3	3	50.000	28.500	16.6667	2.492
A4	3	31.500	28.500	10.5000	0.297

Kruskal-Wallis の検定

●各水準の平均と全体の平均の差 (補足)

(平均 - 平均0) / 標準偏差0 の求め方

平均 → 修正平均 : 平均値を連続修正

(第1部 §3.7 (1))

$$A0 : (29.0 + 0.5) / 6 = 4.92$$

平均0 → 全体平均

修正効果 : 平均 - 平均0

修正効果の標準誤差 (se) と u 値

$$se = \sqrt{\left(\frac{1}{n_i} - \frac{1}{N}\right) V_T} = \sqrt{\left(\frac{1}{6} - \frac{1}{18}\right) \times 28.412} = 1.777$$

$$u = \frac{(4.92 - 9.50)}{1.777} = \frac{-4.58}{1.777} = -2.580$$

水準	n	平均	順位						計
			1	2	3	4	5	6	
A0	6	4.83	2.0	3.0	1.0	4.5	8.5	10.0	29.0
A1	3	8.00	4.5	11.0	8.5				24.0
A2	3	12.17	14.0	6.5	16.0				36.5
A3	3	16.67	15.0	17.0	18.0				50.0
A4	3	10.50	12.0	6.5	13.0				31.5
全体	18	9.50							171.0
水準数	5								

全体平均 = (N + 1) / 2

表示 1.5.4

水準	合計	n	修正平均	修正効果	se	u
A0	29.0	6	4.92	-4.58	1.777	-2.580
A1	24.0	3	8.17	-1.33	2.809	-0.475
A2	36.5	3	12.00	2.50	2.809	0.890
A3	50.0	3	16.50	7.00	2.809	2.492
A4	31.5	3	10.33	0.83	2.809	0.297
全体	171.0	18	9.500			

平均0

●各水準の平均と全体の平均の差 (補足)

(平均 - 平均0) / 標準偏差0 の求め方

修正平均：平均値を連続修正

(第1部 §3.7 (1))

$$A0 : (29.0 + 0.5) / 6 = 4.92$$

修正効果：修正平均 - 全体平均

修正効果の標準誤差 (se) と u 値

標準偏差0

$$se = \sqrt{\left(\frac{1}{n_i} - \frac{1}{N}\right) V_T} = \sqrt{\left(\frac{1}{6} - \frac{1}{18}\right) \times 28.412}$$

$$= 1.777$$

$$u = \frac{(4.92 - 9.50)}{1.777} = \frac{-4.58}{1.777} = -2.580$$

表示 1.5.2 Excel による順位和検定 (2)

分散分析表

要因	平方和	自由度	平均平方	χ^2 値	p 値
水準間	315.83	4	78.958	11.116	0.0253
残差	167.17	13	12.859		
全体	483.00	17	28.412		

表示 1.5.4

標準偏差0

水準	合計	n	修正平均	修正効果	se	u
A0	29.0	6	4.92	-4.58	1.777	-2.580
A1	24.0	3	8.17	-1.33	2.809	-0.475
A2	36.5	3	12.00	2.50	2.809	0.890
A3	50.0	3	16.50	7.00	2.809	2.492
A4	31.5	3	10.33	0.83	2.809	0.297
全体	171.0	18	9.500			

●各水準の平均と全体の平均の差 (補足)

(平均 - 平均0) / 標準偏差0 の求め方

修正平均 : 平均値を連続修正

(第1部 §3.7 (1))

$$A0 : (29.0 + 0.5) / 6 = 4.92$$

修正効果 : 修正平均 - 全体平均

修正効果の標準誤差 (se) と u 値

$$se = \sqrt{\left(\frac{1}{n_i} - \frac{1}{N}\right) V_T} = \sqrt{\left(\frac{1}{6} - \frac{1}{18}\right) \times 28.412} = 1.777$$

$$u = \frac{(4.92 - 9.50)}{1.777} = \frac{-4.58}{1.777} = -2.580$$

水準	度数	スコア和	スコアの期待値	スコア平均	(平均-平均0)/標準偏差0
A0	6	29.000	57.000	4.8333	-2.580
A1	3	24.000	28.500	8.0000	-0.475
A2	3	36.500	28.500	12.1667	0.890
A3	3	50.000	28.500	16.6667	2.492
A4	3	31.500	28.500	10.5000	0.297

表示 1.5.4

水準	合計	n	修正平均	修正効果	se	u
A0	29.0	6	4.92	-4.58	1.777	-2.580
A1	24.0	3	8.17	-1.33	2.809	-0.475
A2	36.5	3	12.00	2.50	2.809	0.890
A3	50.0	3	16.50	7.00	2.809	2.492
A4	31.5	3	10.33	0.83	2.809	0.297
全体	171.0	18	9.500			

Kruskal-Wallis の検定

●各水準の平均と全体の平均の差 (補足)

(平均 - 平均0) / 標準偏差0 の求め方

Wilcoxon/Kruskal-Wallisの検定(順位和)

水準	度数	スコア和	スコアの期待値	スコア平均	(平均-平均0)/標準偏差0
A0	6	29.000	57.000	4.8333	-2.580
A1	3	24.000	28.500	8.0000	-0.475
A2	3	36.500	28.500	12.1667	0.890
A3	3	50.000	28.500	16.6667	2.492
A4	3	31.500	28.500	10.5000	0.297

合計

平均
(修正平均)

平均 - 平均0
(修正効果)

A0 $(29.0 + 0.5) / 6 = 4.92$ $4.92 - 9.50 = -2.580$

A1 $(24.0 + 0.5) / 3 = 8.17$ $8.17 - 9.50 = -0.475$

A2 $(36.5 - 0.5) / 3 = 12.00$ $12.00 - 9.50 = 0.890$

A3 $(50.0 - 0.5) / 3 = 16.50$ $16.50 - 9.50 = 2.492$

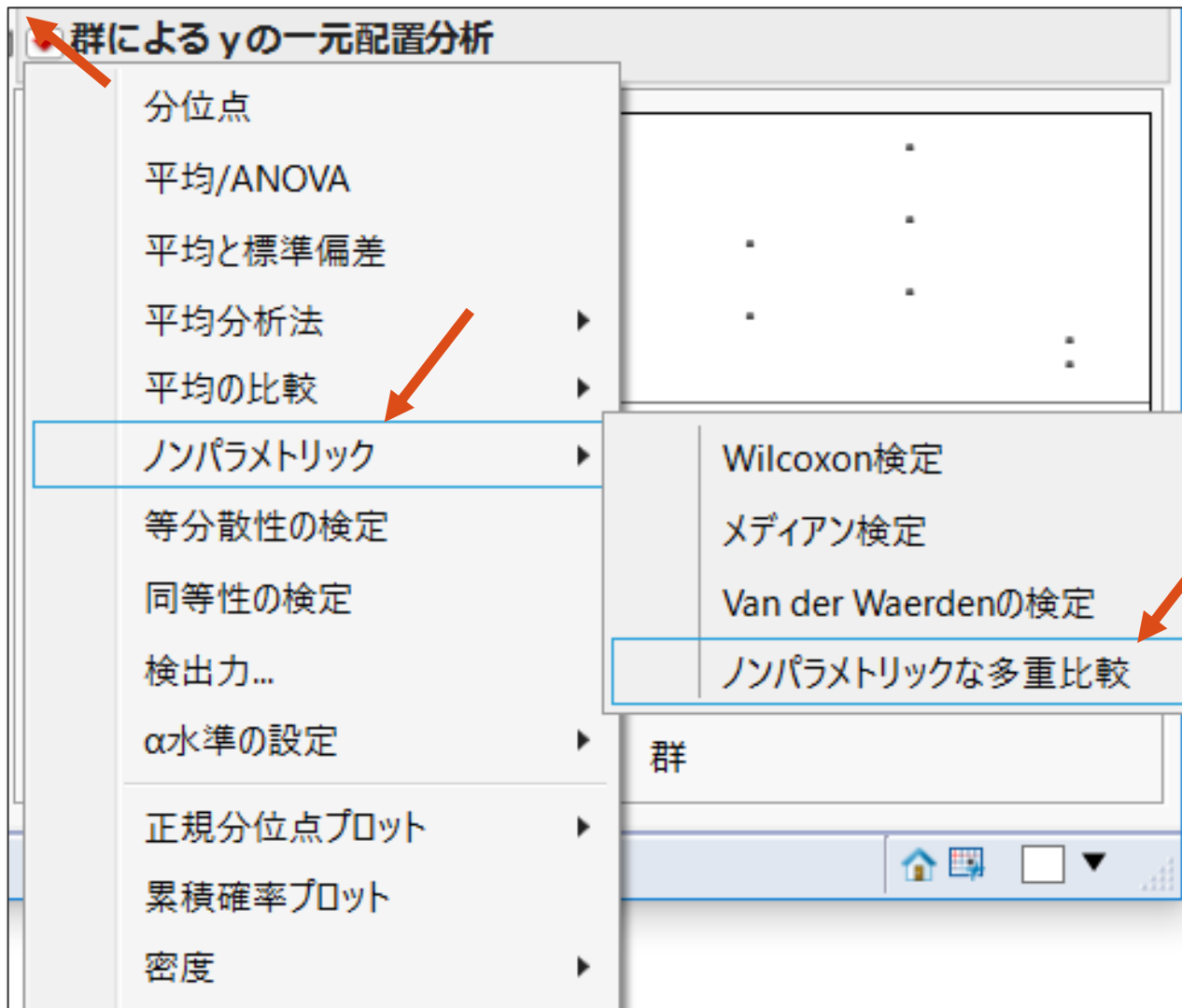
A4 $(31.5 - 0.5) / 3 = 10.33$ $10.33 - 9.50 = 0.297$

表示 1.5.4

水準	合計	n	修正平均	修正効果	se	u
A0	29.0	6	4.92	-4.58	1.777	-2.580
A1	24.0	3	8.17	-1.33	2.809	-0.475
A2	36.5	3	12.00	2.50	2.809	0.890
A3	50.0	3	16.50	7.00	2.809	2.492
A4	31.5	3	10.33	0.83	2.809	0.297
全体	171.0	18	9.500			

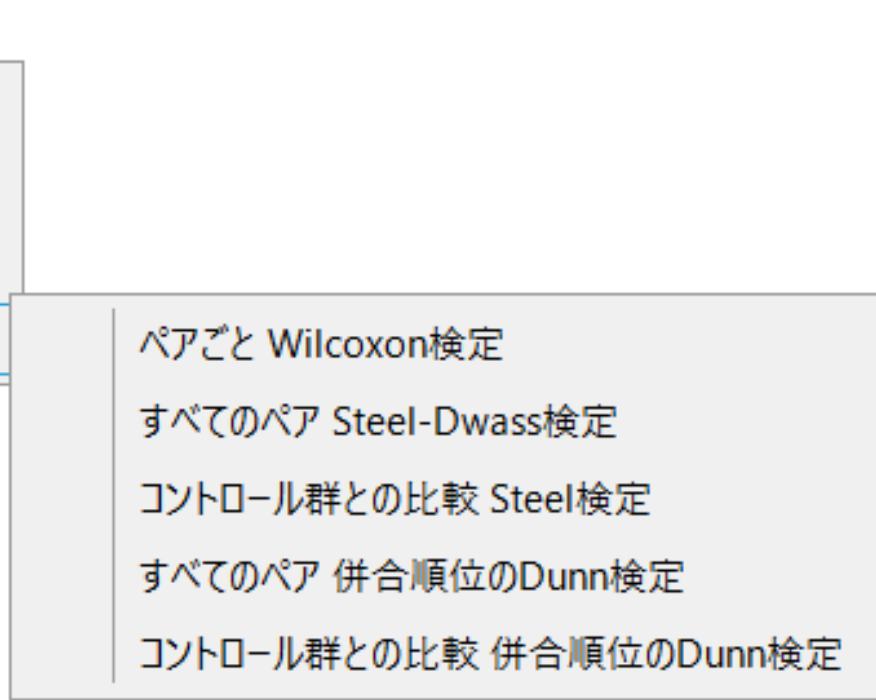


ノンパラメトリック検定の多重比較（補足）



JMP ファイル「1-1因子2.jmp」

[分析] > [二変量の関係]
▼ > [ノンパラメトリック] >
> [ノンパラメトリックな多重比較]





ノンパラメトリック検定の多重比較 (補足)

●ノンパラメトリック検定の多重比較

Bonferroniの方法、Holmの方法はノンパラメトリック検定でも利用可 ([§1.3](#))

ノンパラメトリック検定の多重比較法

近似計算に基づいているので、十分な繰り返し数 (サンプルサイズ) が必要

Steel-Dwass の方法、Steel の方法は JMP で実行可

永田・吉田 (1997) 参照

Student の t 検定を
使った
ペアごとの比較

	パラメトリック検定	ノンパラメトリック検定
ペアごとの検定	t 検定	Wilcoxon の順位和検定
全ての対の比較	Tukey の方法	Steel-Dwass の方法
基準との比較	Dunnett の方法	Steel の方法
単調増加、単調減少	Williams の方法	Shirley-Williams の方法

多重性は
考慮されていない

JMP では未対応

ノンパラメトリック検定の多重比較（補足）

●ペアごとの検定（Wilcoxon の順位和検定）

Wilcoxon検定 ペアごとのノンパラメトリックな比較

q*		Alpha			
1.95996		0.05			
水準	- 水準	スコア平均の差	差の標準誤差	Z	p値
A3	A0	4.25000	1.936492	2.19469	0.0282*
A2	A0	3.25000	1.936492	1.67829	0.0933
A4	A0	3.25000	1.936492	1.67829	0.0933
A3	A1	2.66667	1.527525	1.74574	0.0809
A1	A0	2.25000	1.920286	1.17170	0.2413
A3	A2	2.00000	1.527525	1.30931	0.1904
A2	A1	1.33333	1.527525	0.87287	0.3827
A4	A1	1.33333	1.527525	0.87287	0.3827
A4	A2	-1.00000	1.505545	-0.66421	0.5066
A4	A3	-2.66667	1.527525	-1.74574	0.0809

Bonferroni の方法
および Holm の方法で p 値を調整
 $p = 0.0282 \times 10 = 0.282$
有意ではない

[分析] > [二変量の関係]
▼ > [ノンパラメトリック] >
> [ノンパラメトリックな多重比較]
> [ペアごと Wilcoxon検定]

ペアごとにWilcoxon の順位和検定を繰り返す
多重性は考慮されていない
サンプルサイズが小さいので近似精度が低い
(正規近似)



(2) y が順序尺度の場合のノンパラメトリック検定



y が順序尺度の場合のノンパラメトリック検定

●カテゴリカル変数

カテゴリの集まりから構成される質的変数（第3部 [§3.1](#)）

カテゴリとは分類、範疇、段階などの意味、名義尺度と順序尺度がある

名義尺度のカテゴリカル変数（順序を考えない質的変数）

反応あり「+」と反応なし「-」、死亡と生存

三種類のタイプ（タイプA, タイプB, タイプC）

順序尺度のカテゴリカル変数（順序に意味のある質的変数）→ 本節で取り扱う変数

3段階評価 「小、中、大」

5段階評価 「-, ±, +, ++, +++」

7段階評価 「-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3」

評点、スコア、順位スコア
(カテゴリの数値化)

順序尺度の場合、ノンパラメトリック検定が適している場合がある

y が順序尺度の場合のノンパラメトリック検定

●Excel ファイルの読み込みと表示

Excel ファイル「DE改1-1因子(質).xls」

名前ボックスから「表示1.5.5」 (Fig15_05) を選択

●事例

45 匹の実験動物を 15 匹ずつ 3 群に分け、
それぞれに 3 薬剤 A1, A2, A3 を投与
効果を 5 段階「-、±、+、++、+++」
で評価

●スコア化 (スコアリング)

記号による評価を
順位スコア (評点) に変換

表示 1.5.5 実験データとJMP 用データ

水準	-	±	+	++	+++	計
A1	1	6	5	3	0	15
A2	0	4	5	5	1	15
A3	0	2	5	6	2	15
計	1	12	15	14	3	45
累計	1	13	28	42	45	
スコア	-1	0	1	2	3	
平均順位	1.0	7.5	21.0	35.5	44.0	
変化量		6.5	13.5	14.5	8.5	
VdWスコア	-2.02	-0.98	-0.11	0.74	1.71	
変化量		1.04	0.87	0.85	0.97	

5 段階評価

順位スコア



yが順序尺度の場合のノンパラメトリック検定

●データデータの交換

データを縦に並べ、度数の列を追加
度数の列がない方法は右端

表示 1.5.5 実験データとJMP用データ

水準	-	±	+	++	+++	計
A1	1	6	5	3	0	15
A2	0	4	5	5	1	15
A3	0	2	5	6	2	15
計	1	12	15	14	3	45
累計	1	13	28	42	45	
スコア	-1	0	1	2	3	
平均順位	1.0	7.5	21.0	35.5	44.0	
変化量		6.5	13.5	14.5	8.5	
VdWスコア	-2.02	-0.98	-0.11	0.74	1.71	
変化量		1.04	0.87	0.85	0.97	

x: 水準
y: 効果

f: 度数
計は45

45匹は無作為に実験

x	y	f
A1	-1	1
A1	0	6
A2	0	4
A3	0	2
A1	1	5
A2	1	5
A3	1	5
A1	2	3
A2	2	5
A3	2	6
A2	3	1
A3	3	2

id	x	y	.	.	.
1	A1	-1	.	.	.
2	A1	0	33	A3	1
3	A1	0	34	A3	1
4	A1	0	35	A3	1
5	A1	0	36	A3	1
6	A1	0	37	A3	1
7	A1	0	38	A3	2
8	A1	1	39	A3	2
9	A1	1	40	A3	2
10	A1	1	41	A3	2
11	A1	1	42	A3	2
12	A1	1	43	A3	2
.	.	.	44	A3	3
.	.	.	45	A3	3

yが順序尺度の場合のノンパラメトリック検定

- JMPファイルの読み込みと表示

JMPファイル「1-1因子3.jmp」を読み込み

- [二変量の関係]

列の選択

[Y,目的変数] : y

[X,説明変数] : x

[度数] : f

y : 連続尺度

二変量の関係 - JMP

各Xに対するYの分布。いろいろな分析の種類がある。

列の選択

Y, 目的変数 y

X, 説明変数 x

度数 f

一元配置

二変量

一元配置

ロジスティック

分割表

アクション

OK

キャンセル

削除

前回の設定

ヘルプ

	x	y	f
1	A1	-1	1
2	A1	0	6
3	A2	0	4
4	A3	0	2
5	A1	1	5
6	A2	1	5
7	A3	1	5
8	A1	2	3
9	A2	2	5
10	A3	2	6
11	A2	3	1
12	A3	3	2



y が順序尺度の場合のノンパラメトリック検定

●順位スコアの尺度（補足）

順序尺度：順位のある質的変数、数値データであってもその中間は考えない

連続尺度：連続的に存在する量的変数・・・順位スコアは順序尺度であるが、連続尺度で解析

スコア「-1、0、1、2、3」は順序尺度
しかし、スコアを連続変数として扱って、
合計、平均、偏差などを計算

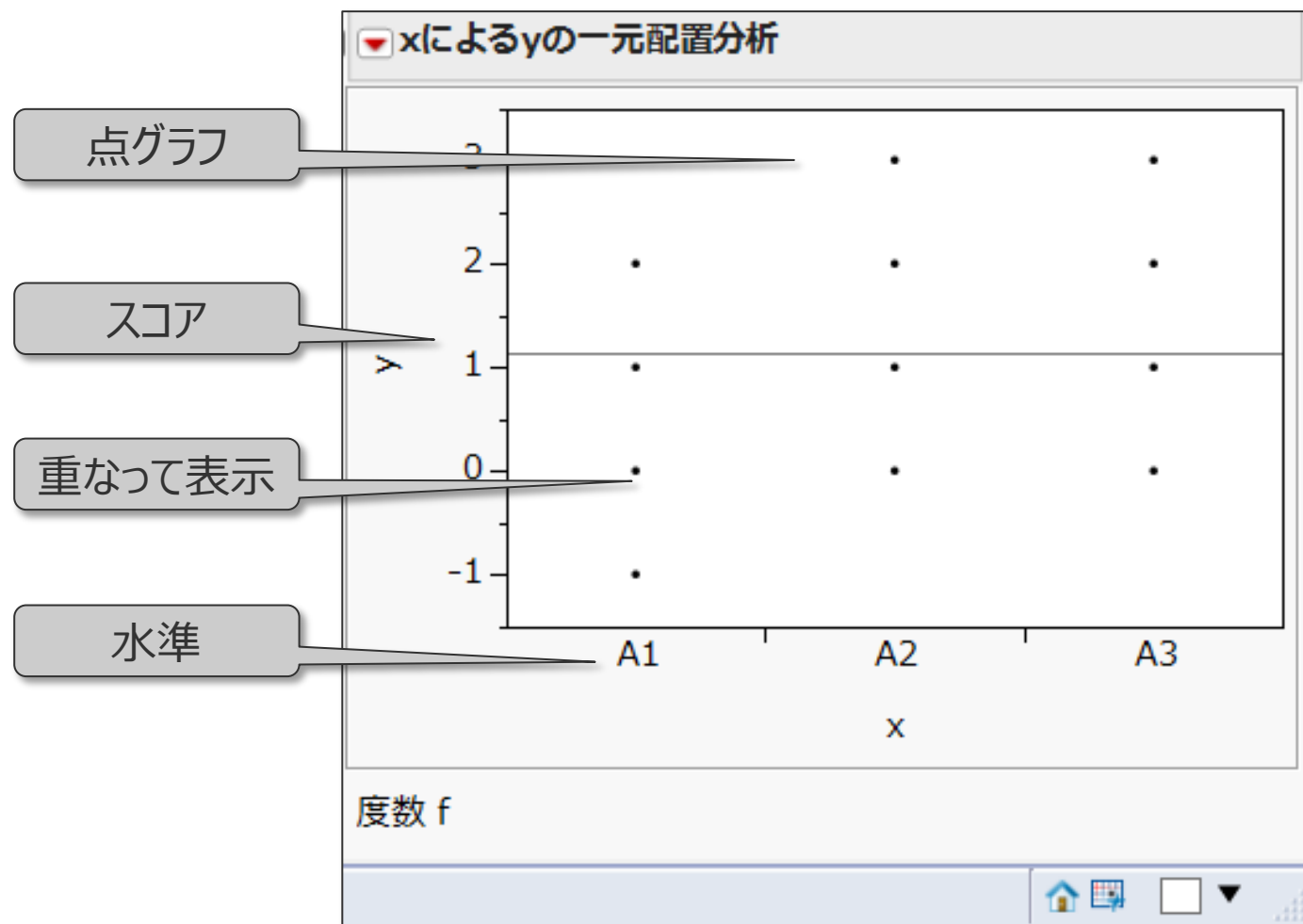
5段階評価を順序尺度で解析することもできる
(第3部 [§3.5](#) を参照)

順序尺度

表示 1.5.5 実験データとJMP用データ

水準	-	±	+	++	+++	計
A1	1	6	5	3	0	15
A2	0	4	5	5	1	15
A3	0	2	5	6	2	15
計	1	12	15	14	3	45
累計	1	13	28	42	45	
スコア	-1	0	1	2	3	
平均順位	1.0	7.5	21.0	35.5	44.0	
変化量		6.5	13.5	14.5	8.5	
VdWスコア	-2.02	-0.98	-0.11	0.74	1.71	
変化量		1.04	0.87	0.85	0.97	

- [二変量の関係]



- [二変量の関係]

- (1) 分散分析

- 1、0、1、2、3のスコアを
通常連続変数と見なして解析

- ▼> [平均/ANOVA]

- (2) Kruskal-Wallis の検定

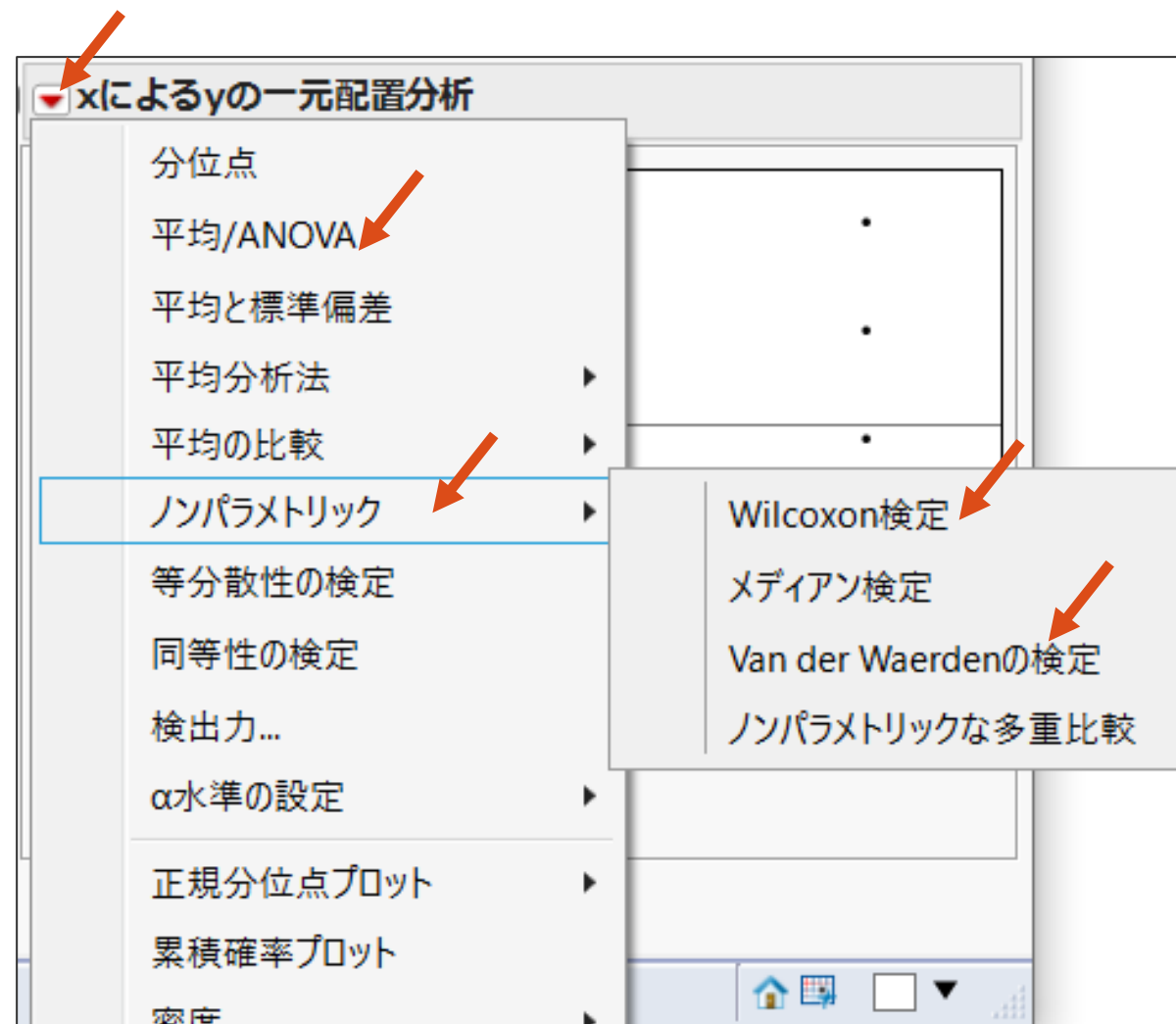
- 順位変換して解析

- ▼> [ノンパラメトリック]
> [Wilcoxon検定]

- (3) Van der Waerden の検定

- 順位を正規分布により重み付け

- ▼> [ノンパラメトリック]
> [Van der Waerden の検定]



yが順序尺度の場合のノンパラメトリック検定

p.64

●分散分析

$p = 0.0430$ 、有意水準0.05で有意

5段階評価「-、±、+、++、+++」は等間隔であるという前提で解析

●Kruskal-Wallisの検定

$p = 0.0568$ 、有意水準0.05で有意ではない

分散分析					
要因	自由度	平方和	平均平方	F値	p値(Prob>F)
x	2	5.733333	2.86667	3.3947	0.0430*
誤差	42	35.466667	0.84444		
全体(修正済み)	44	41.200000			

Wilcoxon/Kruskal-Wallisの検定(順位和)					
水準	度数	スコア和	スコアの期待値	スコア平均	(平均-平均0)/標準偏差0
A1	15	257.500	345.000	17.1667	-2.191
A2	15	356.500	345.000	23.7667	0.277
A3	15	421.000	345.000	28.0667	1.901

一元配置検定(カイ2乗近似)		
カイ2乗	自由度	p値(Prob>ChiSq)
5.7354	2	0.0568

標本サイズが小さいので、この近似は精度がよくありません。統計表を使って検定してください。

y が順序尺度の場合のノンパラメトリック検定

●分散分析とKruskal-Wallis の検定の比較

+ と評価された15匹

5段階評価

表示 1.5.5 実験データとJMP 用データ

水準	-	±	+	++	+++	計
A1	1	6	5	3	0	15
A2	0	4	5	5	1	15
A3	0	2	5	6	2	15
計	1	12	15	14	3	45
累計	1	13	28	42	45	
スコア	-1	0	1	2	3	
平均順位	1.0	7.5	21.0	35.5	44.0	
変化量		6.5	13.5	14.5	8.5	
VdWスコア	-2.02	-0.98	-0.11	0.74	1.71	
変化量		1.04	0.87	0.85	0.97	

分散分析：5段階評価を連続量、等間隔とみなす

y が順序尺度の場合のノンパラメトリック検定

●分散分析とKruskal-Wallis の検定の比較

+ と評価された15匹

(+) 15匹は同値、同順位 平均順位は21.0																
13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29

13+1 = 14

平均順位

13+15 = 28

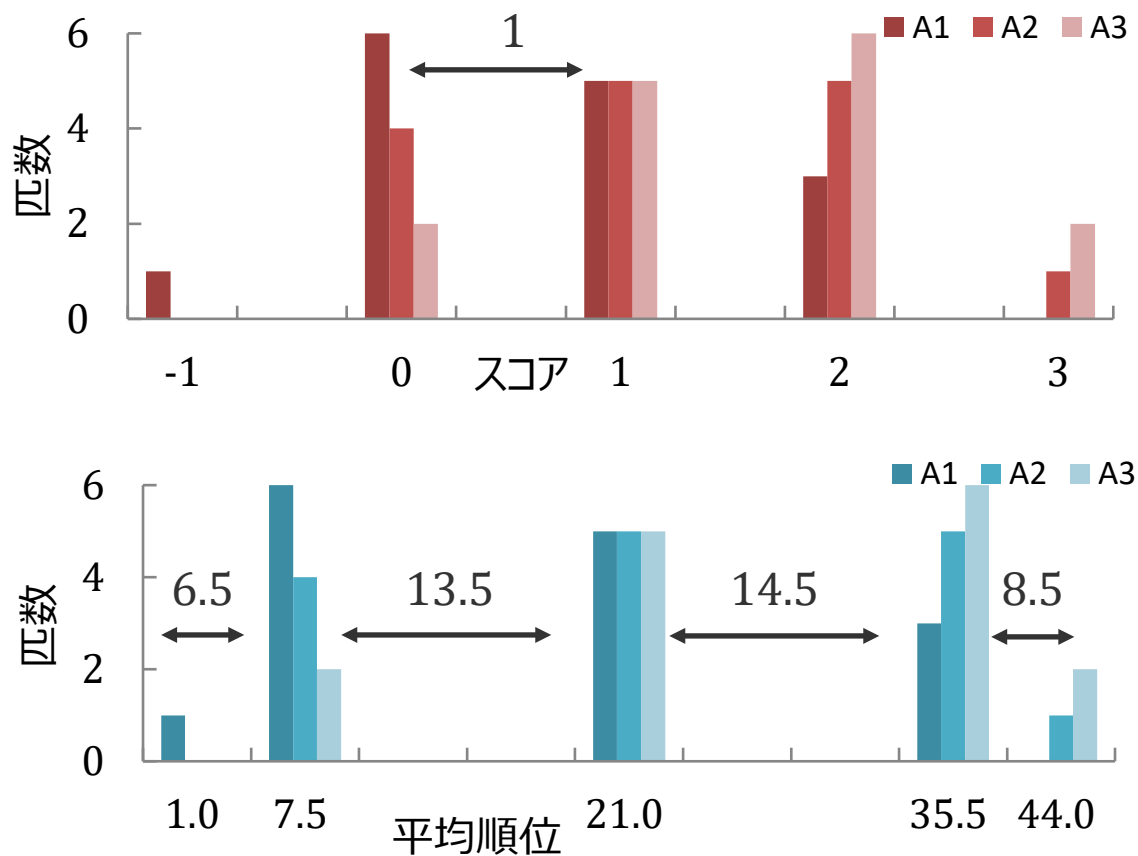
分散分析：5段階評価を連続量、等間隔とみなす

Kruskal-Wallis の検定：スコアを順位に変換
 変化量は中央部で大、データが多い中央部を重視
 両端の違いは軽視

表示 1.5.5 実験データとJMP用データ

水準	-	±	+	++	+++	計
A1	1	6	5	3	0	15
A2	0	4	5	5	1	15
A3	0	2	5	6	2	15
計	1	12	15	14	3	45
累計	1	13	28	42	45	
スコア	-1	0	1	2	3	
平均順位	1.0	7.5	21.0	35.5	44.0	
変化量		6.5	13.5	14.5	8.5	
VdWスコア	-2.02	-0.98	-0.11	0.74	1.71	
変化量		1.04	0.87	0.85	0.97	

●分散分析とKruskal-Wallisの検定の比較



Kruskal-Wallisの検定で利用

平均順位は、
データが多い中央部の違いが重視され、
データの少ない両端の違いは軽く見られる傾向

表示 1.5.5 実験データとJMP用データ

水準	-	±	+	++	+++	計
A1	1	6	5	3	0	15
A2	0	4	5	5	1	15
A3	0	2	5	6	2	15
計	1	12	15	14	3	45
累計	1	13	28	42	45	
スコア	-1	0	1	2	3	
平均順位	1.0	7.5	21.0	35.5	44.0	
変化量		6.5	13.5	14.5	8.5	
VdWスコア	-2.02	-0.98	-0.11	0.74	1.71	
変化量		1.04	0.87	0.85	0.97	



y が順序尺度の場合のノンパラメトリック検定

●Van der Waerden の検定

平均順位は、
データが多い中央部の違いが重視され、
データの少ない両端の違いは軽く見られる傾向

これを改善した方法が
Van der Waerden の検定

$p = 0.0457$ 、有意水準0.05で有意
計算方法は第 1 部 ([§3.7](#) p.175)

Van der Waerdenの検定(正規分位点)					
水準	度数	スコア和	スコアの期待値	スコア平均	(平均-平均0)/標準偏差0
A1	15	-6.474	0.000	-0.43159	-2.298
A2	15	0.933	0.000	0.06222	0.331
A3	15	5.541	0.000	0.36937	1.966

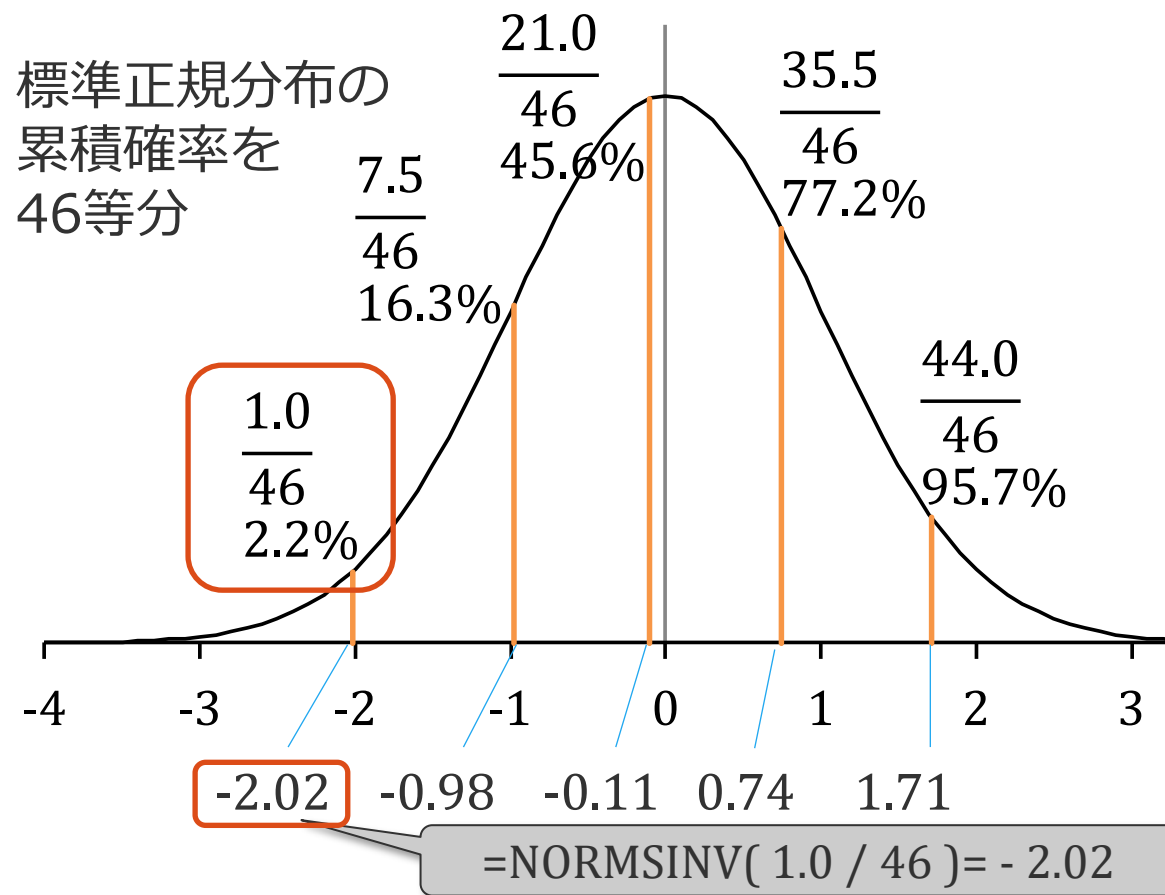
一元配置検定(カイ2乗近似)		
カイ2乗	自由度	p値(Prob>ChiSq)
6.1708	2	0.0457*

標本サイズが小さいので、この近似は精度がよくありません。統計表を使って検定してください。

y が順序尺度の場合のノンパラメトリック検定

●Van der Waerden の検定

平均順位を Van der Waerden のスコアに変換



標準正規分布の累積確率を46に等分割

$$N + 1 = 45 + 1 = 46$$

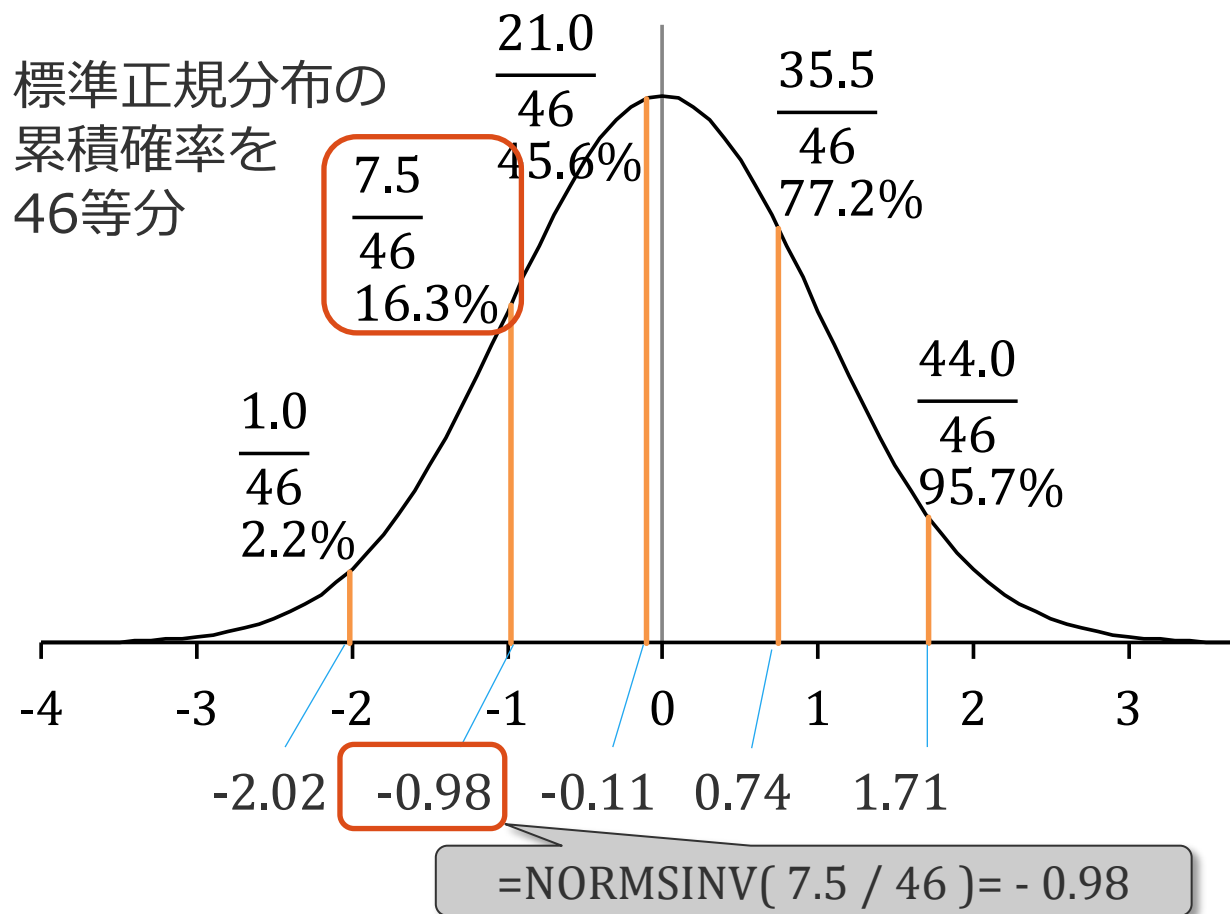
その%点をKruskal-Wallis の検定と同様に計算
(第1部 §3.7 p.175)

水準	-	±	+	++	+++	計
A1	1	6	5	3	0	15
A2	0	4	5	5	1	15
A3	0	2	5	6	2	15
計	1	12	15	14	3	45
累計	1	13	28	42	45	
スコア	-1	0	1	2	3	
平均順位	1.0	7.5	21.0	35.5	44.0	
変化量		6.5	13.5	14.5	8.5	
VdWスコア	-2.02	-0.98	-0.11	0.74	1.71	
変化量		1.04	0.87	0.85	0.97	

yが順序尺度の場合のノンパラメトリック検定

●Van der Waerden の検定

平均順位を Van der Waerden のスコアに変換



標準正規分布の累積確率を46に分割

$$N + 1 = 45 + 1 = 46$$

その%点をKruskal-Wallis の検定と同様に計算
(第1部 §3.7 p.175)

水準	-	±	+	++	+++	計
A1	1	6	5	3	0	15
A2	0	4	5	5	1	15
A3	0	2	5	6	2	15
計	1	12	15	14	3	45
累計	1	13	28	42	45	
スコア	-1	0	1	2	3	
平均順位	1.0	7.5	21.0	35.5	44.0	
変化量		6.5	13.5	14.5	8.5	
VdWスコア	-2.02	-0.98	-0.11	0.74	1.71	
変化量		1.04	0.87	0.85	0.97	

yが順序尺度の場合のノンパラメトリック検定

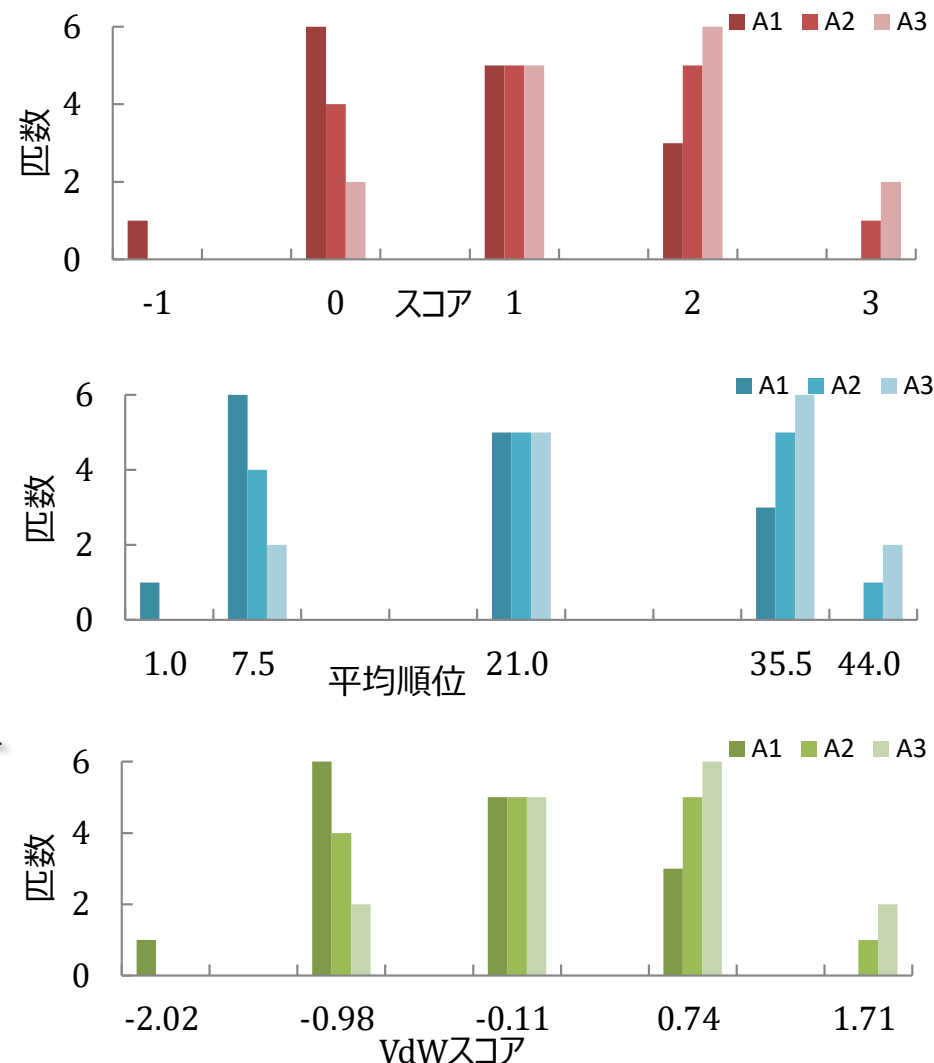
●本事例に適した解析方法

スコア：分散分析で解析
変化量は均等とみなす、連続変数として解析

平均順位：Kruskal-Wallis の検定で解析
変化量は中央部で大
データが多い中央部を重視、両端の違いは軽視

Van der Waerden のスコア
標準正規分布で重み付けしたスコア
平均順位の中央を縮め、両端の間隔を拡大

各スコアの例数合計が正規分布に近い分布なので、
スコアのままで分析
ノンパラメトリック検定では、Van der Waerden の
検定を選択



yが順序尺度の場合のノンパラメトリック検定

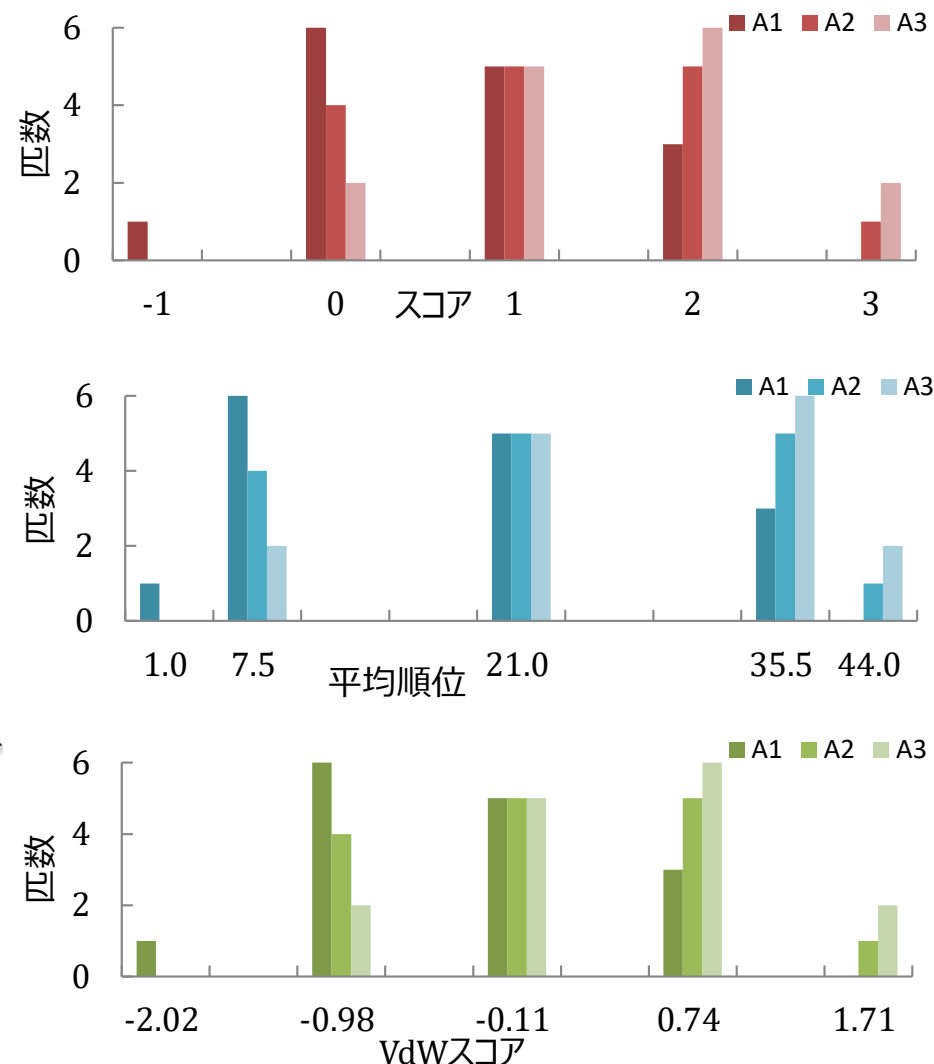
●本事例に適した解析方法

スコア：分散分析で解析
変化量は均等とみなす、連続変数として解析

平均順位：Kruskal-Wallis の検定で解析
変化量は中央部で大
データが多い中央部を重視、両端の違いは軽視

Van der Waerden のスコア
標準正規分布で重み付けしたスコア
平均順位の中央を縮め、両端の間隔を拡大

各スコアの例数合計が正規分布に近い分布なので、
スコアのままで分析
ノンパラメトリック検定では、Van der Waerden の
検定を選択



yが順序尺度の場合のノンパラメトリック検定

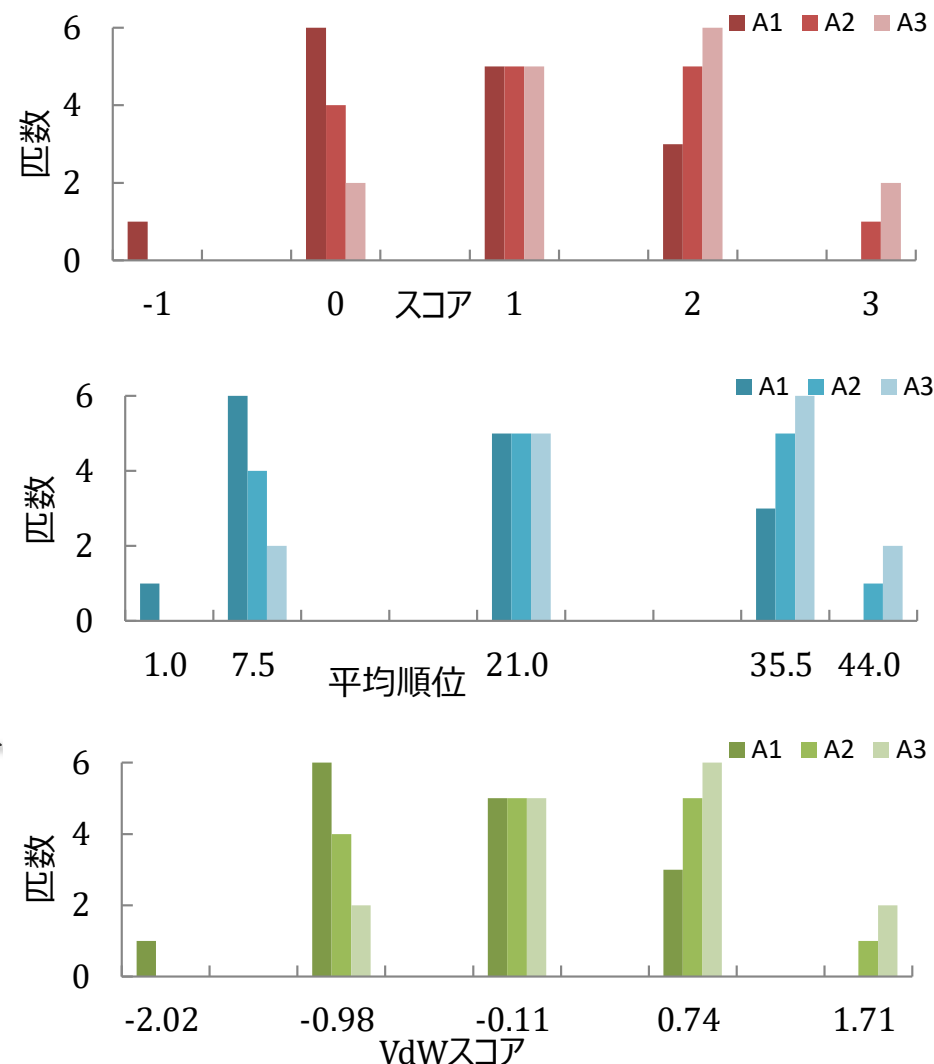
●本事例に適した解析方法

スコア：分散分析で解析
変化量は均等とみなす、連続変数として解析

平均順位：Kruskal-Wallis の検定で解析
変化量は中央部で大
データが多い中央部を重視、両端の違いは軽視

Van der Waerden のスコア
標準正規分布で重み付けしたスコア
平均順位の中央を縮め、両端の間隔を拡大

各スコアの例数合計が正規分布に近い分布なので、
スコアのままで分析
ノンパラメトリック検定では、Van der Waerden の
検定を選択





- ノンパラメトリック検定の欠点
 - 一般的に検出力が低い（特にサンプルサイズが小さい場合）
 - 信頼区間が計算できない
 - 2 因子実験には適用できない
- ノンパラメトリック検定を機械的に選択してはならない
 - 一連の実験データは、同様に解析されるべき
 - 対数変換などの変換によりパラメトリック検定が可
 - 外れ値に対する慎重な対応
 - サンプルサイズが小さい場合は特に慎重に



- ノンパラメトリック検定の欠点
 - 一般的に検出力が低い（特にサンプルサイズが小さい場合）
 - 信頼区間が計算できない
 - 2 因子実験には適用できない
- ノンパラメトリック検定を機械的に選択してはならない
 - 一連の実験データは、同様に解析されるべき
 - 対数変換などの変換によりパラメトリック検定が可
 - 外れ値に対する慎重な対応
 - サンプルサイズが小さい場合は特に慎重に

- ノンパラメトリック検定

- 2組のデータの解析について、第1部 §3.7 でかなり詳しく解説されている
それを3組以上の比較に拡張した
 - 2組の場合は順位検定をグラフ化して、その意味を理解できるように工夫
 - 3組以上をグラフ化することは難しい
 - イメージの中で拡張して、検定の意味を理解してほしい

- Van der Waerden の検定

- 第1部と本節で解説、合わせて本法を理解してほしい

- y が順序尺度である場合の解析

- 第3部で詳しく取り上げられる



- 引用
 - 永田 靖・吉田道弘（1997）統計的多重比較法の基礎、サイエンティスト社
 - 山内二郎編集（1977）簡約統計数値表、日本規格協会
- 作成 片瀬雅彦
- 監修 松本一彦、長谷文雄
- 作成時期 2019年7月12日
- 改訂 2020年3月14日、2023年9月10日