



3 乱塊法実験

3.1 質的因子の乱塊法

テキスト

芳賀敏郎（2014）医薬品開発のための統計解析

第2部 実験計画法 改訂版、サイエンティスト社、p.294



第2部 実験計画法

- 1 因子実験・・・質的因子
 - 1.1 繰り返し数が等しい場合、1.2 繰り返し数が異なる場合
 - 1.3 多重比較、1.4 ばらつきを特性値とする実験
 - 1.5 ノンパラメトリック検定
- 量的因子
 - 2.1 直線関係の場合、2.2 非直線関係の場合
 - 2.3 ダミー変数による質的因子の効果の推定
- 乱塊法**・・・**3.1 質的因子の乱塊法**、3.2 量的因子の乱塊法、3.3 欠測値のある場合
- 共分散分析・・・4.1 共分散分析の目的、4.2 解析手順、4.3 医薬品開発における共分散分析の例
- 2 因子実験・・・5.1 2 因子実験の基礎、5.2 質的因子×質的因子、5.3 質的因子×量的因子
- 5.4 質的因子×量的因子（変形）、5.5 量的因子×量的因子
- 多因子実験・・・6.1 多因子実験の基礎、6.2 スクリーニング計画、6.3 応答曲面計画
- 変量模型ほか・・・7.1 1 因子実験、7.2 枝分れ実験、7.3 乱塊法の拡張、7.4 経時データ、7.5 交差試験



3.1 質的因子の乱塊法

p.109

- (1) 実験とデータ
- (2) データの構造と分解
- (3) 分散分析表
- (4) 平均値の差の検定
- (5) JMP による解析

3.4 補遺 (1) (2)

- (6) 母数因子と変量因子
- (7) 乱塊法のノンパラメトリック検定 (Friedman の検定)

使用するファイル Excel ファイル：「DE改3-乱塊法.xlsx」、JMP ファイル：「3-乱塊法.jmp」
サイエンティスト社のホームページからダウンロード

JMP 10.0.2 の出力を表示

テキストの
該当ページ

★プレゼンテーションの
スピーカーノートを、
PDF の注釈に変換してあります



●Fisher の 3 原則

反復（繰り返し） 誤差分散の評価

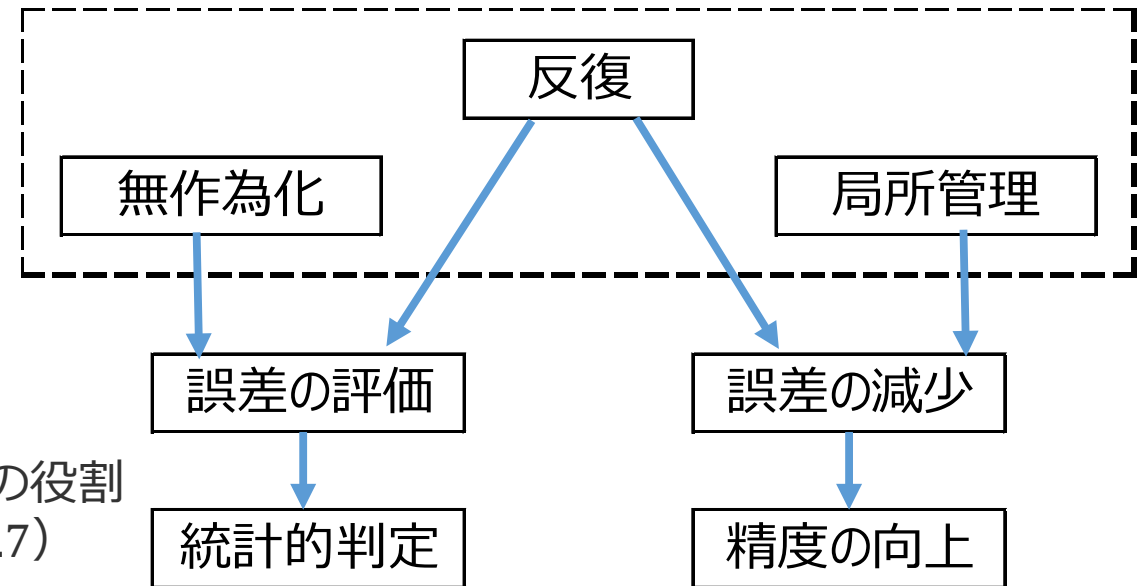
ランダム化（無作為化） . . . 系統誤差の偶然誤差への転化

局所管理 系統誤差の除去

([§0.5](#) p.7)

Fisher は、この 3 原則を実現する具体的方法として「乱塊法」を提案

系統誤差：実験単位に伴う誤差が常に一定方向をもつ

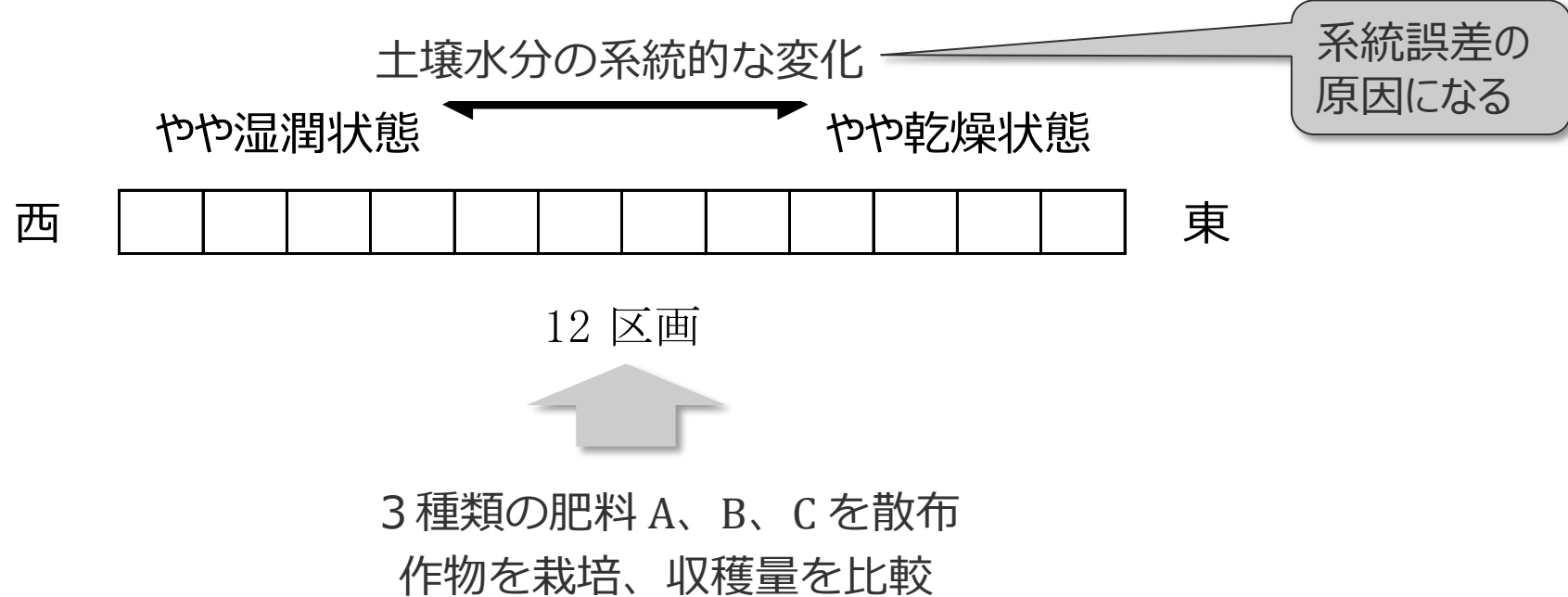


表示 0.5.1 Fisher の 3 原則とその役割
([§0.5](#) p.7)

●乱塊法 (Randomized Block Design)

3種類の肥料 A, B, C の効果を比較する (Fisher は、当時、農業関係の研究所に勤務していた) 農場を12区画に分け、各肥料を4区画ずつに割り付けて散布し、栽培試験を行う

事前情報：農場の西側はやや湿潤状態、東側はやや乾燥状態、どのように割り付けるか？



●乱塊法 (Randomized Block Design)

3種類の肥料 A, B, C の効果を比較する

農場を12区画に分け、各肥料を4区画ずつに割り付けて散布し、栽培試験を行う

事前情報：農場の西側はやや湿潤状態、東側はやや乾燥状態、どのように割り付けるか？

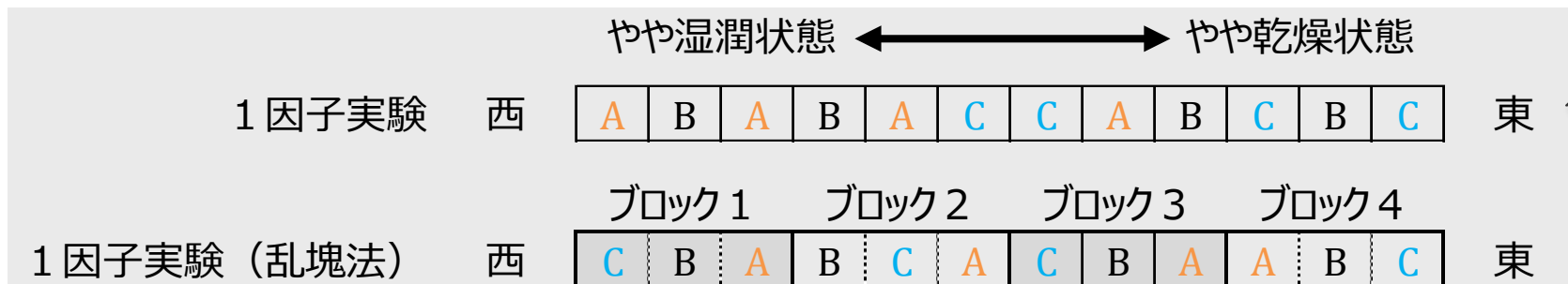
1 因子実験 (§ 1)：12区画にランダムに割付（3原則の「繰り返し」と「ランダム化」）

偶然に3薬剤が東西で偏ることもあり得る（ほぼ均一なら問題ない）

→ A, B, C の差に、土地の系統的な変化の影響が含まれ、結論を誤る危険あり

1 因子実験 (乱塊法)：均一と考えられる3区画をブロックとして、その中でランダムに割付

→ 土地の系統的変化の影響は小さくなる（3原則の「局所管理」）



12区画にランダム割付
この事例では、偶然
Aは西側、Cは東側に
偏っている

●乱塊法 (Randomized Block Design)

3種類の肥料 A, B, C の効果を比較する

農場を12区画に分け、各肥料を4区画ずつに割り付けて散布し、栽培試験を行う

事前情報：農場の西側はやや湿潤状態、東側はやや乾燥状態、どのように割り付けるか？

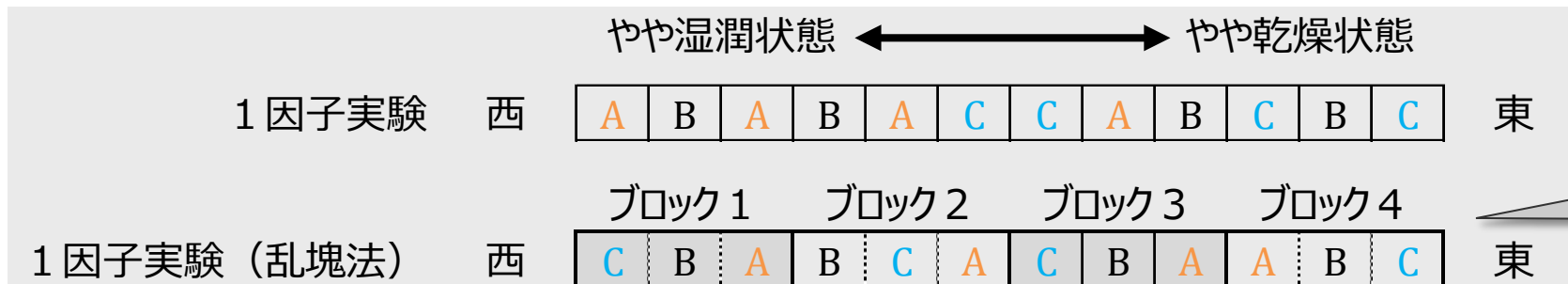
1 因子実験 (§ 1) : 12区画にランダムに割付 (3原則の「繰り返し」と「ランダム化」)

偶然に3薬剤が東西で偏ることもあり得る (ほぼ均一なら問題ない)

→ A, B, C の差に、土地の系統的な変化の影響が含まれ、結論を誤る危険あり

1 因子実験 (乱塊法) : 均一と考えられる3区画をブロックとして、その中でランダムに割付

→ 土地の系統的変化の影響は小さくなる (3原則の「局所管理」)



4ブロックに分割
各ブロックの中に
ランダムに割付

●乱塊法 (Randomized Block Design)

3種類の肥料 A, B, C の効果を比較する

農場を12区画に分け、各肥料を4区画ずつに割り付けて散布し、栽培試験を行う

事前情報：農場の西側はやや湿潤状態、東側はやや乾燥状態、どのように割り付けるか？

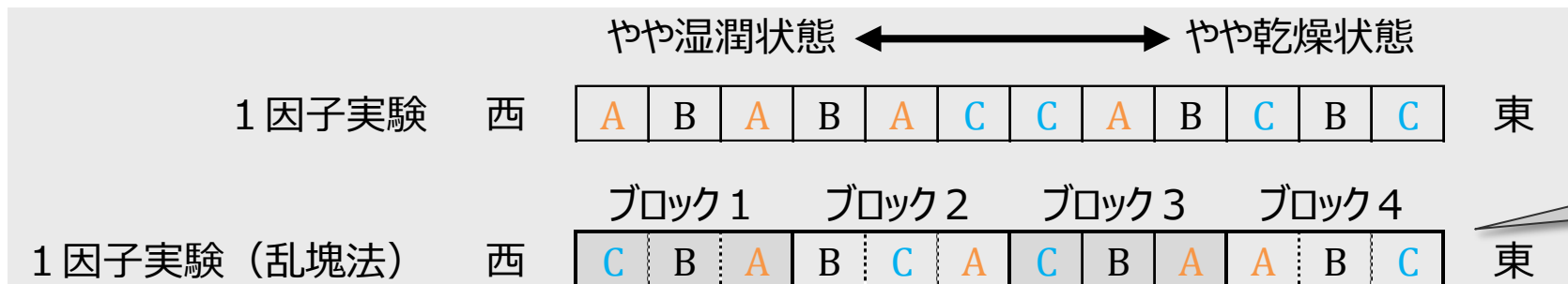
1 因子実験 (§ 1) : 12区画にランダムに割付 (3原則の「繰り返し」と「ランダム化」)

偶然に3薬剤が東西で偏ることもあり得る (ほぼ均一なら問題ない)

→ A, B, C の差に、土地の系統的な変化の影響が含まれ、結論を誤る危険あり

1 因子実験 (乱塊法) : 均一と考えられる3区画をブロックとして、その中でランダムに割付

→ 土地の系統的変化の影響は小さくなる (3原則の「局所管理」)



ブロックは地続きでなくてもよい

●乱塊法 (Randomized Block Design)

3種類の肥料 A, B, C の効果を比較する

農場を12区画に分け、各肥料を4区画ずつに割り付けて散布し、栽培試験を行う

事前情報：農場の西側はやや湿潤状態、東側はやや乾燥状態、どのように割り付けるか？

1 因子実験 (§ 1)：12区画にランダムに割付（3原則の「繰り返し」と「ランダム化」）

偶然に3薬剤が東西で偏ることもあり得る（ほぼ均一なら問題ない）

→ A, B, C の差に、土地の系統的な変化の影響が含まれ、結論を誤る危険あり

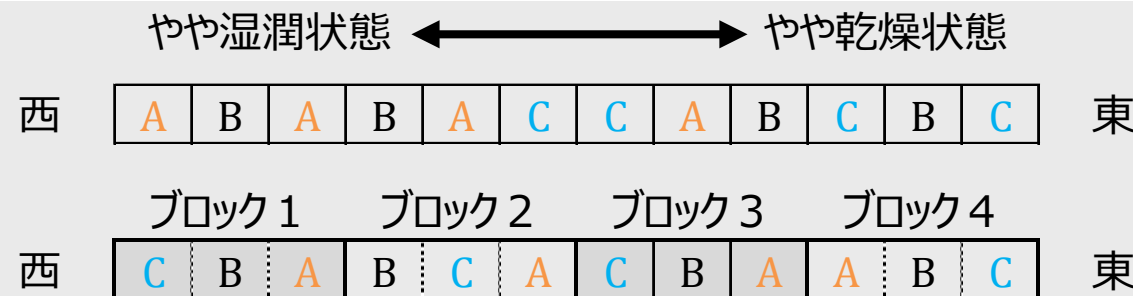
1 因子実験 (乱塊法)：均一と考えられる3区画をブロックとして、その中でランダムに割付

→ 土地の系統的変化の影響は小さくなる（3原則の「局所管理」）

この表現で区別

1 因子実験

1 因子実験 (乱塊法)



完全無作為化法
(繰り返し)

乱塊法
(反復)

●乱塊法のブロック

乱塊法は、ランダム化にブロックを導入した実験方法、これにより系統誤差を除去

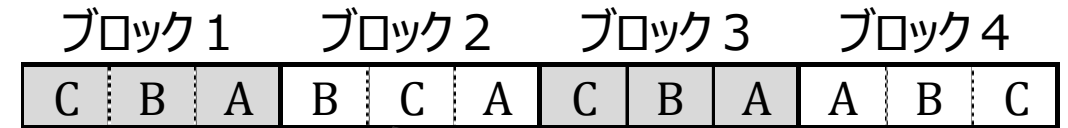
ブロックは、空間的な位置、時間、材料、測定者など、様々な要因がなり得る (局所管理)

位置： 3種類の肥料の効果と比較する栽培試験

栽培条件が均一と見なせるブロックを設置

ブロック内の3区画に肥料をランダムに割付

(系統誤差：土壌水分などの圃場条件が原因)



圃場の区画

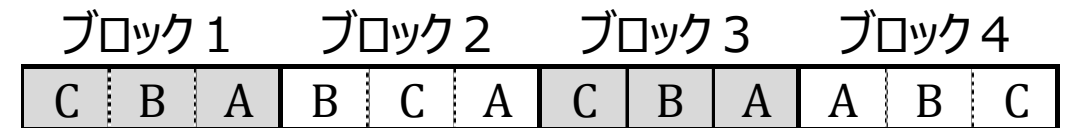
位置： 3薬剤をラットに投与する飼育試験

飼育条件が均一と見なせるブロックを設置

ブロック内の3ゲージに3薬剤をランダムに割付

各ゲージでラットに薬剤を投与して飼育

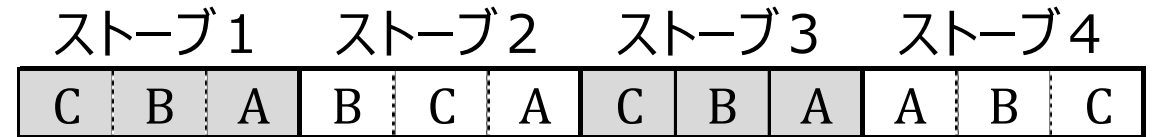
(系統誤差：温度、光などの飼育条件が原因) ([§0.5](#) p.7)



飼育ゲージ

●乱塊法のブロック

材料 (実験装置) : 3種類の芯の品質を
4台の石油ストーブで比較
1台ごとに3種類の芯をランダムな順番で
取り付けて、点火・CO測定を実施
(系統誤差: ストーブの個体差などが原因)
([§0.7](#) p.10)



芯の取付、点火、CO測定

材料 : 3薬剤のラットへの投与実験
同腹ラットの4集団から
1頭ずつランダムに3薬剤に割付
(系統誤差: 母獣由来の個体差などが原因)
(本節、第1部 [§1.4](#) p.32)



薬剤の投与実験

●乱塊法のブロック

時間： 1人で、3処理の比較実験を行う
1日に実施できる実験回数は3回
4日間、1日1回ずつ各実験をランダムな順番で実施
(系統誤差：実験者の慣れ・疲労程度、日格差などが原因)

1日目			2日目			3日目			4日目		
C	B	A	B	C	A	C	B	A	A	B	C

ブロック内を均一化
ランダム化

測定者： 3品種の果実の食味を比較する官能試験
4人のパネルが3品種を食味して点数化
各パネルはランダムな順番で3品種を食味
(系統誤差：パネルの個人差などが原因)

パネル1			パネル2			パネル3			パネル4		
C	B	A	B	C	A	C	B	A	A	B	C

水準数が多くなるとブロックが大きくなり、ブロック内の均一化が困難になる場合もある
実験のどの段階で誤差が入るか、局所管理が適切に行えるか考慮して実験を計画 ([§0.7](#) p.10)
ブロックの設定には、的確な事前情報と専門的固有技術 (専門知識) が必要



(1) 実験とデータ

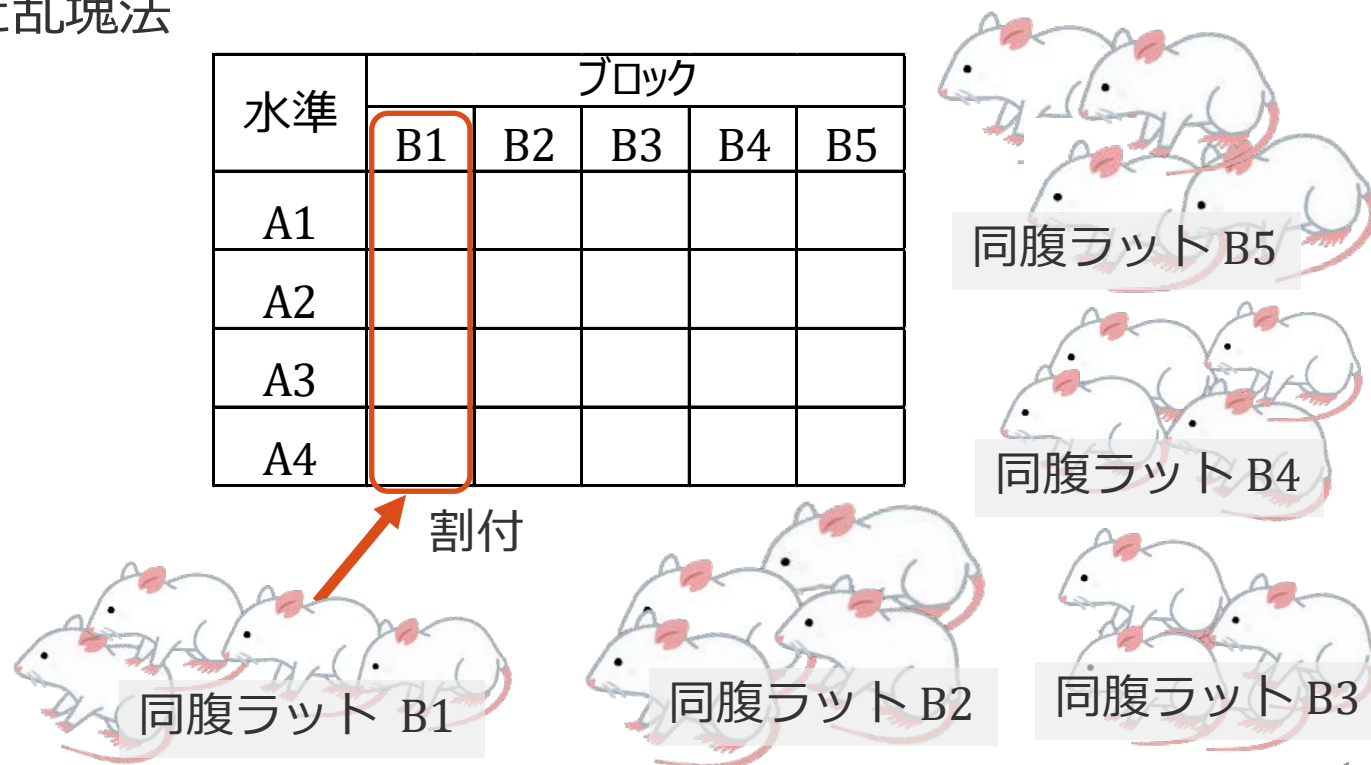
質的因子の1因子実験（乱塊法）の実験方法とデータ

● 1 因子実験（乱塊法）の実験事例

4種類の薬剤（A1, A2, A3, A4）を取り上げ、薬効を比較（本節は質的因子を取り上げる）

各薬剤を5匹の動物（ラット）に投与して薬効を評価（全部で20匹）

5匹の母獣（B1, B2, B3, B4, B5）が生んだ新生仔4匹ずつを、各薬剤に1匹ずつランダム割付材料（同腹ラット）をブロックとした乱塊法



● 1 因子実験（乱塊法）の実験事例

4種類の薬剤（A1, A2, A3, A4）を取り上げ、薬効を比較（本節は質的因子を取り上げる）

各薬剤を5匹の動物（ラット）に投与して薬効を評価（全部で20匹）

5匹の母獣（B1, B2, B3, B4, B5）が生んだ新生仔4匹ずつを、各薬剤に1匹ずつランダム割付材料（同腹ラット）をブロックとした乱塊法

事前情報：新生仔に母獣由来の個体差あり



同腹ラットをブロックとした乱塊法を導入
系統誤差（母獣由来の個体差）を除去

薬剤投与の順番、測定順番、飼育環境
などの系統誤差になりうる要因は
ブロック内で出来るだけ均一化および
ランダム化（偶然誤差に転化）

水準	ブロック				
	B1	B2	B3	B4	B5
A1					
A2					
A3					
A4					

割付



● 1 因子実験（乱塊法）のデータ

4 種類の薬剤（A1, A2, A3, A4）を取り上げ、薬効を比較

各薬剤を 5 匹の動物（ラット）に投与して薬効を評価（全部で 20 匹）

5 匹の母獣（B1, B2, B3, B4, B5）が生んだ新生仔 4 匹ずつを、各薬剤に 1 匹ずつランダム割付材料（同腹ラット）をブロックとした乱塊法

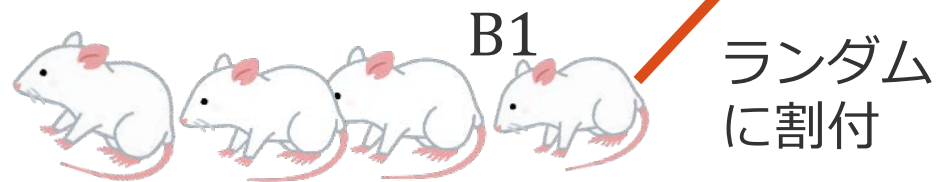
表示 3.1.1 データ

薬剤 \ ブロック	データと平均					行平均
	B1	B2	B3	B4	B5	
A1	10.8	9.9	9.7	10.4	10.7	10.30
A2	10.7	10.6	11.0	10.8	10.9	10.80
A3	11.4	10.7	10.9	11.3	11.7	11.20
A4	11.9	11.2	11.0	11.1	11.3	11.30
列平均	11.20	10.60	10.65	10.90	11.15	10.90

水準

観測値

ブロック



● 1 因子実験（乱塊法）のデータ

4 種類の薬剤（A1, A2, A3, A4）を取り上げ、薬効を比較

各薬剤を 5 匹の動物（ラット）に投与して薬効を評価（全部で20匹）

5 匹の母獣（B1, B2, B3, B4, B5）が生んだ新生仔 4 匹ずつを、各薬剤に 1 匹ずつランダム割付材料（同腹ラット）をブロックとした乱塊法

表示3.1.1 データ

データと平均		B1	B2	B3	B4	B5	行平均
薬剤\ブロック		10.8	9.9	9.7	10.4	10.7	10.30
A1		10.8	9.9	9.7	10.4	10.7	10.30
A2		10.7	10.6	11.0	10.8	10.9	10.80
A3		11.4	10.7	10.9	11.3	11.7	11.20
A4		11.9	11.2	11.0	11.1	11.3	11.30
ブロックの平均	列平均	11.20	10.60	10.65	10.90	11.15	10.90

薬剤の平均

ブロックの平均

列平均

総平均

B1

ランダムに割付

● 1 因子実験（乱塊法）のデータ

4 種類の薬剤（A1, A2, A3, A4）を取り上げ、薬効を比較

各薬剤を 5 匹の動物（ラット）に投与して薬効を評価（全部で20匹）

5 匹の母獣（B1, B2, B3, B4, B5）が生んだ新生仔 4 匹ずつを、各薬剤に 1 匹ずつランダム割付材料（同腹ラット）をブロックとした乱塊法

表示3.1.1 データ

データと平均

薬剤\ブロック	B1	B2	B3	B4	B5	行平均
A1	10.8	9.9	9.7	10.4	10.7	10.30
A2	10.7	10.6	11.0	10.8	10.9	10.80
A3	11.4	10.7	10.9	11.3	11.7	11.20
A4	11.9	11.2	11.0	11.1	11.3	11.30
列平均	11.20	10.60	10.65	10.90	11.15	10.90

薬剤 A2

別々の母獣由来の新生仔が 1 匹ずつ割当

ブロック B2

同腹新生仔が別々の薬剤に割当

薬剤 A2 では、別々の同腹新生仔が 1 匹ずつ割当

ブロック B2 では、同腹の新生仔 4 匹が別々の薬剤に割当

● 1 因子実験（乱塊法）のデータ

4 種類の薬剤（A1, A2, A3, A4）を取り上げ、薬効を比較

各薬剤を 5 匹の動物（ラット）に投与して薬効を評価（全部で 20 匹）

5 匹の母獣（B1, B2, B3, B4, B5）が生んだ新生仔 4 匹ずつを、各薬剤に 1 匹ずつランダム割付材料（同腹ラット）をブロックとした乱塊法

ブロック因子 $b=5$
実験の誤差を小さくするための因子

表示 3.1.1 データ

データと平均

制御因子 $a=4$
目的となる因子
アクションを取るための
因子

薬剤 \ ブロック	B1	B2	B3	B4	B5	行平均
A1	10.8	9.9	9.7	10.4	10.7	10.30
A2	10.7	10.6	11.0	10.8	10.9	10.80
A3	11.4	10.7	10.9	11.3	11.7	11.20
A4	11.9	11.2	11.0	11.1	11.3	11.30
列平均	11.20	10.60	10.65	10.90	11.15	10.90

行で見ると薬剤を因子とする 1 因子実験 → 目的

列で見ると母獣の違いを因子とする 1 因子実験 → これは目的ではなく、誤差の縮小が目的

● 1 因子実験（乱塊法）のデータ

4 種類の薬剤（A1, A2, A3, A4）を取り上げ、薬効を比較

各薬剤を 5 匹の動物（ラット）に投与して薬効を評価（全部で 20 匹）

5 匹の母獣（B1, B2, B3, B4, B5）が生んだ新生仔 4 匹ずつを、各薬剤に 1 匹ずつランダム割付材料（同腹ラット）をブロックとした乱塊法

§1.1 の 1 因子実験では、ブロックではなく単なる繰り返し、10.8 と 9.9 の交換可

表示 3.1.1 データ

データと平均

薬剤 \ ブロック	B1	B2	B3	B4	B5	行平均
A1	10.8	9.9	9.7	10.4	10.7	10.30
A2	10.7	10.6	11.0	10.8	10.9	10.80
A3	11.4	10.7	10.9	11.3	11.7	11.20
A4	11.9	11.2	11.0	11.1	11.3	11.30
列平均	11.20	10.60	10.65	10.90	11.15	10.90

本節（乱塊法）では
ブロックという**対応がある**
10.8 と 9.9 の交換不可

本データは、[§1.1](#) 「質的因子の 1 因子実験」と数値が同じ（ブロックではなく、繰り返し）その解析方法と比較しながら、**1 因子実験（乱塊法）**の解析方法を理解する

● 1 因子実験（乱塊法）のデータをグラフ化（Excel、JMP）

Excel ファイル「DE改3-乱塊法.xls」、名前ボックスから「表示 3.1.1」（Fig31_03）を選択

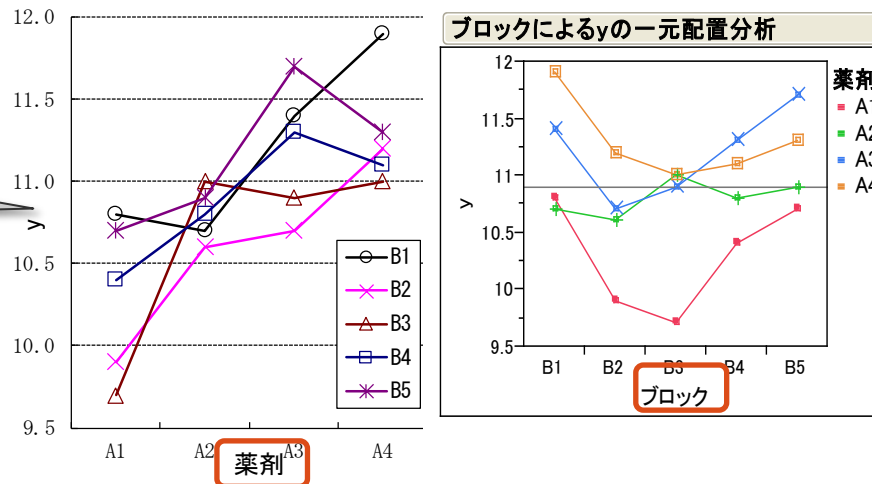
データと平均

表示 3.1.1 データ

薬剤\ブロック	B1	B2	B3	B4	B5	行平均
A1	10.8	9.9	9.7	10.4	10.7	10.30
A2	10.7	10.6	11.0	10.8	10.9	10.80
A3	11.4	10.7	10.9	11.3	11.7	11.20
A4	11.9	11.2	11.0	11.1	11.3	11.30
列平均	11.20	10.60	10.65	10.90	11.15	10.90

表示 1.1.3 データのグラフ化

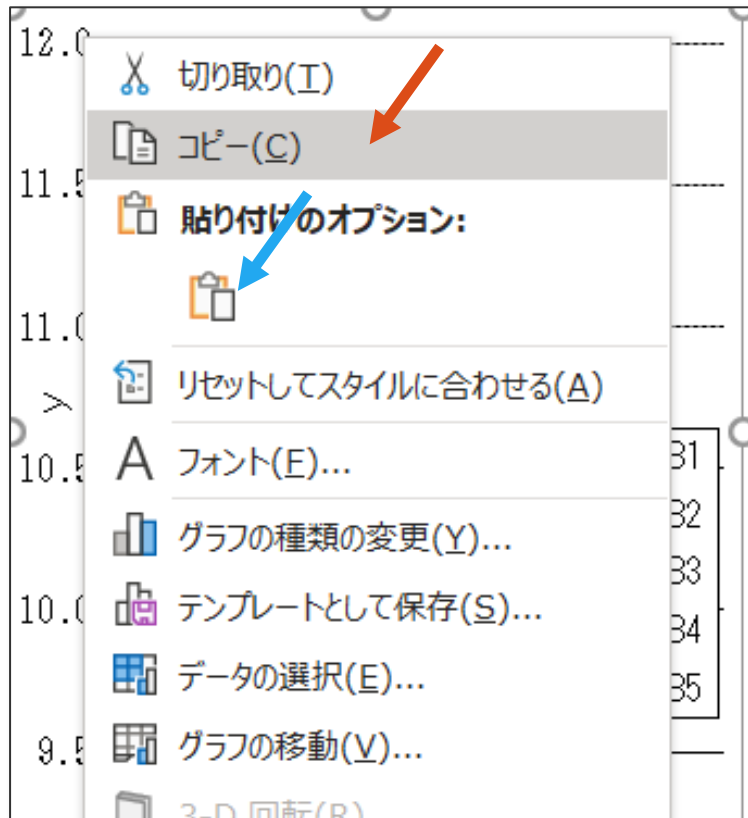
Excel を使用
横軸が「薬剤」のグラフ
↓
横軸が「ブロック」の
グラフを新たに作成



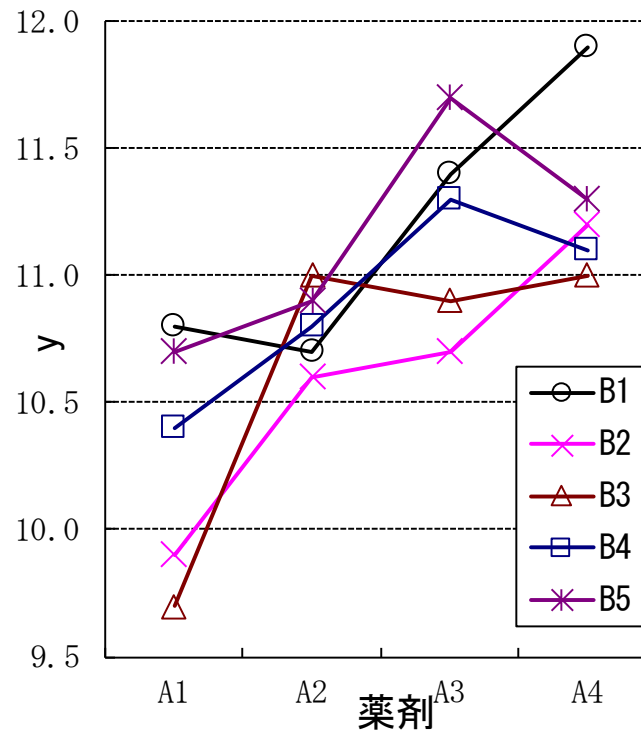
JMP を使用
横軸が「ブロック」のグラフ
横軸が「薬剤」のグラフ
両者を作成

- 1 因子実験（乱塊法）のデータをグラフ化（Excel）

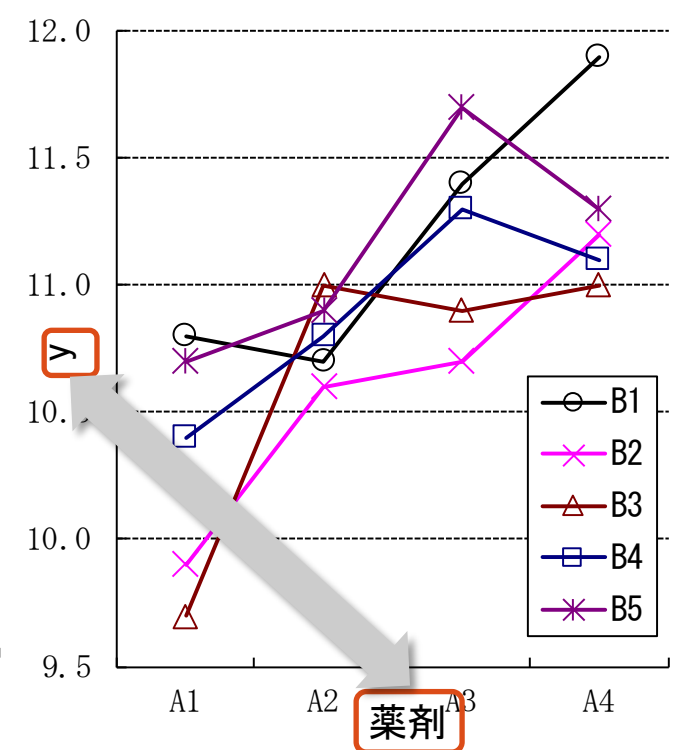
既存のグラフをコピーして軸を切り替え
コピーするグラフの上で右クリック



元のグラフ（表示 1.1.3）



コピーしたグラフ

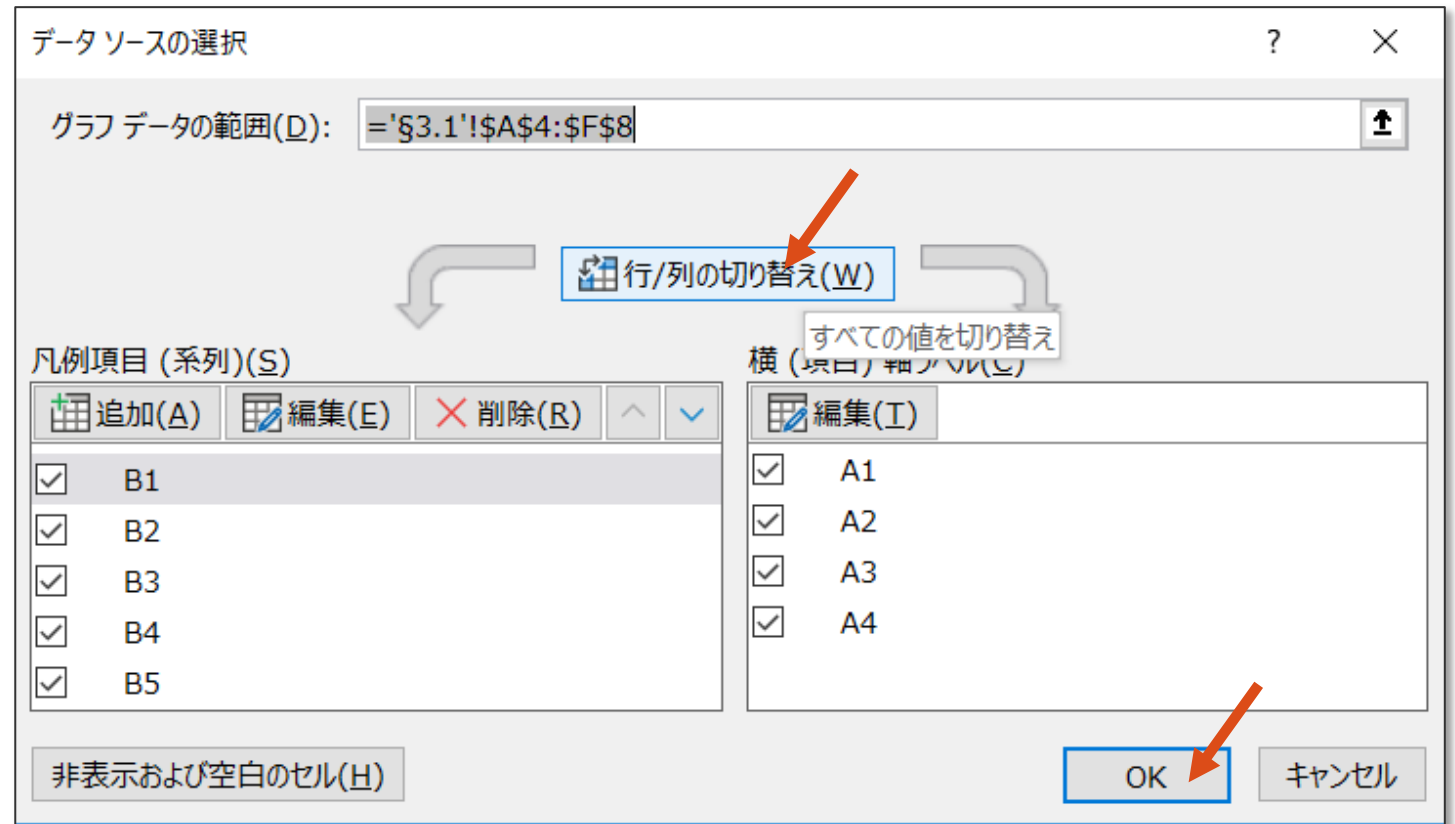
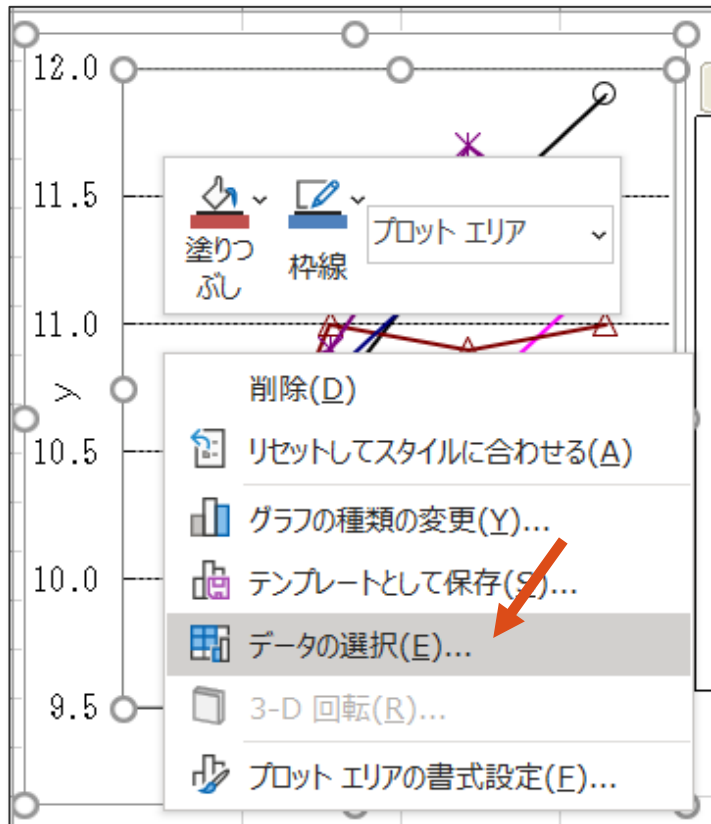


● 1 因子実験（乱塊法）のデータをグラフ化（Excel）

既存のグラフをコピーして軸を切り替え

コピーしたグラフの上で右クリック

[行/列の切り替え] をクリック



● 1 因子実験（乱塊法）のデータをグラフ化（Excel）

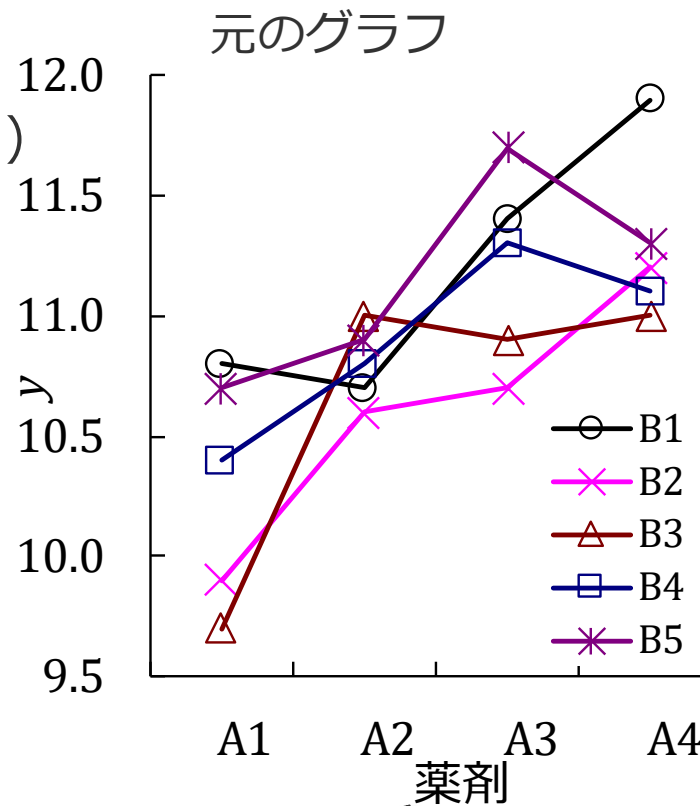
横軸が薬剤（元のグラフ）

薬剤間に差が見られる

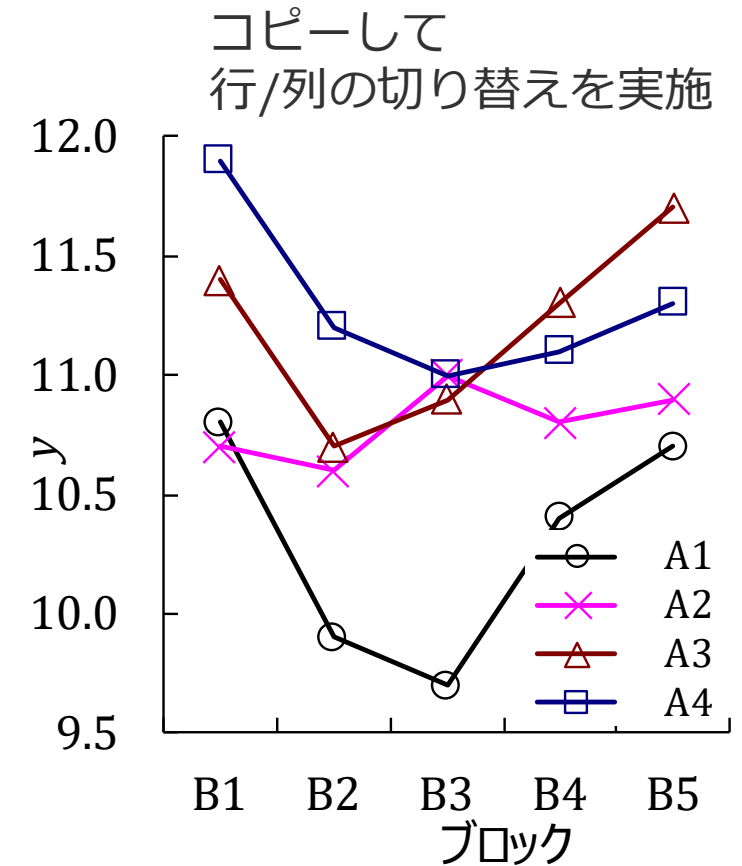
横軸がブロック（コピーしたグラフ）

ブロック B2, B3 では値が低い

ブロック B1, B5 では値が高い



薬剤間に差がありそう



ブロック間に差がありそう

● 1 因子実験（乱塊法）のデータをグラフ化（Excel）

横軸が薬剤（元のグラフ）

薬剤間に差が見られる

横軸がブロック（コピーしたグラフ）

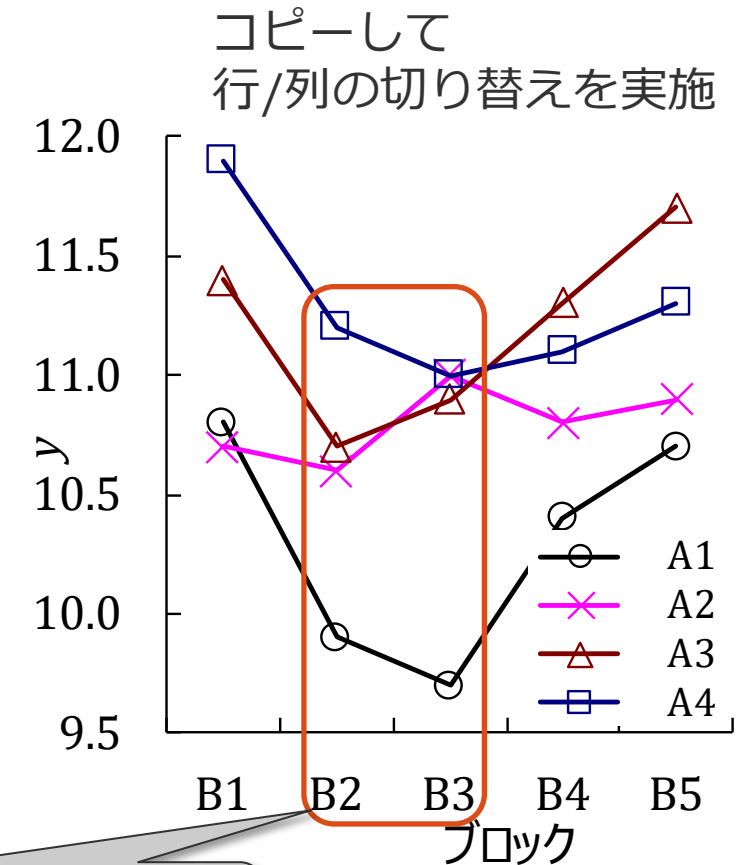
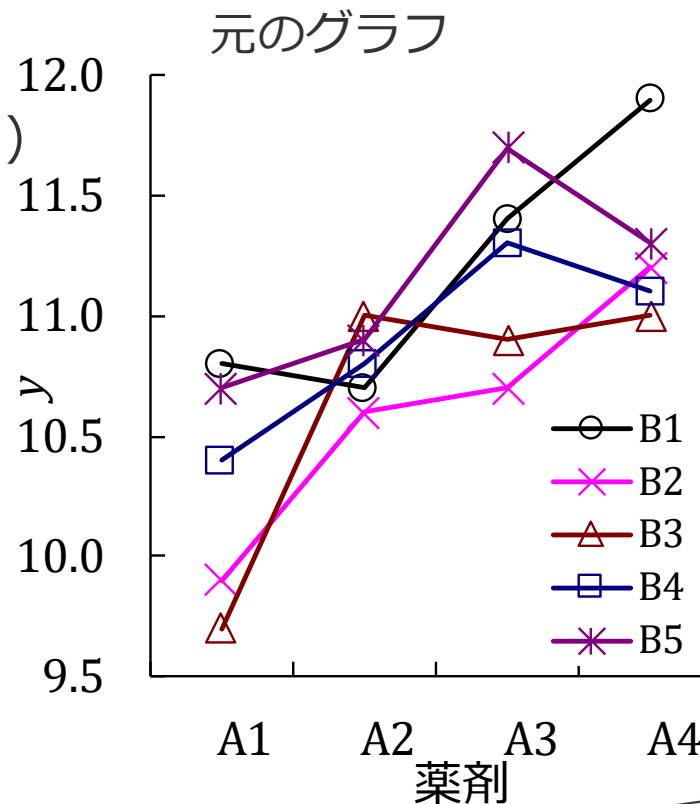
ブロック B2, B3 では値が低い

ブロック B1, B5 では値が高い

↓

母獣由来の新生仔の個体差が
薬剤の比較に一定方向の影響を
及ぼす（系統誤差になる）

乱塊法による局所管理により、
母獣由来の個体差をブロックの差として
実験誤差から除去する



薬剤 A1 が偏って割り付けられれば、
他の薬剤よりも低く評価されてしまう

● 1 因子実験（乱塊法）のデータをグラフ化（JMP）

JMP ファイル「3-乱塊法.jmp」を読み込み（表示3.1.1のデータ）

[分析] > [二変量の関係] >

Y, 目的変数: 「y」

X, 説明変数: 「薬剤」

▼ [薬剤によるyの一元配置分析]

> [対応のある列を設定] > 「ブロック」

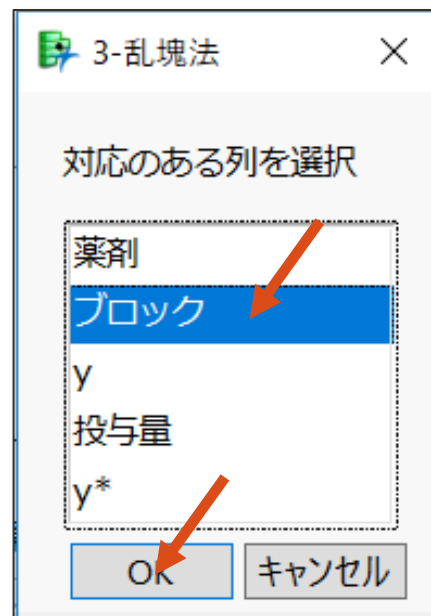
[分析] > [二変量の関係] >

Y, 目的変数: 「y」

X, 説明変数: 「ブロック」

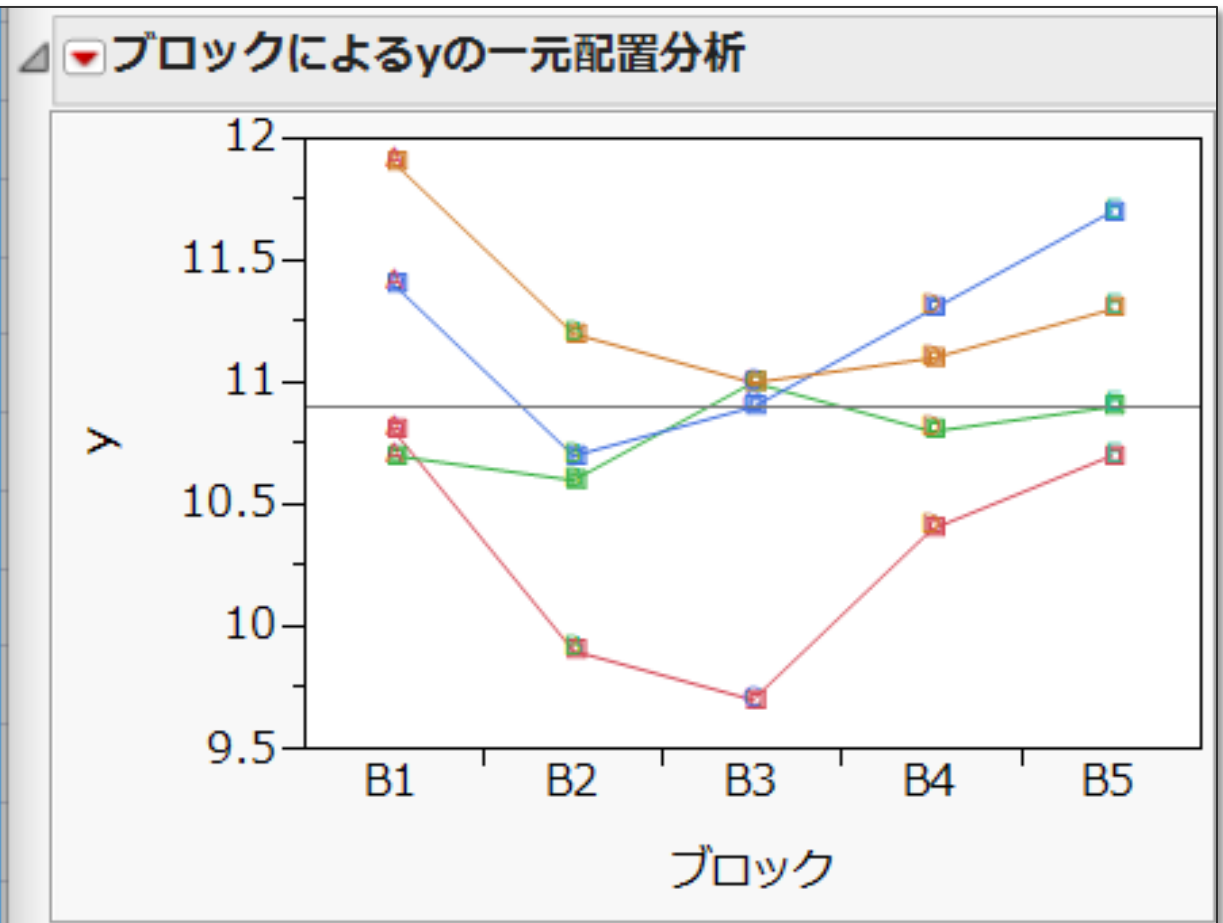
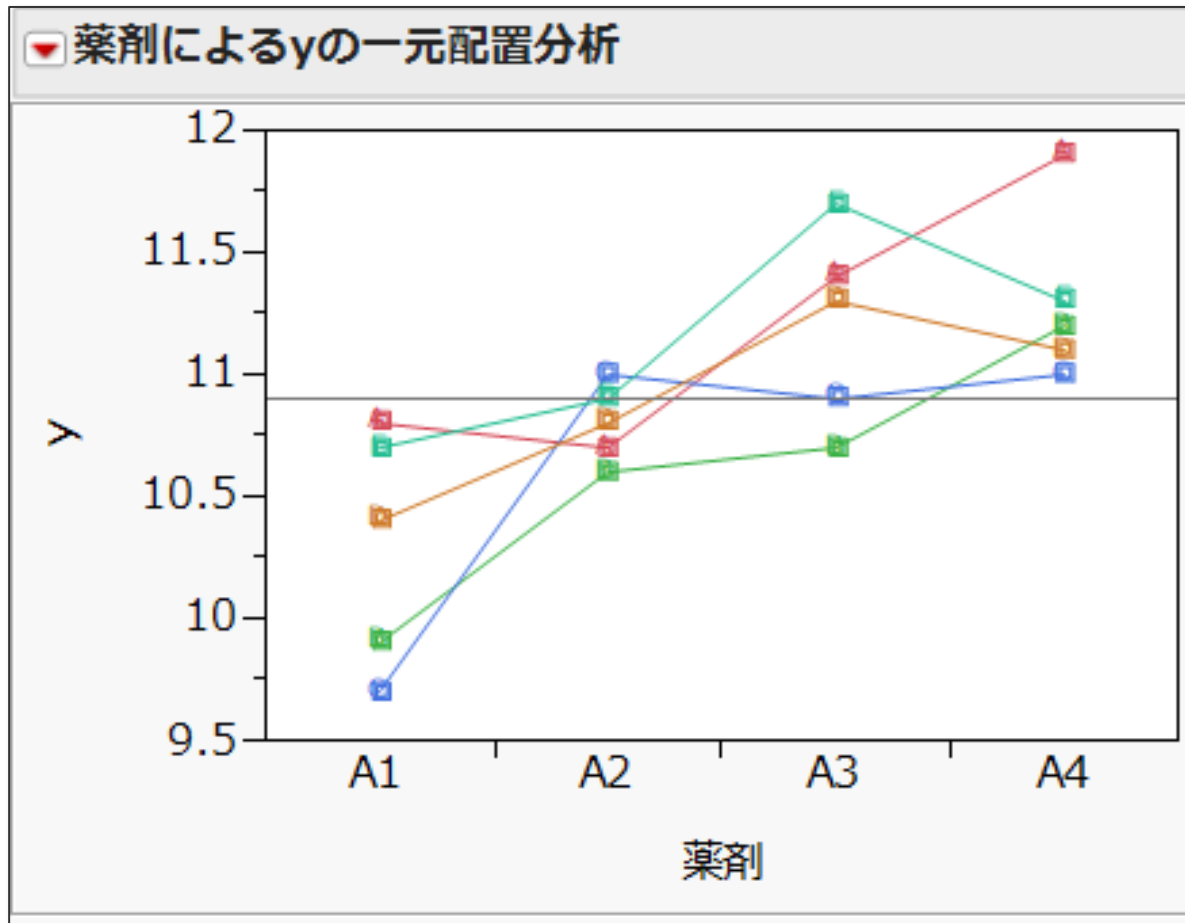
▼ [薬剤によるyの一元配置分析]

> [対応のある列を設定] > 「薬剤」



		薬剤	ブロック	y
A	1	A1	B1	10.8
B	2	A1	B2	9.9
C	3	A1	B3	9.7
D	4	A1	B4	10.4
E	5	A1	B5	10.7
A	6	A2	B1	10.7
B	7	A2	B2	10.6
C	8	A2	B3	11
D	9	A2	B4	10.8
E	10	A2	B5	10.9
A	11	A3	B1	11.4

- 1 因子実験（乱塊法）のデータをグラフ化（JMP）





(2) データの構造と分解

1 因子実験

1 因子実験 (乱塊法)

両者を比較しながらデータ構造と分解を説明

● 1 因子実験のデータの分解

質的因子の 1 因子実験 (§1.1) の解析

$$y_{ij} - \bar{y}_{..} = (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..}) + (y_{ij} - \bar{y}_{i.}) \quad (1.1.7)$$

観測値 - 総平均 水準 A_i の効果 a_i 残差 e_{ij}

$$y_{ij} = \bar{y}_{..} + (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..}) + (y_{ij} - \bar{y}_{i.}) \quad (1.1.8)$$

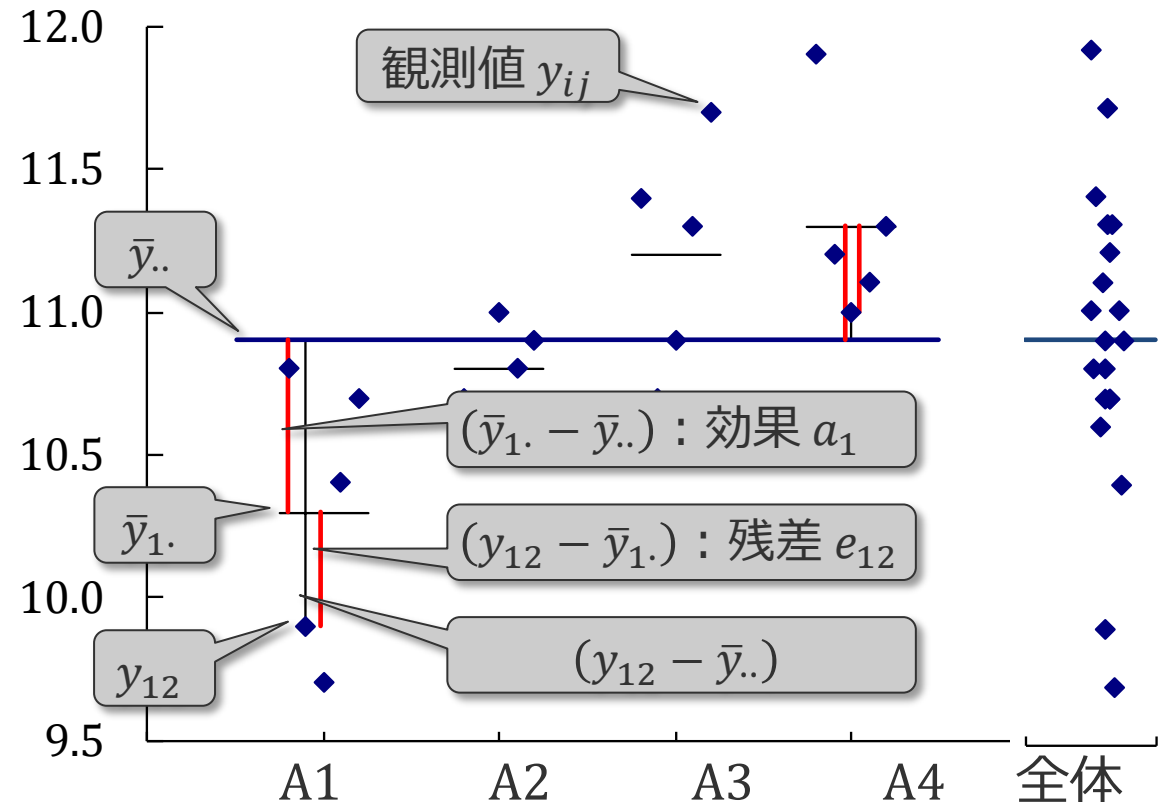
$= \bar{y}_{..} + a_i + e_{ij}$

総平均 + 効果 + 残差

モデル

$$y_{ij} = \mu + \alpha_i + \varepsilon_{ij} \quad \varepsilon_{ij} \sim N(0, \sigma^2) \quad (1.1.13)$$

表示 1.1.5 平方和の分解 (1) p.21



● 1 因子実験のデータの分解

質的因子の 1 因子実験 (§1.1) の解析

$$y_{ij} - \bar{y}_{..} = (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..}) + (y_{ij} - \bar{y}_{i.}) \quad (1.1.7)$$

観測値 - 総平均 水準 A_i の効果 a_i 残差 e_{ij}

$$y_{ij} = \bar{y}_{..} + (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..}) + (y_{ij} - \bar{y}_{i.}) \quad (1.1.8)$$

総平均 + 効果 + 残差

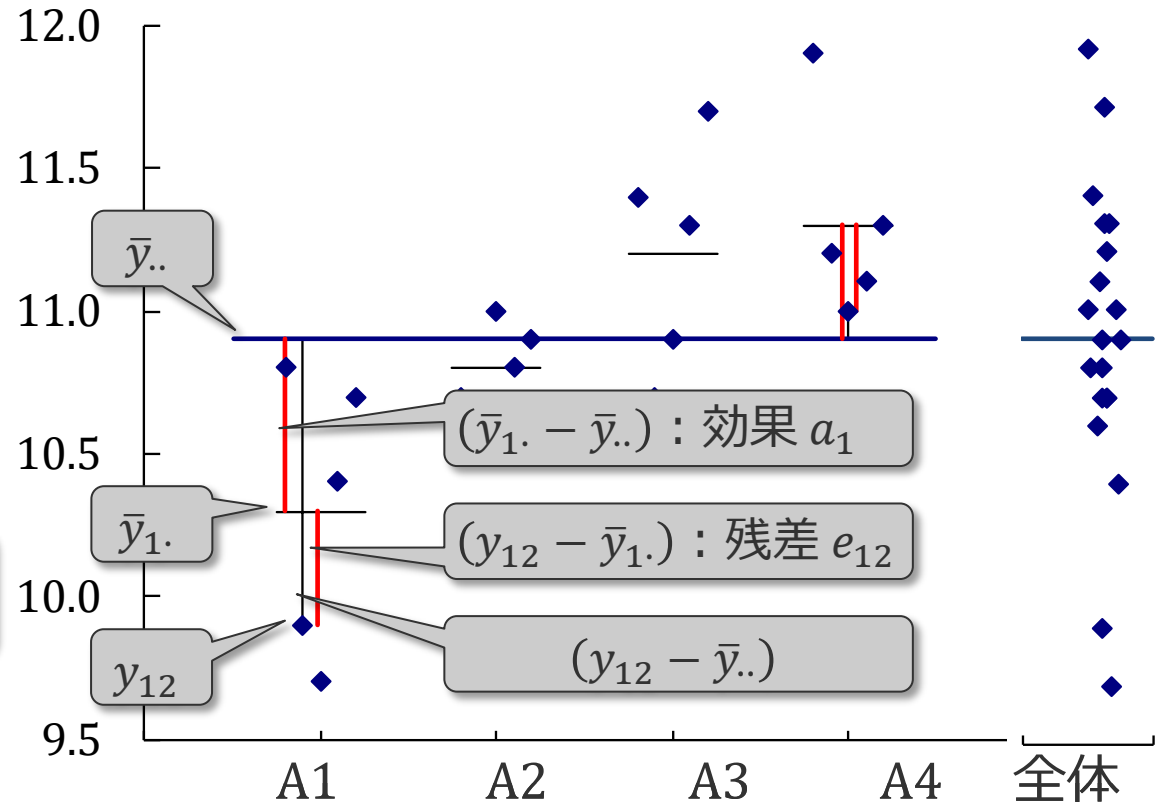
観測値を、総平均、効果、残差に分解

モデル

$$y_{ij} = \mu + \alpha_i + \varepsilon_{ij} \quad \varepsilon_{ij} \sim N(0, \sigma^2) \quad (1.1.13)$$

母平均 + 効果 + 誤差

表示 1.1.5 平方和の分解 (1) p.21



●ブロック効果の追加

1 因子実験 (§ 1) のデータ構造

$$y_{ij} = \mu + \alpha_i + \varepsilon_{ij} \quad (1.1.13)$$

母平均 + 効果 + 誤差

1 因子実験 (乱塊法) のデータ構造
(ブロック因子の効果を追加)

$$y_{ij} = \mu + \alpha_i + \gamma_j + \varepsilon_{ij} \quad (3.1.1)$$

ブロック因子の効果 γ_j

β は次節で使うため、その次の γ を使用、 γ の推定値は c
本来は変量因子、便宜的に母数因子のように扱う → (6)

制御因子とブロック因子の**交互作用が存在しないことを前提**

→ 5 章

1 因子実験 (§1.1 p.26)

薬剤 \ 繰返し	1	2	3	4	5	行平均
A1	10.8	9.9	9.7	10.4	10.7	10.30
A2	10.7	10.6	11.0	10.8	10.9	10.80
A3	11.4	10.7	10.9	11.3	11.7	11.20
A4	11.9	11.2	11.0	11.1	11.3	11.30

列平均に意味はない

効果を推定

1 因子実験 (乱塊法)

薬剤 \ ブロック	B1	B2	B3	B4	B5	行平均
A1	10.8	9.9	9.7	10.4	10.7	10.30
A2	10.7	10.6	11.0	10.8	10.9	10.80
A3	11.4	10.7	10.9	11.3	11.7	11.20
A4	11.9	11.2	11.0	11.1	11.3	11.30
列平均	11.20	10.60	10.65	10.90	11.15	10.90

ブロック効果を推定

効果を推定

● 1 因子実験（乱塊法）のデータ構造とモデル

$$y_{ij} = \mu + \alpha_i + \gamma_j + \varepsilon_{ij} \quad (3.1.1)$$

$$\begin{pmatrix} y_{11} & y_{12} & \cdots & y_{1b} \\ y_{21} & y_{22} & \cdots & y_{2b} \\ \cdots & \cdots & y_{ij} & \cdots \\ y_{a1} & y_{a2} & \cdots & y_{ab} \end{pmatrix}$$

$$= \mu + \begin{pmatrix} \alpha_1 & \alpha_1 & \cdots & \alpha_1 \\ \alpha_2 & \alpha_2 & \cdots & \alpha_2 \\ \cdots & \cdots & \alpha_i & \cdots \\ \alpha_a & \alpha_a & \cdots & \alpha_a \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \gamma_1 & \gamma_2 & \cdots & \gamma_b \\ \gamma_1 & \gamma_2 & \cdots & \gamma_b \\ \cdots & \cdots & \gamma_j & \cdots \\ \gamma_1 & \gamma_2 & \cdots & \gamma_b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \cdots & \varepsilon_{1b} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \cdots & \varepsilon_{2b} \\ \cdots & \cdots & \varepsilon_{ij} & \cdots \\ \varepsilon_{a1} & \varepsilon_{a2} & \cdots & \varepsilon_{ab} \end{pmatrix} \quad (3.1.2)$$

観測値 y_{ij} は、 $a \times b$ （水準数×ブロック数）の要素から構成（テキストでは簡略化）

● 1 因子実験（乱塊法）のデータ構造とモデル

$$y_{ij} = \mu + \alpha_i + \gamma_j + \varepsilon_{ij} \quad (3.1.1)$$

$$\begin{pmatrix} y_{11} & y_{12} & \cdots & y_{1b} \\ y_{21} & y_{22} & \cdots & y_{2b} \\ \cdots & \cdots & y_{ij} & \cdots \\ y_{a1} & y_{a2} & \cdots & y_{ab} \end{pmatrix}$$

薬剤の効果 α_i
横に b 個並んでいる

ブロックの効果 γ_j
縦に a 個並んでいる

$$= \mu + \begin{pmatrix} \alpha_1 & \alpha_1 & \cdots & \alpha_1 \\ \alpha_2 & \alpha_2 & \cdots & \alpha_2 \\ \cdots & \cdots & \alpha_i & \cdots \\ \alpha_a & \alpha_a & \cdots & \alpha_a \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \gamma_1 & \gamma_2 & \cdots & \gamma_b \\ \gamma_1 & \gamma_2 & \cdots & \gamma_b \\ \cdots & \cdots & \gamma_j & \cdots \\ \gamma_1 & \gamma_2 & \cdots & \gamma_b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \cdots & \varepsilon_{1b} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \cdots & \varepsilon_{2b} \\ \cdots & \cdots & \varepsilon_{ij} & \cdots \\ \varepsilon_{a1} & \varepsilon_{a2} & \cdots & \varepsilon_{ab} \end{pmatrix} \quad (3.1.2)$$

観測値 y_{ij} は、 $a \times b$ （水準数×ブロック数）の要素から構成（テキストでは簡略化）

● 1 因子実験（乱塊法）のデータ構造とモデル

$$y_{ij} = \mu + \alpha_i + \gamma_j + \varepsilon_{ij} \quad (3.1.1)$$

$$\begin{pmatrix} y_{11} & y_{12} & \cdots & y_{1b} \\ y_{21} & y_{22} & \cdots & y_{2b} \\ \cdots & \cdots & y_{ij} & \cdots \\ y_{a1} & y_{a2} & \cdots & y_{ab} \end{pmatrix}$$

$$= \mu + \begin{pmatrix} \alpha_1 & \alpha_1 & \cdots & \alpha_1 \\ \alpha_2 & \alpha_2 & \cdots & \alpha_2 \\ \cdots & \cdots & \alpha_i & \cdots \\ \alpha_a & \alpha_a & \cdots & \alpha_a \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \gamma_1 & \gamma_2 & \cdots & \gamma_b \\ \gamma_1 & \gamma_2 & \cdots & \gamma_b \\ \cdots & \cdots & \gamma_j & \cdots \\ \gamma_1 & \gamma_2 & \cdots & \gamma_b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \cdots & \varepsilon_{1b} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \cdots & \varepsilon_{2b} \\ \cdots & \cdots & \varepsilon_{ij} & \cdots \\ \varepsilon_{a1} & \varepsilon_{a2} & \cdots & \varepsilon_{ab} \end{pmatrix} \quad (3.1.2)$$

$$\begin{aligned} y_{ij} &= \bar{y}_{..} + a_i + c_j + e_{ij} \\ &= \bar{y}_{..} + (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..}) + (\bar{y}_{.j} - \bar{y}_{..}) + (y_{ij} - (\bar{y}_{..} + \alpha_i + c_j)) \end{aligned} \quad (3.1.3)$$

総平均

a_i は α_i の推定値

c_j は γ_j の推定値

e_{ij} は ε_{ij} の推定値

● 1 因子実験（乱塊法）のデータ構造とモデル

$$y_{ij} = \mu + \alpha_i + \gamma_j + \varepsilon_{ij} \quad (3.1.1)$$

$$\begin{pmatrix} y_{11} & y_{12} & \cdots & y_{1b} \\ y_{21} & y_{22} & \cdots & y_{2b} \\ \cdots & \cdots & y_{ij} & \cdots \\ y_{a1} & y_{a2} & \cdots & y_{ab} \end{pmatrix}$$

$$= \mu + \begin{pmatrix} \alpha_1 & \alpha_1 & \cdots & \alpha_1 \\ \alpha_2 & \alpha_2 & \cdots & \alpha_2 \\ \cdots & \cdots & \alpha_i & \cdots \\ \alpha_a & \alpha_a & \cdots & \alpha_a \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \gamma_1 & \gamma_2 & \cdots & \gamma_b \\ \gamma_1 & \gamma_2 & \cdots & \gamma_b \\ \cdots & \cdots & \gamma_j & \cdots \\ \gamma_1 & \gamma_2 & \cdots & \gamma_b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \cdots & \varepsilon_{1b} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \cdots & \varepsilon_{2b} \\ \cdots & \cdots & \varepsilon_{ij} & \cdots \\ \varepsilon_{a1} & \varepsilon_{a2} & \cdots & \varepsilon_{ab} \end{pmatrix} \quad (3.1.2)$$

$$\begin{aligned} y_{ij} &= \bar{y}_{..} + \alpha_i + c_j + e_{ij} \\ &= \bar{y}_{..} + (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..}) + (\bar{y}_{.j} - \bar{y}_{..}) + (y_{ij} - (\bar{y}_{..} + \alpha_i + c_j)) \end{aligned} \quad (3.1.3)$$

総平均

薬剤効果 α_i の推定
水準平均 - 総平均

ブロック効果 c_j の推定
ブロック平均 - 総平均

誤差 e_{ij} の推定
等号が成立するように設定

● 1 因子実験（乱塊法）のデータの分解

$$y_{ij} = \bar{y}_{..} + a_i + c_j + e_{ij} \quad (3.1.3)$$

$$= \bar{y}_{..} + (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..}) + (\bar{y}_{.j} - \bar{y}_{..}) + (y_{ij} - (\bar{y}_{..} + a_i + c_j))$$

表示 3.1.1 表示 3.1.3

	A	B	C	D	E	F	G
3	データと平均						
4	薬剤\ブロック	B1	B2	B3	B4	B5	行平均
5	A1	10.8	9.9	9.7	10.4	10.7	10.30
6	A2	10.7	10.6	11.0	10.8	10.9	10.80
7	A3	11.4	10.7	10.9	11.3	11.7	11.20
8	A4	11.9	11.2	11.0	11.1	11.3	11.30
9	列平均	11.20	10.60	10.65	10.90	11.15	10.90
	効果と残差						
14	薬剤\ブロック	B1	B2	B3	B4	B5	効果(a_i)
15	A1	0.20	-0.10	-0.35	0.10	0.15	-0.60
16	A2	-0.40	0.10	0.45	0.00	-0.15	-0.10
17	A3	-0.10	-0.20	-0.05	0.10	0.25	0.30
18	A4	0.30	0.20	-0.05	-0.20	-0.25	0.40
19	効果 (c_j)	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25	10.90

実際の事例、表示3.1.1で、
乱塊法のデータの分解を行う

● 1 因子実験（乱塊法）のデータの分解

$$y_{ij} = \bar{y}_{..} + a_i + c_j + e_{ij} \quad (3.1.3)$$

$$= \bar{y}_{..} + (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..}) + (\bar{y}_{.j} - \bar{y}_{..}) + (y_{ij} - (\bar{y}_{..} + a_i + c_j))$$

表示 3.1.1 表示 3.1.3

	A	B	C	D	E	F	G
3	データと平均						
4	薬剤\ブロック	B1	B2	B3	B4	B5	行平均
5	A1	10.8	9.9	9.7	10.4	10.7	10.30
6	A2	10.7	10.6	11.0	10.8	10.9	10.80
7	A3	11.4	10.7	10.9	11.3	11.7	11.20
8	A4	11.9	11.2	11.0	11.1	11.3	11.30
9	列平均	11.20	10.60	10.65	10.90	11.15	10.90
	効果と残差						
14	薬剤\ブロック	B1	B2	B3	B4	B5	効果(a_i)
15	A1	0.20	-0.10	-0.35	0.10	0.15	-0.60
16	A2	-0.40	0.10	0.45	0.00	-0.15	-0.10
17	A3	-0.10	-0.20	-0.05	0.10	0.25	0.30
18	A4	0.30	0.20	-0.05	-0.20	-0.25	0.40
19	効果(c_j)	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25	10.90

G9 : 総平均 $\bar{y}_{..}$
=AVERAGE(G5:G8)

B15:F18 : 残差 e_{ij}

G列 : 薬剤効果 a_i

19行 : ブロック効果 c_j

G19=G9 : 総平均 $\bar{y}_{..}$

● 1 因子実験（乱塊法）のデータの分解

$$y_{ij} = \bar{y}_{..} + a_i + c_j + e_{ij} \quad (3.1.3)$$

$$= \bar{y}_{..} + (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..}) + (\bar{y}_{.j} - \bar{y}_{..}) + (y_{ij} - (\bar{y}_{..} + a_i + c_j))$$

表示 3.1.1 表示 3.1.3

	A	B	C	D	E	F	G
3	データと平均						
4	薬剤\ブロック	B1	B2	B3	B4	B5	行平均
5	A1	10.8	9.9	9.7	10.4	10.7	10.30
6	A2	10.7	10.6	11.0	10.8	10.9	10.80
7	A3	11.4	10.7	10.9	11.3	11.7	11.20
8	A4	11.9	11.2	11.0	11.1	11.3	11.30
9	列平均	11.20	10.60	10.65	10.90	11.15	10.90
	効果と残差						
14	薬剤\ブロック	B1	B2	B3	B4	B5	効果(a_i)
15	A1	0.20	-0.10	-0.35	0.10	0.15	-0.60
16	A2	-0.40	0.10	0.45	0.00	-0.15	-0.10
17	A3	-0.10	-0.20	-0.05	0.10	0.25	0.30
18	A4	0.30	0.20	-0.05	0.20	0.25	0.40
19	効果(c_j)	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25	10.90

B15 : 残差 e_{ij}
 $= B5 - (G19 + G15 + B19)$
 $= 10.8 - (10.90 + (-0.60) + 0.30) = 0.20$

G15 : 薬剤効果 a_i
 $= G5 - G19 = 10.30 - 10.90 = -0.60$

B19 : ブロック効果 c_j
 $= B9 - G19 = 11.20 - 10.90 = 0.30$

G19=G9 : 総平均 $\bar{y}_{..}$

● 1 因子実験（乱塊法）のデータの分解

表示 3.1.1 表示 3.1.3

	A	B	C	D	F	G	
3	データと平均						
4	薬剤\ブロック	B1	B2	B3	B4	B5	平均
5	A1	10.8	9.9	9.7	10.4	10.7	10.30
6	A2	10.7	10.6	11.0	10.8	10.9	10.80
7	A3	11.4	10.7	10.9	11.3	11.7	11.20
8	A4	11.9	11.2	11.0	11.1	11.3	11.30
9	列平均	11.20	10.60	10.65	10.90	11.15	10.90
	効果と残差						
14	薬剤\ブロック	B1	B2	B3	B4	B5	効果(a_i)
15	A1	0.20	-0.10	-0.35	0.10	0.15	-0.60
16	A2	-0.40	0.10	0.45	0.00	-0.15	-0.10
17	A3	-0.10	-0.20	-0.05	0.10	0.25	0.30
18	A4	0.30	0.20	-0.05	-0.20	-0.25	0.40
19	効果(c_j)	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25	10.90

演習 3.1.2

表示 3.5.1 (p.132)

観測値

y_{ij}	B1	B2	B3	B4	B5
A1	10.8	9.9	9.7	10.4	10.7
A2	10.7	10.6	11.0	10.8	10.9
A3	11.4	10.7	10.9	11.3	11.7
A4	11.9	11.2	11.0	11.1	11.3

総平均

$\bar{y}_{.j}$	B1	B2	B3	B4	B5
A1	10.9	10.9	10.9	10.9	10.9
A2	10.9	10.9	10.9	10.9	10.9
A3	10.9	10.9	10.9	10.9	10.9
A4	10.9	10.9	10.9	10.9	10.9

薬剤効果

a_i	B1	B2	B3	B4	B5
A1	-0.6	-0.6	-0.6	-0.6	-0.6
A2	-0.1	-0.1	-0.1	-0.1	-0.1
A3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3
A4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4

ブロック効果

c_j	B1	B2	B3	B4	B5
A1	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25
A2	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25
A3	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25
A4	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25

残差

e_{ij}	B1	B2	B3	B4	B5
A1	0.20	-0.10	-0.35	0.10	0.15
A2	-0.40	0.10	0.45	0.00	-0.15
A3	-0.10	-0.20	-0.05	0.10	0.25
A4	0.30	0.20	-0.05	-0.20	-0.25

観測値

残差

薬剤効果

総平均

ブロック効果

● 1 因子実験（乱塊法）のデータの分解

$$y_{ij} = \bar{y}_{..} + (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..}) + (\bar{y}_{.j} - \bar{y}_{..}) + (y_{ij} - (\bar{y}_{..} + \alpha_i + c_j))$$

$$= \bar{y}_{..} + a_i + c_j + e_{ij} \quad (3.1.3)$$

$$y_{11} = 10.8$$

$$= 10.9 + (-0.6) + 0.30 + 0.20$$

それぞれ個々の観測値が分解される

表示3.1.3
データの分解

14	薬剤\ブロック	B1	B2	B3	B4	B5	効果(a_i)
15	A1	0.20	-0.10	-0.35	0.10	0.15	-0.60
16	A2	-0.40	0.10	0.45	0.00	-0.15	-0.10
17	A3	-0.10	-0.20	-0.05	0.10	0.25	0.30
18	A4	0.30	0.20	-0.05	-0.20	-0.25	0.40
19	効果(c_j)	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25	10.90

残差

薬剤効果

ブロック効果

総平均

y_{11}

表示 3.5.1 (p.132)

観測値	y_{ij}	B1	B2	B3	B4	B5	
	A1	10.8	9.9	9.7	10.4	10.7	
	A2	10.7	10.6	11.0	10.8	10.9	
	A3	11.4	10.7	10.9	11.3	11.7	
	A4	11.9	11.2	11.0	11.1	11.3	
		=					
総平均	$\bar{y}_{..}$	A1	10.9	10.9	10.9	10.9	10.9
	A2	10.9	10.9	10.9	10.9	10.9	
	A3	10.9	10.9	10.9	10.9	10.9	
	A4	10.9	10.9	10.9	10.9	10.9	
		+					
薬剤効果	a_i	A1	-0.6	-0.6	-0.6	-0.6	-0.6
	A2	-0.1	-0.1	-0.1	-0.1	-0.1	
	A3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	
	A4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	
		+					
ブロック効果	c_j	A1	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25
	A2	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25	
	A3	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25	
	A4	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25	
		+					
残差	e_{ij}	A1	0.20	-0.10	-0.35	0.10	0.15
	A2	-0.40	0.10	0.45	0.00	-0.15	
	A3	-0.10	-0.20	-0.05	0.10	0.25	
	A4	0.30	0.20	-0.05	-0.20	-0.25	

データの分解

ブロックを考慮しない
単なる繰り返し

●データの分解の比較

1 因子実験

$$y_{ij} = \bar{y}_{..} + a_i + e_{ij} \quad (1.1.8)$$

1 因子実験 (乱塊法)

$$y_{ij} = \bar{y}_{..} + a_i + c_j + e_{ij} \quad (3.1.3)$$

表示 1.1.6

	1	2	3	4	5
y_{ij}	A1 10.8	9.9	9.7	10.4	10.7
	A2 10.7	10.6	11.0	10.8	10.9
	A3 11.4	10.7	10.9	11.3	11.7
	A4 11.9	11.2	11.0	11.1	11.5
$\bar{y}_{..}$	A1 10.9	10.9	10.9	10.9	10.9
	A2 10.9	10.9	10.9	10.9	10.9
	A3 10.9	10.9	10.9	10.9	10.9
	A4 10.9	10.9	10.9	10.9	10.9
a_i	A1 -0.6	-0.6	-0.6	-0.6	-0.6
	A2 -0.1	-0.1	-0.1	-0.1	-0.1
3.100	A3 0.3	0.3	0.3	0.3	0.3
	A4 0.4	0.4	0.4	0.4	0.4
e_{ij}	A1 0.5	-0.4	-0.6	0.1	0.4
	A2 -0.1	-0.2	0.2	0.0	0.1
	A3 0.2	-0.5	-0.3	0.1	0.5
	A4 0.6	-0.1	-0.3	-0.2	0.0

1 因子実験

1 因子実験 (乱塊法)

表示 3.5.1

	B1	B2	B3	B4	B5
y_{ij}	A1 10.8	9.9	9.7	10.4	10.7
	A2 10.7	10.6	11.0	10.8	10.9
	A3 11.4	10.7	10.9	11.3	11.7
	A4 11.9	11.2	11.0	11.1	11.3
$\bar{y}_{..}$	A1 10.9	10.9	10.9	10.9	10.9
	A2 10.9	10.9	10.9	10.9	10.9
	A3 10.9	10.9	10.9	10.9	10.9
	A4 10.9	10.9	10.9	10.9	10.9
a_i	A1 -0.6	-0.6	-0.6	-0.6	-0.6
	A2 -0.1	-0.1	-0.1	-0.1	-0.1
3.100	A3 0.3	0.3	0.3	0.3	0.3
	A4 0.4	0.4	0.4	0.4	0.4
c_j	A1 0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25
1.220	A2 0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25
	A3 0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25
	A4 0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25
e_{ij}	A1 0.20	-0.10	-0.35	0.10	0.15
	A2 -0.40	0.10	0.45	0.00	-0.15
0.960	A3 -0.10	-0.20	-0.05	0.10	0.25
	A4 0.30	0.20	-0.05	-0.20	-0.25

同じデータ

0.5 = 0.30 + 0.20
乱塊法の B1 の効果と 残差 A1B1 の和が、
1 因子実験の残差 0.50 に一致

データの分解

ブロックを考慮しない
単なる繰り返し

●データの分解の比較

1 因子実験

$$y_{ij} = \bar{y}_{..} + a_i + e_{ij} \quad (1.1.8)$$

1 因子実験 (乱塊法)

$$y_{ij} = \bar{y}_{..} + a_i + c_i + e_{ij} \quad (3.1.3)$$

表示 1.1.6

	1	2	3	4	5	
y_{ij}	A1	10.8	9.9	9.7	10.4	10.7
	A2	10.7	10.6	11.0	10.8	10.9
	A3	11.4	10.7	10.9	11.3	11.7
	A4	11.9	11.2	11.0	11.1	11.5

$\bar{y}_{..}$	A1	A2	A3	A4
	10.9	10.9	10.9	10.9
	10.9	10.9	10.9	10.9
	10.9	10.9	10.9	10.9
	10.9	10.9	10.9	10.9

a_i	A1	A2	A3	A4
	-0.6	-0.1	0.3	0.4
	-0.6	-0.1	0.3	0.4
	-0.6	-0.1	0.3	0.4
	-0.6	-0.1	0.3	0.4

e_{ij}	A1	A2	A3	A4
	0.5	-0.1	0.2	-0.6
	-0.4	-0.2	-0.5	-0.1
	-0.6	0.2	-0.3	-0.2
	0.1	0.0	0.1	0.0

薬剤効果の和は 0

ブロック効果の和は 0

残差の横の計は 0

残差の縦の計は 0 ではない

残差の横の計は 0
残差の縦の計は 0

1 因子実験

1 因子実験 (乱塊法)

表示 3.5.1

	B1	B2	B3	B4	B5	
y_{ij}	A1	10.8	9.9	9.7	10.4	10.7
	A2	10.7	10.6	11.0	10.8	10.9
	A3	11.4	10.7	10.9	11.3	11.7
	A4	11.9	11.2	11.0	11.1	11.3

$\bar{y}_{..}$	A1	A2	A3	A4
	10.9	10.9	10.9	10.9
	10.9	10.9	10.9	10.9
	10.9	10.9	10.9	10.9
	10.9	10.9	10.9	10.9

a_i	A1	A2	A3	A4
	-0.6	-0.1	0.3	0.4
	-0.6	-0.1	0.3	0.4
	-0.6	-0.1	0.3	0.4
	-0.6	-0.1	0.3	0.4

c_j	B1	B2	B3	B4	B5
	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25
	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25
	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25
	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25

e_{ij}	A1	A2	A3	A4
	0.20	-0.40	-0.10	0.30
	-0.10	0.10	0.20	0.20
	-0.35	0.45	-0.05	0.20
	0.10	0.00	-0.20	-0.25

同じデータ

データの分解

ブロックを考慮しない
単なる繰り返し

●データの分解と平方和

表示 1.1.6

	1	2	3	4	5	
y_{ij}	A1	10.8	9.9	9.7	10.4	10.7
	A2	10.7	10.6	11.0	10.8	10.9
	A3	11.4	10.7	10.9	11.3	11.7
	A4	11.9	11.2	11.0	11.1	11.5

$\bar{y}_{..}$	A1	A2	A3	A4
	10.9	10.9	10.9	10.9
	10.9	10.9	10.9	10.9
	10.9	10.9	10.9	10.9
	10.9	10.9	10.9	10.9

a_i	A1	A2	A3	A4
	-0.6	-0.1	0.3	0.4
	-0.6	-0.1	0.3	0.4
	-0.6	-0.1	0.3	0.4
	-0.6	-0.1	0.3	0.4

e_{ij}	A1	A2	A3	A4
	0.5	-0.1	0.2	0.6
	-0.4	-0.2	-0.5	-0.1
	-0.6	0.2	-0.3	-0.3
	0.1	0.0	0.1	-0.2

$1.220 + 0.960 = 2.180$

1 因子実験 (乱塊法)

表示 3.5.1

	B1	B2	B3	B4	B5	
y_{ij}	A1	10.8	9.9	9.7	10.4	10.7
	A2	10.7	10.6	11.0	10.8	10.9
	A3	11.4	10.7	10.9	11.3	11.7
	A4	11.9	11.2	11.0	11.1	11.5

$\bar{y}_{..}$	A1	A2	A3	A4
	10.9	10.9	10.9	10.9
	10.9	10.9	10.9	10.9
	10.9	10.9	10.9	10.9
	10.9	10.9	10.9	10.9

a_i	A1	A2	A3	A4
	-0.6	-0.1	0.3	0.4
	-0.6	-0.1	0.3	0.4
	-0.6	-0.1	0.3	0.4
	-0.6	-0.1	0.3	0.4

c_j	B1	B2	B3	B4	B5
	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25
	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25
	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25
	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25

e_{ij}	A1	A2	A3	A4
	0.20	-0.40	-0.10	0.30
	-0.10	0.10	-0.20	0.20
	-0.35	0.45	-0.05	0.20
	0.10	0.00	-0.05	-0.20

同じデータ

2 乗和→平方和 $\sum(a_i)^2 = \sum(a_i - \bar{a})^2$
 $((-0.6)^2 + (-0.1)^2 + 0.3^2 + 0.4^2) \times 5$
 $= 3.100$

2 乗和→平方和 $\sum(c_j)^2 = \sum(c_j - \bar{c})^2$
 $(0.3^2 + (-0.3)^2 + \dots + 0.0^2 + 0.25^2) \times 4$
 $= 1.220$

2 乗和→平方和 $\sum(e_{ij})^2 = \sum(e_{ij} - \bar{e}_{..})^2$
 $0.5^2 + (-0.4)^2 + \dots + (-0.2)^2 + 0.0^2$
 $= 2.180$



(3) 分散分析表

1 因子実験・・・ブロックを考慮しない

1 因子実験 (乱塊法)

両者の分散分析を比較して乱塊法を理解

平方和の分解

●データの分解

表示 1.1.8 と同じ

表示 3.1.3 と同じ

表示 3.1.4 **1 因子実験** (表示 1.1.7)

要因	平方和	自由度	平均平方	F 比	p 値
水準間	3.100	3	1.033	7.584	0.0022
残差	2.180	16	0.136	1.000	
全体	5.280	19	0.278		

「水準間」
「薬剤」同じ

1 因子実験 (乱塊法)

要因	平方和	自由度	平均平方	F 比	p 値
薬剤	3.100	3	1.033	12.917	0.0005
ブロック	1.220	4	0.305	3.812	0.0318
残差	0.960	12	0.080	1.000	
全体	5.280	19			

表示 1.1.6

ブロックを考慮しない
単なる繰り返し

	1	2	3	4	5
A1	10.8	9.9	9.7	10.4	10.7
A2	10.7	10.6	11.0	10.8	10.9
A3	11.4	10.7	10.9	11.3	11.7
A4	11.9	11.2	11.0	11.1	11.5

$\bar{y}_{..}$

A1	10.9	10.9	10.9	10.9	10.9
A2	10.9	10.9	10.9	10.9	10.9
A3	10.9	10.9	10.9	10.9	10.9
A4	10.9	10.9	10.9	10.9	10.9

a_i

A1	-0.6	-0.6	-0.6	-0.6	-0.6
A2	-0.1	-0.1	-0.1	-0.1	-0.1
A3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3
A4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4

e_{ij}

A1	0.5	-0.4	-0.6	0.1	0.4
A2	-0.1	-0.2	0.2	0.0	0.1
A3	0.2	-0.5	-0.3	0.1	0.5
A4	0.6	-0.1	-0.3	-0.2	0.0

1 因子実験 (乱塊法)

表示 3.5.1

y_{ij}

	B1	B2	B3	B4	B5
A1	10.8	9.9	9.7	10.4	10.7
A2	10.7	10.6	11.0	10.8	10.9
A3	11.4	10.7	10.9	11.3	11.7
A4	11.9	11.2	11.0	11.1	11.5

同一データ

$\bar{y}_{..}$

A1	10.9	10.9	10.9	10.9	10.9
A2	10.9	10.9	10.9	10.9	10.9
A3	10.9	10.9	10.9	10.9	10.9
A4	10.9	10.9	10.9	10.9	10.9

a_i

A1	-0.6	-0.6	-0.6	-0.6	-0.6
A2	-0.1	-0.1	-0.1	-0.1	-0.1
A3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3
A4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4

c_j

A1	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25
A2	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25
A3	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25
A4	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25

e_{ij}

A1	0.20	-0.10	-0.35	0.10	0.15
A2	-0.40	0.10	0.45	0.00	-0.15
A3	-0.10	-0.20	-0.05	0.10	0.25
A4	0.30	0.20	-0.05	-0.20	-0.25

平方和の分解

●平方和

平方和：個々のデータとその平均値の差を2乗した値の和
 2乗和：個々のデータを2乗した値の和

表示 1.1.6

1 因子実験

	1	2	3	4	5	
y_{ij}	A1	10.8	9.9	9.7	10.4	10.7
	A2	10.7	10.6	11.0	10.8	10.9
	A3	11.4	10.7	10.9	11.3	11.7
	A4	11.9	11.2	11.0	11.1	11.3
	=					
$\bar{y}_{..}$	A1	10.9	10.9	10.9	10.9	10.9
	A2	10.9	10.9	10.9	10.9	10.9
	A3	10.9	10.9	10.9	10.9	10.9
	A4	10.9	10.9	10.9	10.9	10.9
	+					
a_i	A1	-0.6	-0.6	-0.6	-0.6	-0.6
	A2	-0.1	-0.1	-0.1	-0.1	-0.1
	A3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3
	A4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4

表示 3.1.4 **1 因子実験** (表示 1.1.7)

要因	平方和	自由度	平均平方	F 比	p 値
水準間	3.100	3	1.033	7.584	0.0022
残差	2.180	16	0.136	1.000	
全体	5.280	19	0.278		

1 因子実験 (乱塊法)

要因	平方和	自由度	平均平方	F 比	p 値
薬剤	3.100	3	1.033	12.917	0.0005
ブロック	1.220	4	0.305	3.812	0.0318
残差	0.960	12	0.080	1.000	
全体	5.280	19			

1 因子実験 (乱塊法)

表示 3.5.1

	B1	B2	B3	B4	B5	
y_{ij}	A1	10.8	9.9	9.7	10.4	10.7
	A2	10.7	10.6	11.0	10.8	10.9
	A3	11.4	10.7	10.9	11.3	11.7
	A4	11.9	11.2	11.0	11.1	11.3
	=					
$\bar{y}_{..}$	A1	10.9	10.9	10.9	10.9	10.9
	A2	10.9	10.9	10.9	10.9	10.9
	A3	10.9	10.9	10.9	10.9	10.9
	A4	10.9	10.9	10.9	10.9	10.9
	+					
a_i	A1	-0.6	-0.6	-0.6	-0.6	-0.6
	A2	-0.1	-0.1	-0.1	-0.1	-0.1
	A3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3
	A4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4
	+					
c_j	A1	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25
	A2	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25
	A3	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25
	A4	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25
	+					
e_{ij}	A1	0.20	-0.10	-0.35	0.10	0.15
	A2	-0.40	0.10	0.45	0.00	-0.15
	A3	-0.10	-0.20	-0.05	0.10	0.25
	A4	0.30	0.20	-0.05	-0.20	-0.25

a_i
3.100

e_{ij}
2.180

残差の平方和

薬剤効果の平方和和 (§1.1)

平方和の分解

●平方和

表示 3.1.4 1 因子実験 (表示 1.1.7)

要因	平方和	自由度	平均平方	F 比	p 値
水準間	3.100	3	1.033	7.584	0.0022
残差	2.180	16	0.136	1.000	
全体	5.280	19	0.278		

1 因子実験 (乱塊法)

要因	平方和	自由度	平均平方	F 比	p 値
薬剤	3.100	3	1.033	12.917	0.0005
ブロック	1.220	4	0.305	3.812	0.0318
残差	0.960	12	0.080	1.000	
全体	5.280	19			

1 因子実験

	1	2	3	4	5	
y_{ij}	A1	10.8	9.9	9.7	10.4	10.7
	A2	10.7	10.6	11.0	10.8	10.9
	A3	11.4	10.7	10.9	11.3	11.7
	A4	11.9	11.2	11.0	11.1	11.3

$\bar{y}_{..}$	A1	A2	A3	A4
	10.9	10.9	10.9	10.9
	10.9	10.9	10.9	10.9
	10.9	10.9	10.9	10.9
	10.9	10.9	10.9	10.9

a_i	A1	A2	A3	A4
3.100	-0.6	-0.1	0.3	0.4
	-0.6	-0.1	0.3	0.4
	-0.6	-0.1	0.3	0.4
	-0.6	-0.1	0.3	0.4

e_{ij}	A1	A2	A3	A4
2.180	0.5	-0.1	0.2	0.6
	-0.4	-0.1	-0.5	-0.1
	-0.3	-0.3	-0.3	-0.3
	0.1	0.1	0.1	0.0

薬剤の平方和

ブロック因子の平方和

残差の平方和

1 因子実験 (乱塊法)

	B1	B2	B3	B4	B5	
y_{ij}	A1	10.8	9.9	9.7	10.4	10.7
	A2	10.7	10.6	11.0	10.8	10.9
	A3	11.4	10.7	10.9	11.3	11.7
	A4	11.9	11.2	11.0	11.1	11.3

$\bar{y}_{..}$	A1	A2	A3	A4
	10.9	10.9	10.9	10.9
	10.9	10.9	10.9	10.9
	10.9	10.9	10.9	10.9
	10.9	10.9	10.9	10.9

a_i	A1	A2	A3	A4
3.100	-0.6	-0.1	0.3	0.4
	-0.6	-0.1	0.3	0.4
	-0.6	-0.1	0.3	0.4
	-0.6	-0.1	0.3	0.4

c_j	A1	A2	A3	A4
1.220	0.30	0.30	0.30	0.30
	-0.30	-0.30	-0.25	-0.25
	-0.25	-0.25	0.00	0.25
	0.00	0.00	0.00	0.25

e_{ij}	A1	A2	A3	A4
0.960	0.20	-0.40	-0.10	0.30
	-0.10	0.10	-0.20	0.20
	-0.35	0.45	-0.05	0.10
	0.10	0.00	-0.20	-0.25

平方和の分解

●平方和

乱塊法 ブロックの平方和 1.220
 残差の平方和 0.960
 計 2.180

表示 3.1.4 1 因子実験 (表示 1.1.7)

要因	平方和	自由度	平均平方	F 比	p 値
水準間	3.100	3	1.033	7.584	0.0022
残差	2.180	16	0.136	1.000	
全体	5.280	19	0.278		

1 因子実験 (乱塊法)

要因	平方和	自由度	平均平方	F 比	p 値
薬剤	3.100	3	1.033	12.917	0.0005
ブロック	1.220	4	0.305	3.812	0.0318
残差	0.960	12	0.080	1.000	
全体	5.280	19			

1 因子実験

	1	2	3	4	5
y_{ij}	A1 10.8	9.9	9.7	10.4	10.7
	A2 10.7	10.6	11.0	10.8	10.9
	A3 11.4	10.7	10.9	11.3	11.7
	A4 11.9	11.2	11.0	11.1	11.3

=

$\bar{y}_{.}$	A1	A2	A3	A4
	10.9	10.9	10.9	10.9
	10.9	10.9	10.9	10.9
	10.9	10.9	10.9	10.9
	10.9	10.9	10.9	10.9

+

a_i	A1	A2	A3	A4
	-0.6	-0.6	-0.6	-0.6
	-0.1	-0.1	-0.1	-0.1
3.100	0.3	0.3	0.3	0.3
	0.4	0.4	0.4	0.4

+

e_{ij}	A1	A2	A3	A4
	0.5	-0.4	-0.6	0.1
	-0.1	-0.2	0.2	0.0
2.180	0.2	-0.5	-0.3	0.1
	0.6	-0.1	-0.3	-0.2

1 因子実験 (乱塊法)

	B1	B2	B3	B4	B5
y_{ij}	A1 10.8	9.9	9.7	10.4	10.7
	A2 10.7	10.6	11.0	10.8	10.9
	A3 11.4	10.7	10.9	11.3	11.7
	A4 11.9	11.2	11.0	11.1	11.3

=

$\bar{y}_{.}$	A1	A2	A3	A4
	10.9	10.9	10.9	10.9
	10.9	10.9	10.9	10.9
	10.9	10.9	10.9	10.9
	10.9	10.9	10.9	10.9

+

a_i	A1	A2	A3	A4
	-0.6	-0.6	-0.6	-0.6
	-0.1	-0.1	-0.1	-0.1
3.100	0.3	0.3	0.3	0.3
	0.4	0.4	0.4	0.4

+

c_j	A1	A2	A3	A4
	0.30	-0.30	-0.25	0.00
	0.30	-0.30	-0.25	0.00
1.220	0.30	-0.30	-0.25	0.00
	0.30	-0.30	-0.25	0.00

+

e_{ij}	A1	A2	A3	A4
	0.20	-0.10	-0.35	0.10
	-0.40	0.10	0.45	0.00
	-0.10	-0.20	-0.05	0.10
0.960	0.30	0.20	-0.05	-0.20

●平方和：1 因子実験（乱塊法）

表示 3.5.1

$$y_{ij} = \bar{y}_{..} + (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..}) + (\bar{y}_{.j} - \bar{y}_{..}) + (y_{ij} - (\bar{y}_{..} + \alpha_i + c_j)) \quad (3.1.3)$$

$$= \bar{y}_{..} + a_i + c_j + e_{ij}$$

$$S_T = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b (y_{ij} - \bar{y}_{..})^2$$

$$S_e = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b e_{ij}^2$$

$$S_A = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})^2 = b \sum_{i=1}^a a_i^2 = 5 \times \{(-0.6)^2 + \dots + 0.4^2\} = 3.100$$

$$S_B = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b (\bar{y}_{.j} - \bar{y}_{..})^2 = a \sum_{j=1}^b c_j^2 = 4 \times \{0.3^2 + \dots + 0.25^2\} = 1.220$$

1 因子実験（乱塊法）

	B1	B2	B3	B4	B5
y_{ij} A1	10.8	9.9	9.7	10.4	10.7
A2	10.7	10.6	11.0	10.8	10.9
A3	11.4	10.7	10.9	11.3	11.7
A4	11.9	11.2	11.0	11.1	11.3

=

$\bar{y}_{..}$ A1	10.9	10.9	10.9	10.9	10.9
A2	10.9	10.9	10.9	10.9	10.9
A3	10.9	10.9	10.9	10.9	10.9
A4	10.9	10.9	10.9	10.9	10.9

+

a_i A1	-0.6	-0.6	-0.6	-0.6	-0.6
A2	-0.1	-0.1	-0.1	-0.1	-0.1
A3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3
A4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4

+

c_j A1	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25
A2	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25
A3	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25
A4	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25

+

e_{ij} A1	0.20	-0.10	-0.35	0.10	0.15
A2	-0.40	0.10	0.45	0.00	-0.15
A3	-0.10	-0.20	-0.05	0.10	0.25
A4	0.30	0.20	-0.05	-0.20	-0.25

S_A 3.100

S_B 1.220

S_e 0.960

●自由度：1 因子実験（乱塊法）

薬剤の平方和の自由度

4 薬剤の効果の計（縦の計）は 0

3 つの数値が決まると残りの 1 つは自動的に決まる

自由になる数値は 3 つ、自由度は $4-1=3$

ブロックの平方和の自由度

5 ブロックの効果の計（横の計）は 0

4 つの数値が決まると残りの 1 つは自動的に決まる

自由になる数値は 4 つ、自由度は $5-1=4$

残差の平方和の自由度

4 薬剤の残差の計（縦の計）と 5 ブロックの残差の計（横の計）は 0

3 行 4 列の数値が決まると残りの数値が自動的に決まる

自由になる数値は 12、自由度は $(4-1) \times (5-1) = 12$

表示 3.5.1

(3.1.3)

1 因子実験（乱塊法）

	B1	B2	B3	B4	B5	
y_{ij}	A1	10.8	9.9	9.7	10.4	10.7
	A2	10.7	10.6	11.0	10.8	10.9
	A3	11.4	10.7	10.9	11.3	11.7
	A4	11.9	11.2	11.0	11.1	11.3

=

$y_{..}$	A1	10.9	10.9	10.9	10.9	10.9
	A2	10.9	10.9	10.9	10.9	10.9
	A3	10.9	10.9	10.9	10.9	10.9
	A4	10.9	10.9	10.9	10.9	10.9

+

a_i	A1	-0.6	-0.6	-0.6	-0.6	-0.6
	A2	-0.1	-0.1	-0.1	-0.1	-0.1
	A3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3
	A4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4

3.100

自由度 3

+

c_j	A1	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25
	A2	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25
	A3	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25
	A4	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25

1.220

自由度 4

+

e_{ij}	A1	0.20	-0.10	-0.35	0.10	0.15
	A2	-0.40	0.10	0.45	0.00	-0.15
	A3	-0.10	-0.20	-0.05	0.10	0.25
	A4	0.30	0.20	-0.05	-0.20	-0.25

0.960

自由度 12

●自由度：1 因子実験（乱塊法）

全体の平方和

$$S_T = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b (y_{ij} - \bar{y}_{..})^2$$

$y_{ij} - \bar{y}_{..}$
5.280

	B1	B2	B3	B4	B5
A1	-0.1	-1.0	-1.2	-0.5	-0.2
A2	-0.2	-0.3	0.1	-0.1	0.0
A3	0.5	-0.2	0.0	0.4	0.8
A4	1.0	0.3	0.1	0.2	0.4

総和は 0

全体の平方和の自由度

$(y_{ij} - \bar{y}_{..})$ の総和は 0 (平均は 0)

19 個の値が決まると残りの 1 つは自動的に決まる

自由になる数値は 19 個、自由度は $20 - 1 = 19$

全体の自由度 = 薬剤の自由度 + ブロックの自由度 + 残差の自由度

$$19 = 3 + 4 + 12$$

表示 3.5.1

1 因子実験（乱塊法）

	B1	B2	B3	B4	B5
A1	10.8	9.9	9.7	10.4	10.7
A2	10.7	10.6	11.0	10.8	10.9
A3	11.4	10.7	10.9	11.3	11.7
A4	11.9	11.2	11.0	11.1	11.3

y_{ij}

$y_{..}$

=

A1	10.9	10.9	10.9	10.9	10.9
A2	10.9	10.9	10.9	10.9	10.9
A3	10.9	10.9	10.9	10.9	10.9
A4	10.9	10.9	10.9	10.9	10.9

+

A1	-0.6	-0.6	-0.6	-0.6	-0.6
A2	-0.1	-0.1	-0.1	-0.1	-0.1
A3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3
A4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4

a_i

3.100

自由度 3

自由度 4

c_j

1.220

+

A1	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25
A2	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25
A3	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25
A4	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25

+

A1	0.20	-0.10	-0.35	0.10	0.15
A2	-0.40	0.10	0.45	0.00	-0.15
A3	-0.10	-0.20	-0.05	0.10	0.25
A4	0.30	0.20	-0.05	-0.20	-0.25

e_{ij}

0.960

自由度 12

●平方和、自由度、平均平方

自由度と平均平方（乱塊法の場合）

4 薬剤なので自由度は $(4 - 1 = 3)$

5 ブロックなので自由度は $(5 - 1 = 4)$

残差の自由度は $((4 - 1) \times (5 - 1) = 12)$

平均平方は $(3.100/3 = 1.033)$

平均平方は $(1.220/4 = 0.305)$

平均平方は $(0.960/12 = 0.080)$

平均平方

乱塊法の導入により残差の平均平方が減少
 ブロックの導入効果 $(0.136 \rightarrow 0.080)$

ただし、乱塊法で常に減少するとは限らな

乱塊法のブロックの F 比が 1 より大きい場合
 乱塊法によって残差の平均平方が小さくなる
 （後で詳細に説明）

表示 3.1.4 **1 因子実験** (表示 1.1.7)

要因	平方和	自由度	平均平方	F 比	p 値
水準間	3.100	3	1.033	7.584	0.0022
残差	2.180	16	0.136	1.000	
全体	5.280	19	0.278		

1 因子実験（乱塊法）

要因	平方和	自由度	平均平方	F 比	p 値
薬剤	3.100	3	1.033	12.917	0.0005
ブロック	1.220	4	0.305	3.812	0.0318
残差	0.960	12	0.080	1.000	
全体	5.280	19			

F 比 > 1

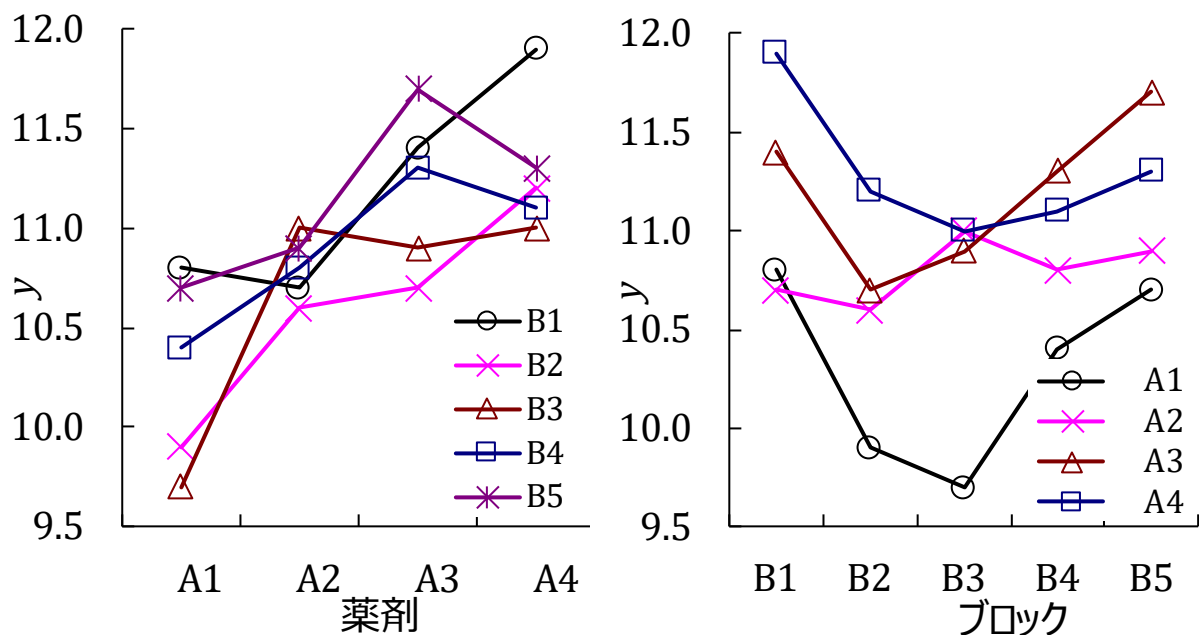
●平均平方、F検定

1因子実験に乱塊法を導入することで、残差の平均平方が減少 (0.136 → 0.080)

→ 薬剤のF比の分母が減少 ($F = 1.033/0.080$)

乱塊法の薬剤のF比が大 (7.584 → 12.917)、p値が小 (0.0022 → 0.0005)、検出力向上

乱塊法のブロックの効果は有意 ($p=0.0318$)、ブロックの導入効果があった



表示 3.1.4 1因子実験 (表示 1.1.7)

要因	平方和	自由度	平均平方	F比	p値
水準間	3.100	3	1.033	7.584	0.0022
残差	2.180	16	0.136	1.000	
全体	5.280	19	0.278		

1因子実験 (乱塊法)

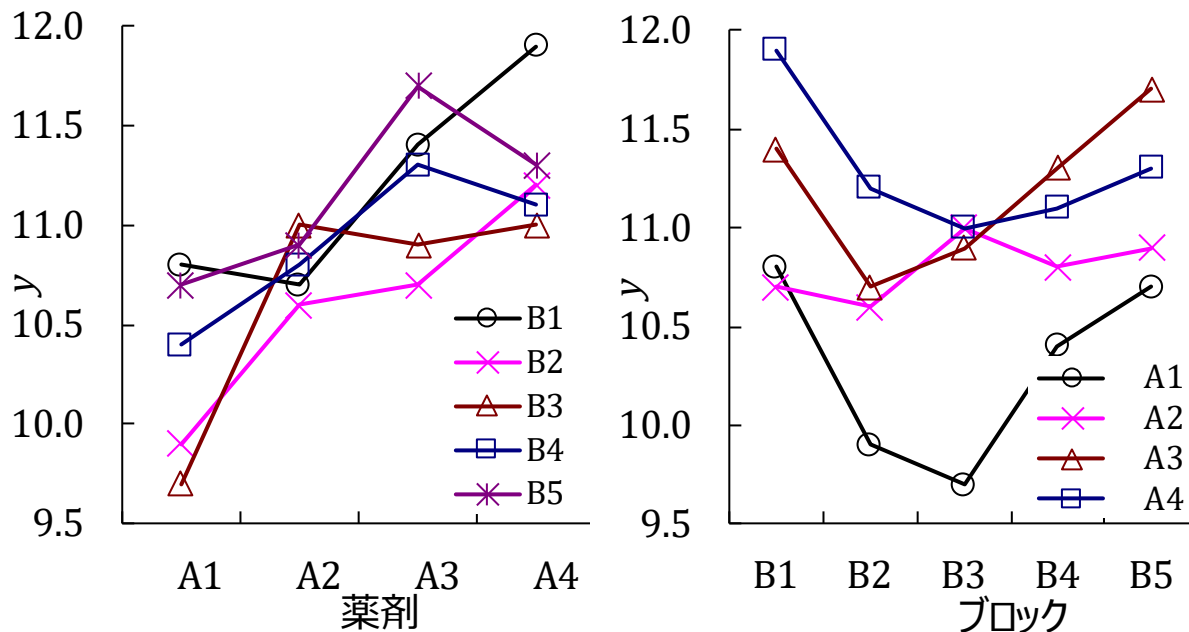
要因	平方和	自由度	平均平方	F比	p値
薬剤	3.100	3	1.033	12.917	0.0005
ブロック	1.220	4	0.305	3.812	0.0318
残差	0.960	12	0.080	1.000	
全体	5.280	19			

検出力向上

F比の分母

● 系統誤差の除去

事前情報として系統誤差（母獣由来の新生仔の個体差）が含まれることが予想される時、それをブロック因子とすることによって、系統誤差を F 比の分母から除かれる（残差の平方和からブロックの平方和が除かれて、 F 比の分母になる平均平方が小さくなる）そのため、制御因子の効果の検出力を高める（ F 比が大きくなりやすい）・・・例外あり



表示 3.1.4 **1 因子実験** (表示 1.1.7)

要因	平方和	自由度	平均平方	F 比	p 値
水準間	3.100	3	1.033	7.584	0.0022
残差	2.180	16	0.136	1.000	
全体	5.280	19	0.278		

1 因子実験 (乱塊法)

要因	平方和	自由度	平均平方	F 比	p 値
薬剤	3.100	3	1.033	12.917	0.0005
ブロック	1.220	4	0.305	3.812	0.0318
残差	0.960	12	0.080	1.000	
全体	5.280	19			

F 比の分母

乱塊法のブロック効果

●ブロックの設定が不適切な場合（ブロック効果が低い場合）

表示 3.1.1、表示3.1.2

薬剤に有意差あり

薬剤	B1	B2	B3	B4	B5	行平均	薬剤効果
A1	10.8	9.9	9.7	10.4	10.7	10.30	-0.60
A2	10.7	10.6	11.0	10.8	10.9	10.80	-0.10
A3	11.4	10.7	10.9	11.3	11.7	11.20	0.30
A4	11.9	11.2	11.0	11.1	11.3	11.30	0.40
列平均	11.20	10.60	10.65	10.90	11.15	10.90	
ブロック効果	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25		

(データ改変)

薬剤	B1	B2	B3	B4	B5	行平均	薬剤効果
A1	10.8	9.9	10.4	9.7	10.7	10.30	-0.60
A2	10.7	10.6	11.0	10.8	10.9	10.80	-0.10
A3	11.4	10.7	11.7	11.3	10.9	11.20	0.30
A4	11.2	11.9	11.0	11.3	11.1	11.30	0.40
列平均	11.03	10.78	11.03	10.78	10.90	10.90	
ブロック効果	0.13	-0.12	0.13	-0.12	0.00		

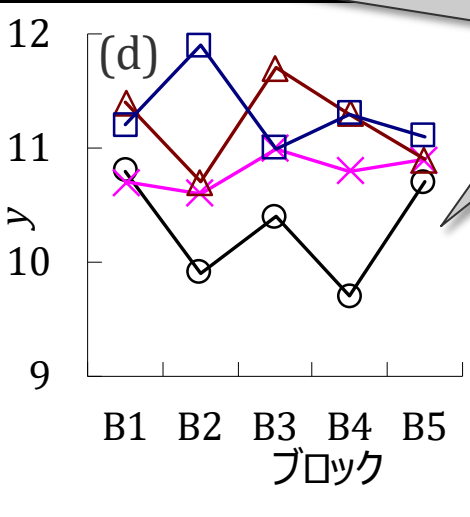
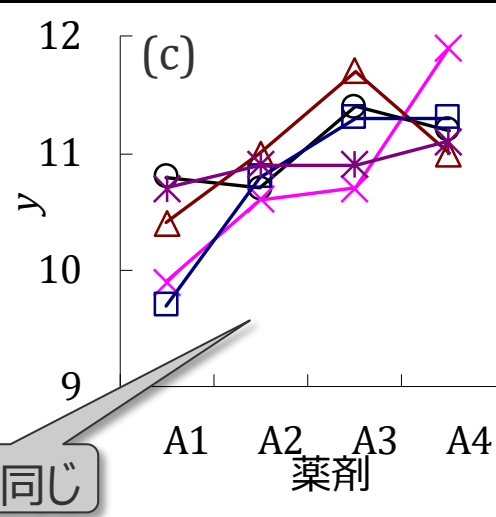
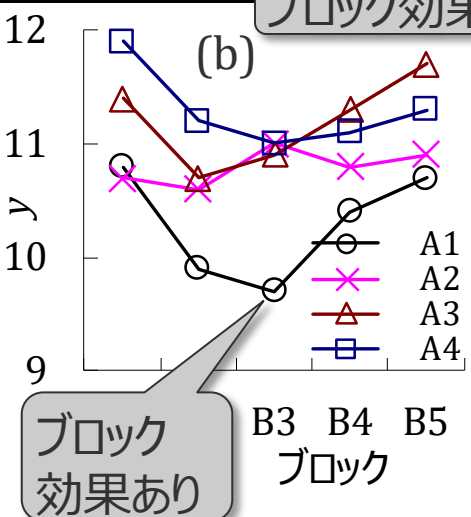
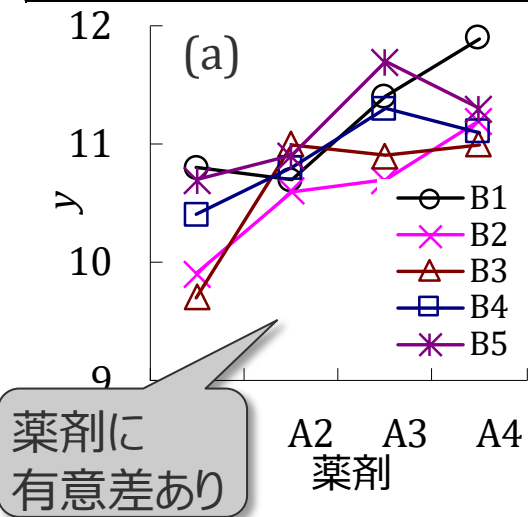
水準内でデータ移動
ブロックの効果を低下

平均値
と効果
は左と
同じ

ブロックの
効果は
低下

ブロック効果あり

(a)と同じ



乱塊法のブロック効果

●ブロックの設定が不適切な場合

表示 3.1.1
表示 3.1.4
(データ改変)

薬剤\ブロック	B1	B2	B3	B4	B5	平均	効果
A1	10.8	9.9	10.4	9.7	10.7	10.3	-0.60
A2	10.7	10.6	11.0	10.8	10.9	10.8	-0.10
A3	11.4	10.7	11.7	11.3	10.9	11.2	0.30
A4	11.2	11.9	11.0	11.3	11.1	11.3	0.40
平均	11.0	10.8	11.0	10.8	10.9	10.9	
効果	0.13	-0.12	0.13	-0.12	0.00		

ブロックの効果が低下するように水準内でデータ移動

薬剤の効果は変えない

1 因子実験

要因	平方和	自由度	平均平方	F 比	p 値
水準間	3.100	3	1.033	7.584	0.0022
残差	2.180	16	0.136	1.000	
全体	5.280	19			

変化なし

F 比は低下
p 値は増加
検出力低下

1 因子実験 (乱塊法)

要因	平方和	自由度	平均平方	F 比	p 値
薬剤	3.100	3	1.033	6.425	0.0077
ブロック	0.250	4	0.062	0.389	0.8128
残差	1.930	12	0.161	1.000	
全体	5.280	19			

有意ではない

増大

ブロックを考慮すると検出力が低下
これまでの説明とは逆の結果

乱塊法のブロック効果

ブロック効果が高い場合 (F 比 >1 、改変前)

残差の平方和、自由度、平均平方の変化

$$2.180 - 1.220 = 0.960$$

$$16 - 4 = 12$$

$$0.960/12 = 0.080 < 0.136$$

ブロック効果が低い場合 (F 比 <1 、改変後)

残差の平方和、自由度、平均平方の変化

$$2.180 - 0.250 = 1.930$$

$$16 - 4 = 12$$

$$1.930/12 = 0.161 > 0.136$$

表示 3.1.4 1 因子実験 (表示 1.1.7)

要因	平方和	自由度	平均平方	F 比	p 値
水準間	3.100	3	1.033	7.584	0.0022
残差	2.180	16	0.136	1.000	
全体	5.280	19			

同一

1 因子実験

要因	平方和	自由度	平均平方	F 比	p 値
水準間	3.100	3	1.033	7.584	0.0022
残差	2.180	16	0.136	1.000	
全体	5.280	19			

1 因子実験 (乱塊法)

要因	平方和	自由度	平均平方	F 比	p 値
薬剤	3.100	3	1.033	12.917	0.0005
ブロック	1.220	4	0.305	3.812	0.0318
残差	0.960	12	0.080	1.000	
全体	5.280	19			

F 比 >1

1 因子実験 (乱塊法)

要因	平方和	自由度	平均平方	F 比	p 値
薬剤	3.100	3	1.033	6.425	0.0077
ブロック	0.250	4	0.062	0.389	0.8128
残差	1.930	12	0.161	1.000	
全体	5.280	19			

F 比 <1

乱塊法のブロック効果

ブロック効果が高い場合 (F 比 >1 、改変前)

残差の平方和、自由度、平均平方の変化

$$2.180 - 1.220 = 0.960$$

$$16 - 4 = 12$$

$$0.960/12 = 0.080 < 0.136$$

ブロック効果が低い場合 (F 比 <1 、改変後)

残差の平方和、自由度、平均平方の変化

$$2.180 - 0.250 = 1.930$$

$$16 - 4 = 12$$

$$1.930/12 = 0.161 > 0.136$$

表示 3.1.4 1 因子実験 (表示 1.1.7)

要因	平方和	自由度	平均平方	F 比	p 値
水準間	3.100	3	1.033	7.584	0.0022
残差	2.180	16	0.136	1.000	
全体	5.280	19			

同一

1 因子実験 (乱塊法)

要因	平方和	自由度	平均平方	F 比	p 値
薬剤	3.100	3	1.033	12.917	0.0005
ブロック	1.220	4	0.305	3.812	0.0318
残差	0.960	12	0.080	1.000	
全体	5.280	19			

F 比 >1

$$0.080 < 0.136$$

1 因子実験

要因	平方和	自由度	平均平方	F 比	p 値
水準間	3.100	3	1.033	7.584	0.0022
残差	2.180	16	0.136	1.000	
全体	5.280	19			

1 因子実験 (乱塊法)

要因	平方和	自由度	平均平方	F 比	p 値
薬剤	3.100	3	1.033	6.425	0.0077
ブロック	0.250	4	0.062	0.389	0.8128
残差	1.930	12	0.161	1.000	
全体	5.280	19			

F 比 <1

$$0.161 > 0.136$$

乱塊法のブロック効果

ブロック効果が高い場合 (F 比 >1 、改変前)

ブロック効果が低い場合 (F 比 <1 、改変後)

残差の平方和、自由度、平均平方

$$2.180 - 1.220 = 0.960$$

$$16 - 4 = 12$$

$$0.960 / 12 = 0.080 < 0.136$$

(1) 残差平均平方を小さくする効果

(2) 残差平均平方を大きくする効果

残差の平方和、自由度、平均平方の変化

$$2.180 - 0.250 = 1.930$$

$$16 - 4 = 12$$

$$1.930 / 12 = 0.161 > 0.136$$

表示 3.1.4 1 因子実験 (表示 1.1.7)

要因	平方和	自由度	平均平方	F 比	p 値
水準間	3.100	3	1.033	7.584	0.0022
残差	2.180	16	0.136	1.000	
全体	5.280	19			

同一

1 因子実験

要因	平方和	自由度	平均平方	F 比	p 値
水準間	3.100	3	1.033	7.584	0.0022
残差	2.180	16	0.136	1.000	
全体	5.280	19			

1 因子実験 (乱塊法)

要因	平方和	自由度	平均平方	F 比	p 値
薬剤	3.100	3	1.033	12.917	0.0005
ブロック	1.220	4	0.305	3.812	0.0318
残差	0.960	12	0.080	1.000	
全体	5.280	19			

F 比 >1

$$0.080 < 0.136$$

1 因子実験 (乱塊法)

要因	平方和	自由度	平均平方	F 比	p 値
薬剤	3.100	3	1.033	6.425	0.0077
ブロック	0.250	4	0.062	0.389	0.8128
残差	1.930	12	0.161	1.000	
全体	5.280	19			

F 比 <1

$$0.161 > 0.136$$

乱塊法のブロック効果

ブロック効果が高い場合 (F 比 >1 、改変前)

残差の平方和、自由度、平均平方の変化

$$2.180 - 1.220 = 0.960$$

$$16 - 4 = 12$$

$$0.960 / 12 = 0.080 < 0.136$$

平方和を差し引く
効果が大

F 比の分母が小

表示 3.1.4 1 因子実験 (表示 1.1.7)

要因	平方和	自由度	平均平方	F 比	p 値
水準間	3.100	3	1.033	7.584	0.0022
残差	2.180	16	0.136	1.000	
全体	5.280	19			

同一

1 因子実験 (乱塊法)

要因	平方和	自由度	平均平方	F 比	p 値
薬剤	3.100	3	1.033	12.917	0.0005
ブロック	1.220	4	0.305	3.812	0.0318
残差	0.960	12	0.080	1.000	
全体	5.280	19			

検出力
上昇

F 比 >1

$$0.080 < 0.136$$

ブロック効果が低い場合 (F 比 <1 、改変後)

残差の平方和、自由度、平均平方の変化

$$2.180 - 0.250 = 1.930$$

$$16 - 4 = 12$$

$$1.930 / 12 = 0.161 > 0.136$$

平方和を差し引く
効果が大

F 比の分母が大

1 因子実験

要因	平方和	自由度	平均平方	F 比	p 値
水準間	3.100	3	1.033	7.584	0.0022
残差	2.180	16	0.136	1.000	
全体	5.280	19			

検出力
低下

1 因子実験 (乱塊法)

要因	平方和	自由度	平均平方	F 比	p 値
薬剤	3.100	3	1.033	6.425	0.0077
ブロック	0.250	4	0.062	0.389	0.8128
残差	1.930	12	0.161	1.000	
全体	5.280	19			

F 比 <1

$$0.161 > 0.136$$

乱塊法のブロック効果

ブロック効果が高い場合 (F 比 >1 、改変前)

残差の自由度の減少で p 値は大きくなる

$$= F.DIST.RT(12.917, 3, 16) = 0.0002$$

$$= F.DIST.RT(12.917, 3, 12) = 0.0005$$

$$= F.DIST.RT(12.917, 3, 10) = 0.0009$$

ブロック効果が低い場合 (F 比 <1 、改変後)

残差の自由度の減少で p 値は大きくなる

$$= F.DIST.RT(6.425, 3, 16) = 0.0046$$

$$= F.DIST.RT(6.425, 3, 12) = 0.0077$$

$$= F.DIST.RT(6.425, 3, 10) = 0.0077$$

F 比, 水準の自由度, 残差の自由度

表示 3.1.4 **1 因子実験** (表示 1.1.7)

要因	平方和	自由度	平均平方	F 比	p 値
水準間	3.100	3	1.033	7.584	0.0022
残差	2.180	16	0.136	1.000	
全体	5.280	19			

1 因子実験

要因	平方和	自由度	平均平方	F 比	p 値
水準間	3.100	3	1.033	7.584	0.0022
残差	2.180	16	0.136	1.000	
全体	5.280	19			

1 因子実験 (乱塊法)

要因	平方和	自由度	平均平方	F 比	p 値
薬剤	3.100	3	1.033	12.917	0.0005
ブロック	1.220	4	0.305	3.812	0.0318
残差	0.960	12	0.080	1.000	
全体	5.280	19			

自由度の減少

1 因子実験 (乱塊法)

要因	平方和	自由度	平均平方	F 比	p 値
薬剤	3.100	3	1.033	6.425	0.0077
ブロック	0.250	4	0.062	0.389	0.8128
残差	1.930	12	0.161	1.000	
全体	5.280	19			

乱塊法のブロック効果

ブロック効果が高い場合 (F 比 > 1 、改変前)

残差の平方和、自由度、平均平方の変化

$$2.180 - 1.220 = 0.960$$

$$16 - 4 = 12$$

$$0.960 / 12 = 0.080 < 0.136$$

平方和を差し引く効果

自由度を差し引く効果

F 比の分母が減少

ブロック効果が低い場合 (F 比 < 1 、改変後)

残差の平方和、自由度、平均平方の変化

$$2.180 - 0.250 = 1.930$$

$$16 - 4 = 12$$

$$1.930 / 12 = 0.161 > 0.136$$

F 比の分母が増加

乱塊法では、

(1) 残差の平方和から系統誤差の平方和が差し引かれる

→ 制御因子の F 比の分母を小さくする：制御因子の効果の検出力を高める

(2) 残差の自由度から系統誤差の自由度が差し引かれる

→ 制御因子の F 比の分母を大きくする、 F 比から計算する p 値を大きくする：検出力低下

(1) の差し引かれる平方和が十分大きければ、(2) の自由度の減少の影響は小さい

乱塊法を採用する場合、系統誤差になりうる要因を明確にして、

ブロック間の差が大きくなるように ($F > 1$)、適切にブロックを設定することが重要

乱塊法のブロック効果

●対応のある t 検定

第 1 部 §3.5 「対応のある場合の平均値の差の t 検定」

4 番目の「投与前」「投与後」から 0.2 を減じる（個体差が増大）

表示 3.5.3 (第 1 部)

(対応を考慮しない通常の t 検定)

	s.e.	t 値	p 値	信頼区間	
元のデータ	0.062	2.446	0.028	0.02	0.28
修正データ	0.077	1.975	0.068	-0.01	0.32

(対応のある t 検定)

	s.e.	t 値	p 値	信頼区間	
元のデータ	0.051	0.021	0.021	0.03	0.27
修正データ	0.051	0.021	0.021	0.03	0.27

表示3.5.1
元データ
(第 1 部)

$$\bar{y} = 3.05$$

個体 番号	投与前	投与後	差
1	3.31	3.39	0.08
2	2.87	3.29	0.42
3	3.09	3.20	0.11
4	2.93	3.21	0.28
5	3.18	3.17	-0.01
6	3.02	3.09	0.07
7	2.95	3.17	0.22
8	3.05	3.09	0.04

8 匹の動物

修正データ

個体 番号	投与前	投与後	差
1	3.31	3.39	0.08
2	2.87	3.29	0.42
3	3.09	3.20	0.11
4	2.73	3.01	0.28
5	3.18	3.17	-0.01
6	3.02	3.09	0.07
7	2.95	3.17	0.22
8	3.05	3.09	0.04

個体番号 4
全て -0.2

差は変化せず

乱塊法のブロック効果

●対応のある t 検定

第 1 部 §3.5 「対応のある場合の平均値の差の t 検定」

4 番目の「投与前」「投与後」から 0.2 を減じる（個体差が増大）

対応を考慮しない t 検定では s.e. が増大して検出力が低下

「差」は変化せず，対応のある t 検定の結果には影響を与えない

対応のある t 検定で、個体差は誤差に含まれない ← 利点

$\bar{x} = 3.05$

表示3.5.1
元データ
(第 1 部)

個体番号	投与前	投与後	差
1	3.31	3.39	0.08
2	2.87	3.29	0.42
3	3.09	3.20	0.11
4	2.93	3.21	0.28
5	3.18	3.17	-0.01
6	3.02	3.09	0.07
7	2.95	3.17	0.22
8	3.05	3.09	0.04

8匹の動物

表示 3.5.3 (第 1 部)

(対応を考慮しない通常の t 検定)

	s.e.	t 値	p 値	信頼区間
元のデータ	0.062	2.446	0.028	0.02 0.28
修正データ	0.077	1.975	0.068	-0.01 0.32

有意差あり

有意差なし

(対応のある t 検定)

標準誤差が増大

	s.e.	t 値	p 値	信頼区間
元のデータ	0.051	0.021	0.021	0.03 0.27
修正データ	0.051	0.021	0.021	0.03 0.27

変化なし

修正データ

個体番号	投与前	投与後	差
1	3.31	3.39	0.08
2	2.87	3.29	0.42
3	3.09	3.20	0.11
4	2.73	3.01	0.28
5	3.18	3.17	-0.01
6	3.02	3.09	0.07
7	2.95	3.17	0.22
8	3.05	3.09	0.04

個体番号 4
全て -0.2

差は変化せず

乱塊法のブロック効果

●ブロック効果：対応のある t 検定と同様の性質

ブロック B5 が何らかの影響を受け、そのブロックの観測値が $d=+1$ だけ変化しても、薬剤（水準間）の F 比は影響を受けない（乱塊法の重要な性質）

ブロックB5
全て +1

変化前

薬剤\ブロック	B1	B2	B3	B4	B5
A1	10.8	9.9	9.7	10.4	10.7
A2	10.7	10.6	11.0	10.8	10.9
A3	11.4	10.7	10.9	11.3	11.7
A4	11.9	11.2	11.0	11.1	11.3
平均	11.2	10.6	10.7	10.9	11.2

変化後

薬剤\ブロック	B1	B2	B3	B4	B5
A1	10.8	9.9	9.7	10.4	11.7
A2	10.7	10.6	11.0	10.8	11.9
A3	11.4	10.7	10.9	11.3	12.7
A4	11.9	11.2	11.0	11.1	12.3
平均	11.2	10.6	10.7	10.9	12.2

1 因子実験

要因	平方和	自由度	平均平方	F 比	p 値
水準間	3.100	3	1.033	7.584	0.0022
残差	2.180	16	0.136	1.000	
全体	5.280	19			

有意差あり

低下

増大

1 因子実験
(乱塊法)

要因	平方和	自由度	平均平方	F 比	p 値
薬剤	3.100	3	1.033	12.917	0.0005
ブロック	1.220	4	0.305	3.812	0.0318
残差	0.960	12	0.080	1.000	
全体	5.280	19			

要因	平方和	自由度	平均平方	F 比	p 値
水準間	3.100	3	1.033	2.240	0.1230
残差	7.380	16	0.461	1.000	
全体	10.480	19			

有意差なし

要因	平方和	自由度	平均平方	F 比	p 値
薬剤	3.100	3	1.033	12.917	0.0005
ブロック	6.420	4	1.605	20.063	0.0000
残差	0.960	12	0.080	1.000	
全体	10.480	19			

乱塊法のブロック効果

●ブロック効果：対応のある t 検定と同様の性質

ブロック B5 が何らかの影響を受け、そのブロックの観測値が $d=+1$ だけ変化しても薬剤（水準間）の F 比は影響を受けない（乱塊法の重要な性質）

ブロックB5
全て +1

変化前

薬剤\ブロック	B1	B2	B3	B4	B5
A1	10.8	9.9	9.7	10.4	10.7
A2	10.7	10.6	11.0	10.8	10.9
A3	11.4	10.7	10.9	11.3	11.7
A4	11.9	11.2	11.0	11.1	11.3
平均	11.2	10.6	10.7	10.9	11.2

変化後

薬剤\ブロック	B1	B2	B3	B4	B5
A1	10.8	9.9	9.7	10.4	11.7
A2	10.7	10.6	11.0	10.8	11.9
A3	11.4	10.7	10.9	11.3	12.7
A4	11.9	11.2	11.0	11.1	12.3
平均	11.2	10.6	10.7	10.9	12.2

1 因子実験

要因	平方和	自由度	平均平方	F 比	p 値
水準間	3.100	3	1.033	7.584	0.0022
残差	2.180	16	0.136	1.000	
全体	5.280	19			

有意差あり

低下

増大

1 因子実験
(乱塊法)

要因	平方和	自由度	平均平方	F 比	p 値
薬剤	3.100	3	1.033	12.917	0.0005
ブロック	1.220	4	0.305	3.812	0.0318
残差	0.960	12	0.080	1.000	
全体	5.280	19			

不変

増加

不変

要因	平方和	自由度	平均平方	F 比	p 値
水準間	3.100	3	1.033	2.240	0.1230
残差	7.380	16	0.461	1.000	
全体	10.480	19			

有意差なし

乱塊法のブロック効果

●ブロック効果

観測値

変化前

	B1	B2	B3	B4	B5
y_{ij} A1	10.8	9.9	9.7	10.4	10.7
A2	10.7	10.6	11.0	10.8	10.9
A3	11.4	10.7	10.9	11.3	11.7
A4	11.9	11.2	11.0	11.1	11.3

変化後

	B1	B2	B3	B4	B5
y_{ij} A1	10.8	9.9	9.7	10.4	11.7
A2	10.7	10.6	11.0	10.8	11.9
A3	11.4	10.7	10.9	11.3	12.7
A4	11.9	11.2	11.0	11.1	12.3

ブロックB5
全て $d = +1$

総平均

$y_{..}$	A1	A2	A3	A4
A1	10.9	10.9	10.9	10.9
A2	10.9	10.9	10.9	10.9
A3	10.9	10.9	10.9	10.9
A4	10.9	10.9	10.9	10.9

$y_{..}$	A1	A2	A3	A4
A1	11.1	11.1	11.1	11.1
A2	11.1	11.1	11.1	11.1
A3	11.1	11.1	11.1	11.1
A4	11.1	11.1	11.1	11.1

変動
 $1/5 = 0.2$

薬剤効果

3.100

a_i	A1	A2	A3	A4
A1	-0.6	-0.6	-0.6	-0.6
A2	-0.1	-0.1	-0.1	-0.1
A3	0.3	0.3	0.3	0.3
A4	0.4	0.4	0.4	0.4

3.100

a_i	A1	A2	A3	A4
A1	-0.6	-0.6	-0.6	-0.6
A2	-0.1	-0.1	-0.1	-0.1
A3	0.3	0.3	0.3	0.3
A4	0.4	0.4	0.4	0.4

不変

ブロック効果

1.220

c_j	A1	A2	A3	A4
A1	0.30	-0.30	-0.25	0.00
A2	0.30	-0.30	-0.25	0.00
A3	0.30	-0.30	-0.25	0.00
A4	0.30	-0.30	-0.25	0.00

6.420

c_j	A1	A2	A3	A4
A1	0.10	-0.50	-0.45	-0.20
A2	0.10	-0.50	-0.45	-0.20
A3	0.10	-0.50	-0.45	-0.20
A4	0.10	-0.50	-0.45	-0.20

変動

ブロックB5の
変化を吸収

残差

0.960

e_{ij}	A1	A2	A3	A4
A1	0.20	-0.10	-0.35	0.10
A2	-0.40	0.10	0.45	0.00
A3	-0.10	-0.20	-0.05	0.10
A4	0.30	0.20	-0.05	-0.20

0.960

e_{ij}	A1	A2	A3	A4
A1	0.20	-0.10	-0.35	0.10
A2	-0.40	0.10	0.45	0.00
A3	-0.10	-0.20	-0.05	0.10
A4	0.30	0.20	-0.05	-0.20

不変

S_A

S_B

S_e

乱塊法のブロック効果

●ブロック効果（対応のある t 検定との共通性）

薬剤の効果とブロックの効果（変化前と変化後の変化量）

B5 の観測値が $d=+1$ だけ変化（ブロック数 b ）、
 薬剤平均と総平均の変化量は共に 0.2（ $d/b = 1/5$ ）→ 薬剤の効果の変化はない

ブロックB5
 全て $d=+1$

$\bar{y}_{i.}$

$d/b = 1/5 = 0.2$

変化前	ブロック	B1	B2	B3	B4	B5	平均 (f)	変化後	ブロック	B1	B2	B3	B4	B5	平均 (g)	変化量 (g-f)
薬剤								薬剤								
A1		10.8	9.9	9.7	10.4	10.7	10.3	A1	10.8	9.9	9.7	10.4	11.7	10.5	0.2	
A2		10.7	10.6	11.0	10.8	10.9	10.8	A2	10.7	10.6	11.0	10.8	11.9	11.0	0.2	
A3		11.4	10.7	10.9	11.3	11.7	11.2	A3	11.4	10.7	10.9	11.3	12.7	11.4	0.2	
A4		11.9	11.2	11.0	11.1	11.3	11.3	A4	11.9	11.2	11.0	11.1	12.3	11.5	0.2	
平均(h)		11.2	10.6	10.7	10.9	11.2	10.9	平均(i)	11.2	10.6	10.7	10.9	12.2	11.1	0.2	
								変化量(i-h)	0.0	0.0	0.0	0.0	1.0		0.2	

(3.1.3) から

変化後、薬剤の効果は不変

変化後、ブロックの効果は増加

$$a_i = \bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..}$$

$$c_j = \bar{y}_{.j} - \bar{y}_{..} \quad (3.1.3) \text{ から}$$

+0.2

+0.2

変化

+0.2

変化

$\bar{y}_{..}$

+0.2

- ブロック効果 (対応のある t 検定との共通性)
残差 (変更前と変更後の変化)

$$e_{ij} = y_{ij} - (\bar{y}_{..} + \alpha_i + c_j) = y_{ij} - (\bar{y}_{..} + \alpha_i + (\bar{y}_{.j} - \bar{y}_{..})) = y_{ij} - \alpha_i - \bar{y}_{.j} \quad (3.1.3) \text{ から}$$

観測値

薬剤の
効果

ブロックの
平均

ブロック B1~B4 の場合

$$e_{ij} = y_{ij} - \alpha_i - \bar{y}_{.j}$$

不変

不変

不変

ブロック B5 の場合

$$e_{5j} = y_{5j} - \alpha_5 + \bar{y}_{.j}$$

+d

不変

+d

ブロック B5 が何らかの影響を受け、このブロックの全ての観測値が d だけ変化した場合、
薬剤の効果と残差は影響を受けない、それらの平方和も影響を受けない
したがって、水準間の F 比も影響を受けない → 乱塊法の重要な性質

(前提：制御因子とブロック因子に交互作用なし、ブロック内では全ての観測値が d の変化)



(4) 平均値の差の検定

1 因子実験（乱塊法）の
薬剤の対ごとの差の比較

● 2つの平均値の差 (d) の標準誤差

ブロックを考慮しない1因子実験 (§1.1 p.17、第1部 §3.2 p.137 参照)

$$s.e. [d] = \sqrt{V[d]} = \sqrt{\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right) V_e} = \sqrt{\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{5}\right) \times 0.136} = 0.233$$

σ^2 の推定値 V_e
その自由度

ブロックを考慮した1因子実験 (乱塊法)

$$s.e. [d] = \sqrt{V[d]} = \sqrt{\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right) V_e} = \sqrt{\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{5}\right) \times 0.080} = 0.179$$

ブロックの導入効果で、
標準誤差は約 3/4 に縮小した (有意差がより出やすい)

表示 3.1.4 1因子実験

要因	平方和	自由度	平均平方	F 比	p 値
水準間	3.100	3	1.033	7.584	0.0022
残差	2.180	16	0.136	1.000	
全体	5.280	19	0.278		

1因子実験 (乱塊法)

要因	平方和	自由度	平均平方	F 比	p 値
薬剤	3.100	3	1.033	12.917	0.0005
ブロック	1.220	4	0.305	3.812	0.0318
残差	0.960	12	0.080	1.000	
全体	5.280	19			

●薬剤の対ごとの平均値の t 検定

薬剤 A1 と A2 の場合（他の組合せも同様）

$$d = 10.30 - 10.80 = -0.50$$

$$t = \frac{(\bar{x}_{2\cdot} - \bar{x}_{1\cdot}) - 0}{s.e.[d]} = \frac{-0.50}{0.179} = -2.795$$

$$p = T.DIST.2T(ABS(-2.795), 12) = 0.016$$

注) この検定は多重性が考慮されていない (→JMP)

t 値の 2 乗の平均値は 12.917、 F 値に一致

F 検定は、すべての組合せについて t 検定を行い、

それを全体としてみたとき、水準間に有意差が

あるかどうかを見ている (§1.1 p.19 p.29)

表示 3.1.4 分散分析表 1 因子実験 (乱塊法)

要因	平方和	自由度	平均平方	F 比	p 値
薬剤	3.100	3	1.033	12.917	0.0005
ブロック	1.220	4	0.305	3.812	0.0318
残差	0.960	12	0.080	1.000	
全体	5.280	19			

残差の自由度

残差の自由度

表示 3.1.5 平均値の差の検定

差の標準誤差 0.179

	差	t 値	p 値
A1 A2	-0.50	-2.795	0.016
A1 A3	-0.90	-5.031	0.000
A1 A4	-1.00	-5.590	0.000
A2 A3	-0.40	-2.236	0.045
A2 A4	-0.50	-2.795	0.016
A3 A4	-0.10	-0.559	0.586

2乗の平均 12.917

分散分析表の F 比に一致



平均値の差の検定

●ブロック因子との関係

ブロック因子には水準設定の再現性がない（ブロック因子は変量因子）

ブロック因子の水準の比較には意味がない

ブロック因子が関わっているため、制御因子の母平均の推定精度には問題があることが多い
制御因子の水準間の比較（平均値の差の検定）には問題はない

この比較には
意味がない

	差	t 値	p 値
B1 B2			
B1 B3			
B1 B4			
B2 B3			
B2 B4			
B3 B4			



(5) JMP による解析

JMP [二変量の関係] と [モデルのあてはめ]

1 因子実験・・・ブロックを考慮しない

1 因子実験 (乱塊法)

- JMPファイルの読み込みと表示

JMPファイル「3-乱塊法.jmp」を読み込み

- データ

表示 3.1.1 と同じデータ

質的因子の1因子実験（乱塊法）

母獣をブロックとした乱塊法データ、4水準、5反復
水準の列名は「薬剤」、ブロックの列名は「ブロック」、
観測値の列名は「y」

- 解析

[二変量の関係] で、水準とブロックの効果を別々に解析（別々）

[二変量の関係] で、水準とブロックを一緒に解析（一緒）

[モデルのあてはめ] で、水準とブロックを一緒に解析

		薬剤	ブロック	y
A	1	A1	B1	10.8
B	2	A1	B2	9.9
C	3	A1	B3	9.7
D	4	A1	B4	10.4
E	5	A1	B5	10.7
A	6	A2	B1	10.7
B	7	A2	B2	10.6
C	8	A2	B3	11
D	9	A2	B4	10.8
E	10	A2	B5	10.9
A	11	A3	B1	11.4
B	12	A3	B2	10.7
C	13	A3	B3	10.0

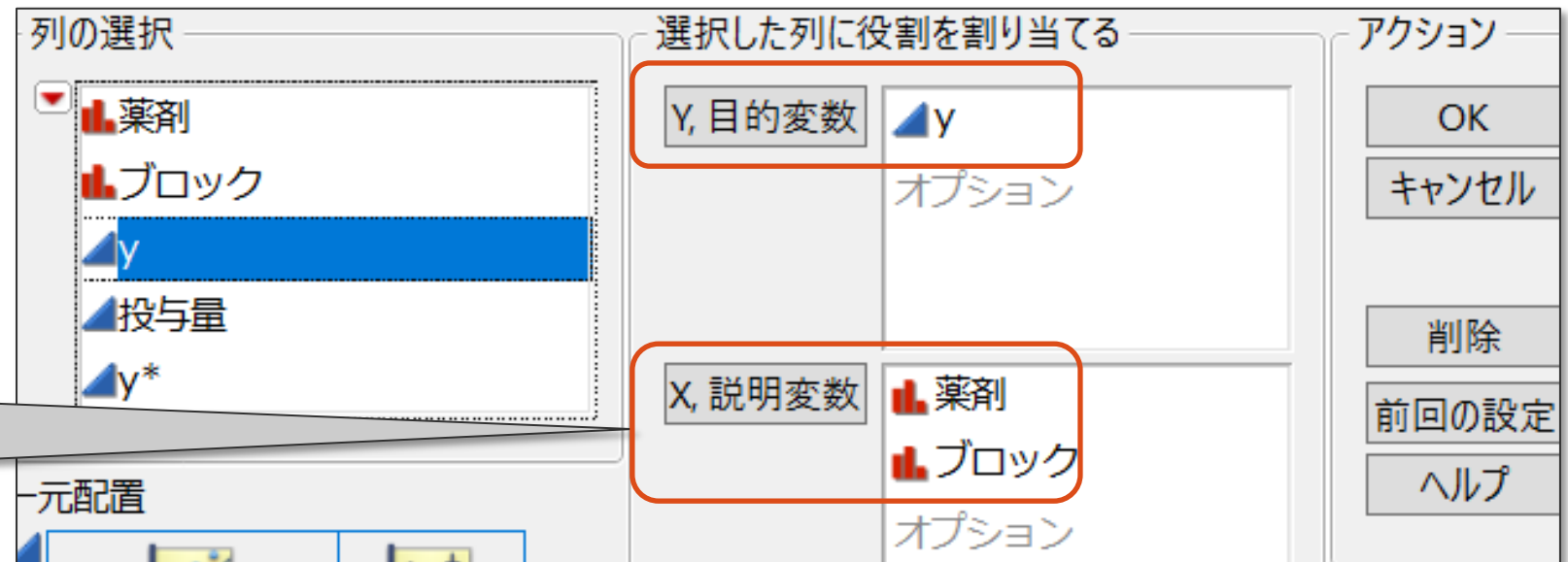
- [二変量の関係]

[分析] > [二変量の関係] > [Y,目的変数] [X,説明変数] の設定
乱塊法の仕組みを知るために行う

[X,説明変数] に「薬剤」「ブロック」の2変量を設定
これにより、同時に2通りの [二変量の関係] の解析を行う

「y」と「薬剤」
「y」と「ブロック」

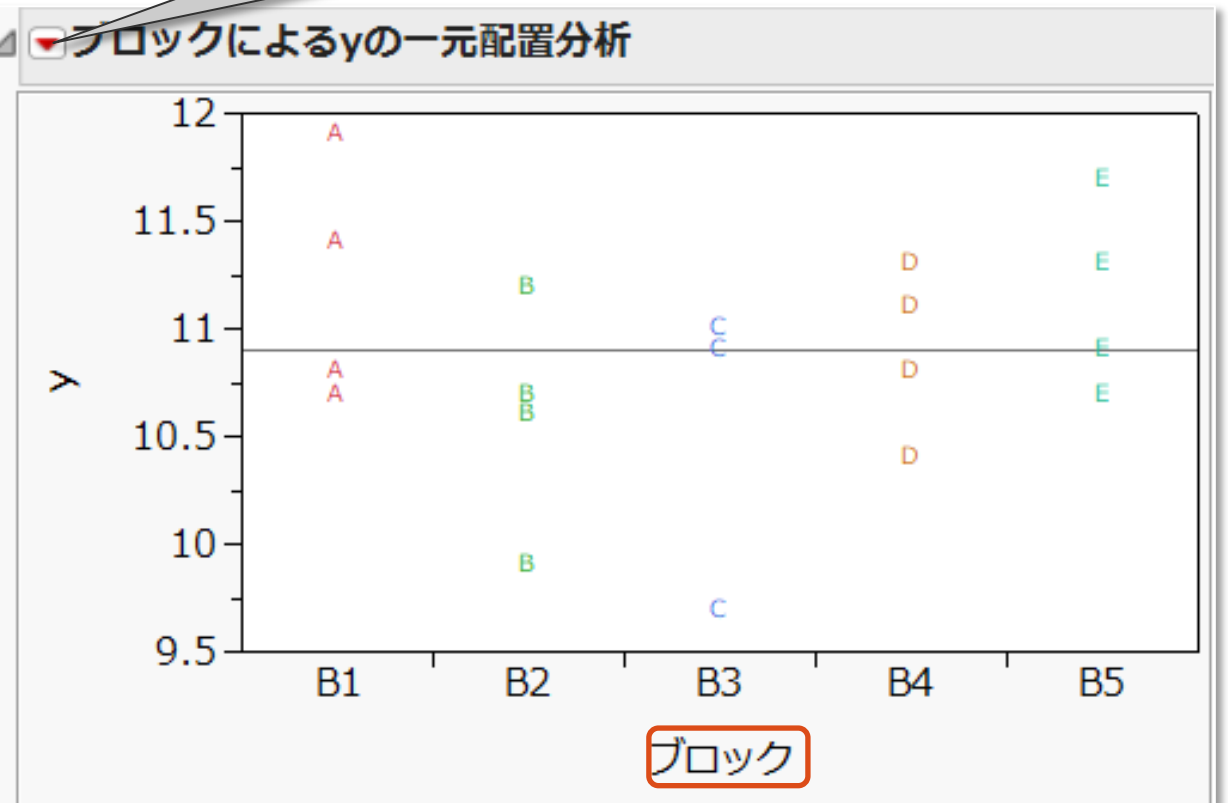
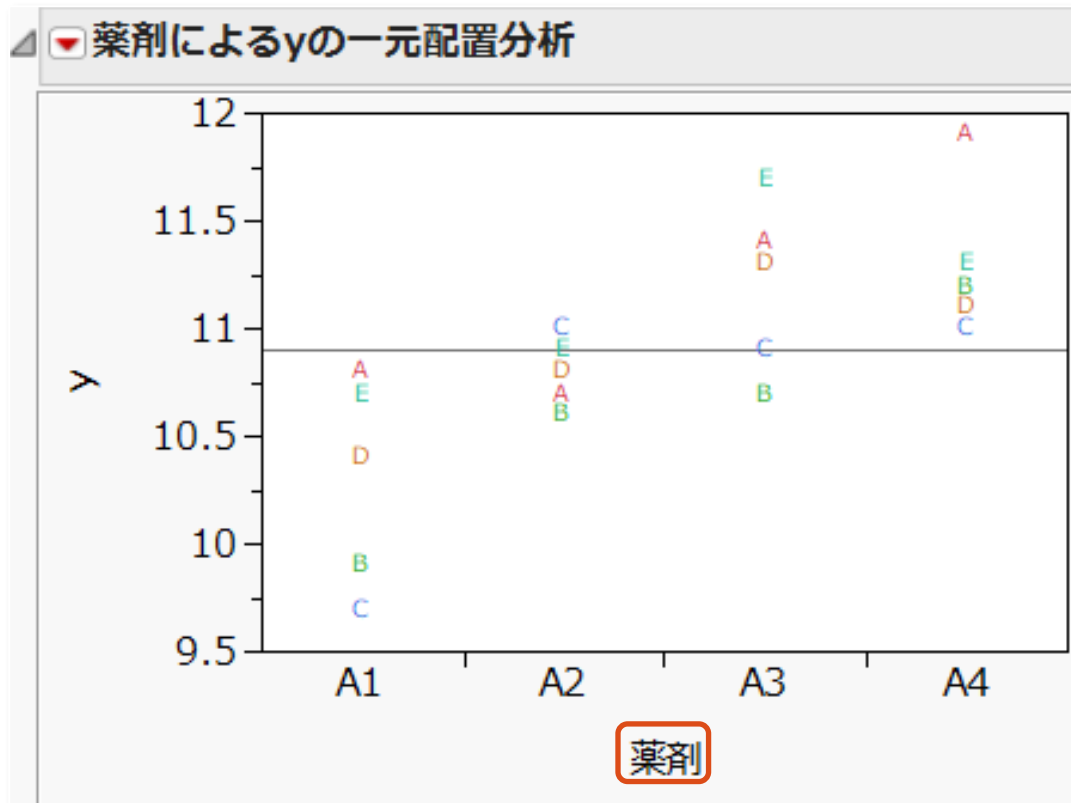
「薬剤」と「ブロック」を設定
「y」と「薬剤」の解析
「y」と「ブロック」の解析
これらの解析を同時に行う



- [平均/ANOVA]

同時に同じオプションを選択するには、
Ctrlキーを押しながら、どれか1つの設定を行う

Ctrl キーを押しながら
▼オプション [平均/ANOVA] を選択



● [分散分析]

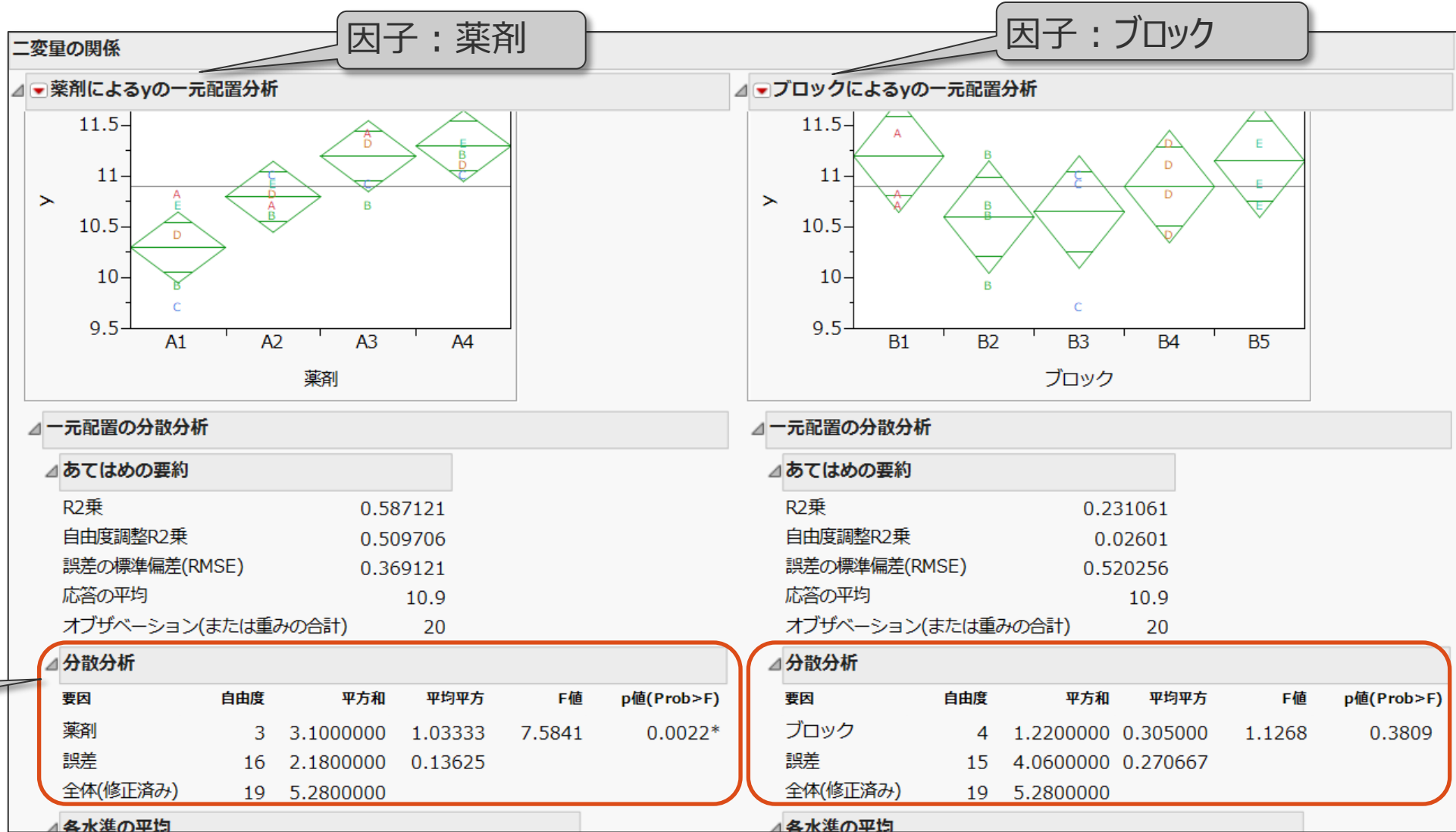
分散分析表 (左)

要因：薬剤
誤差

分散分析表 (右)

要因：ブロック
誤差

分散分析表

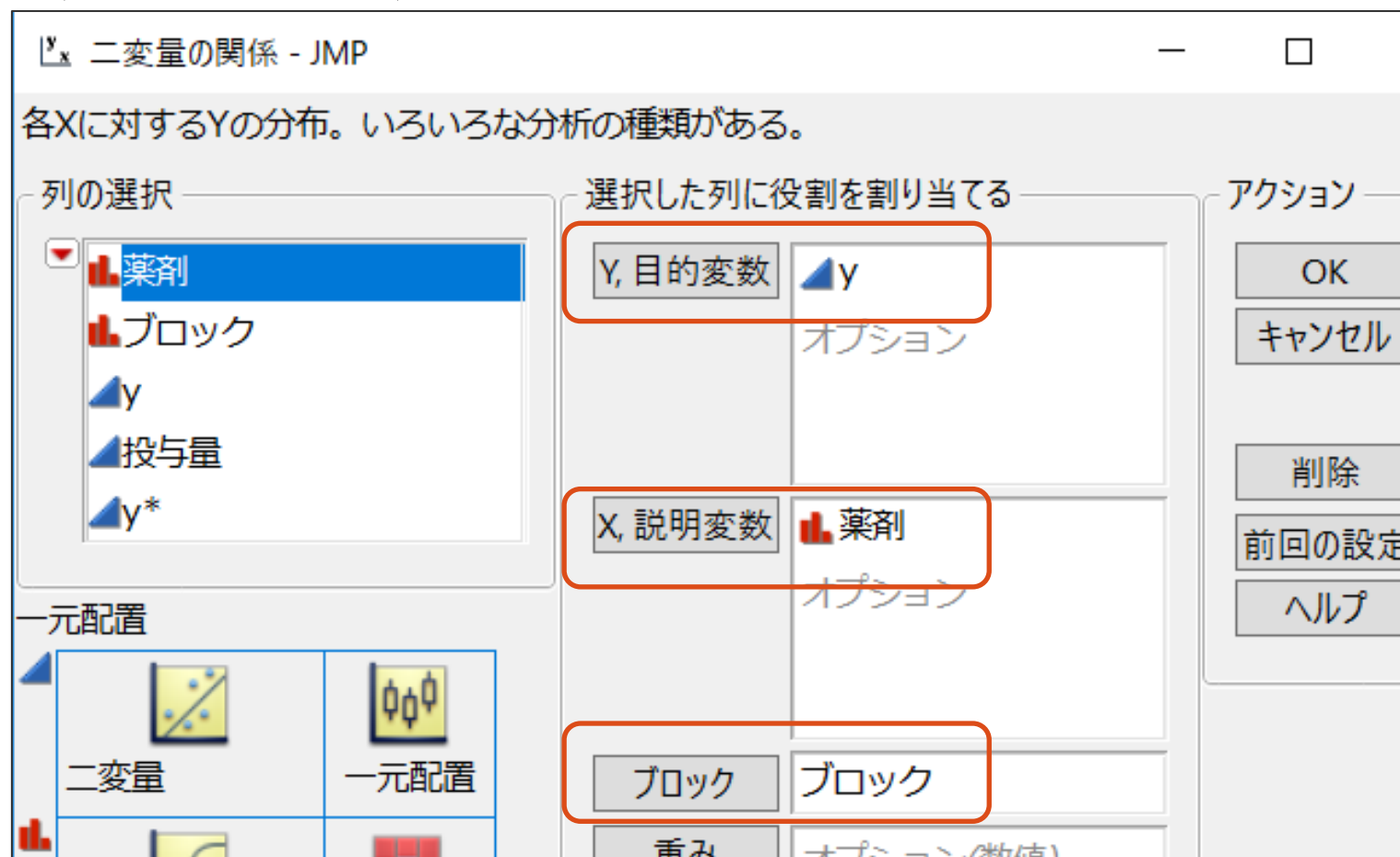


- [二変量の関係] (補足)

[分析] > [二変量の関係] > [Y,目的変数] [X,説明変数] の設定

[X,説明変数] に「薬剤」

[ブロック] に「ブロック」

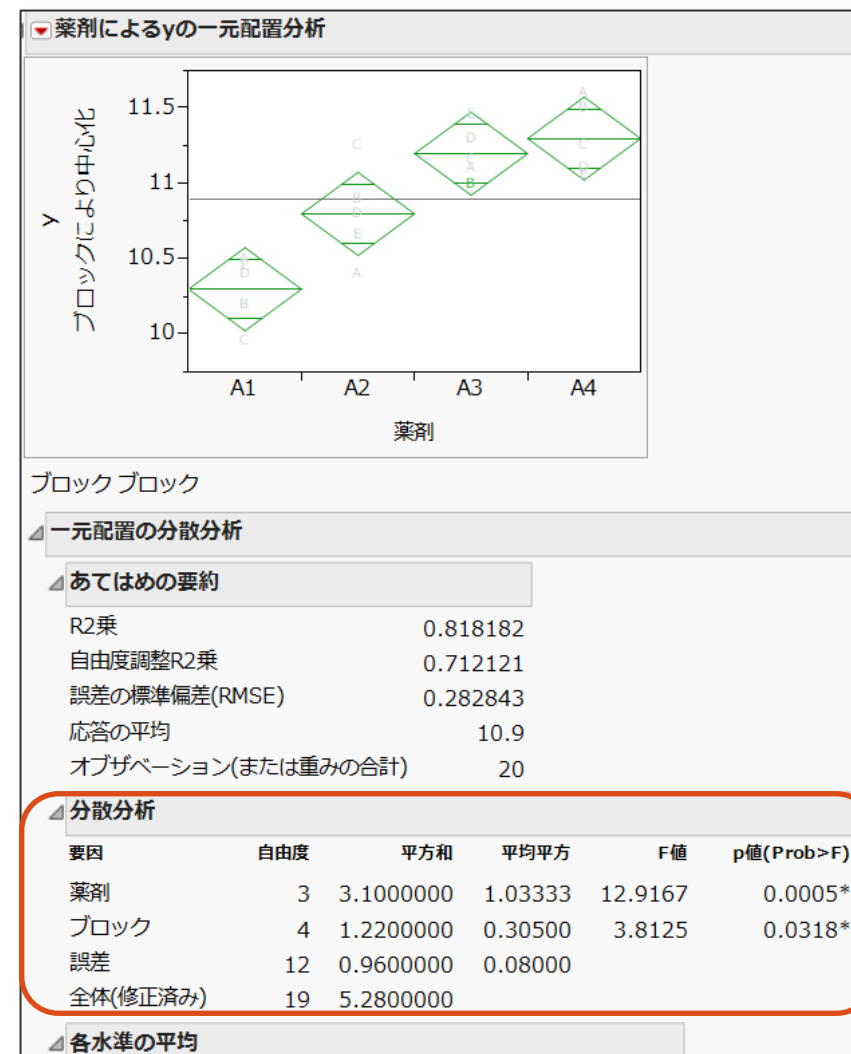


● [分散分析]

[x:説明変数] に「薬剤」
 [ブロック] に「ブロック」を指定して
 [二変量の関係] で解析した結果

分散分析表

要因：薬剤、ブロック、誤差



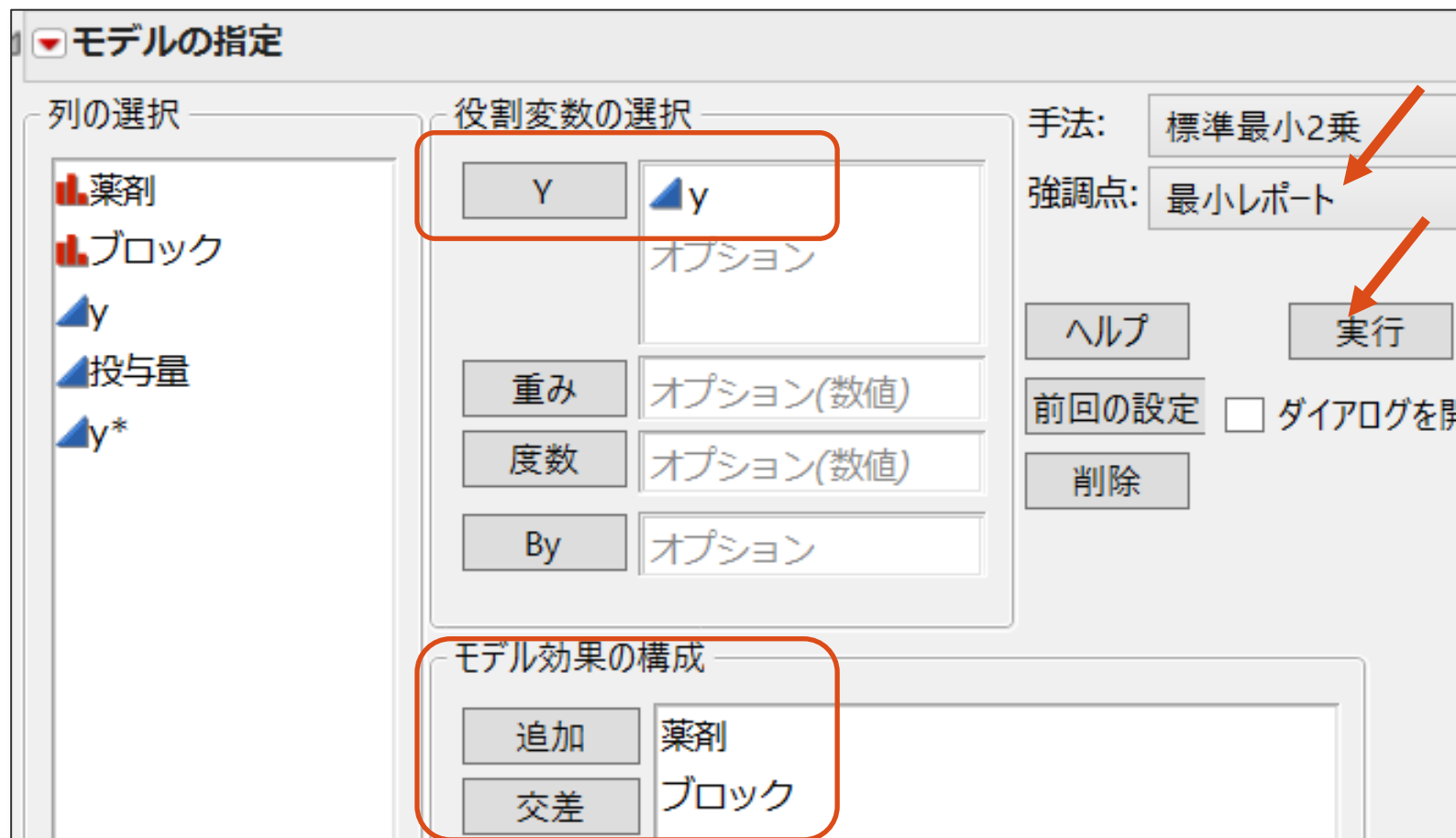
- [モデルのあてはめ]

[分析] > [モデルのあてはめ] > [役割変数の選択] [モデル効果の構成] の設定

[Y] に「y」

[モデル効果の構成] に
「薬剤」「ブロック」を設定

[強調点] : 最小レポート



- [モデルのあてはめ]

分散分析

要因：モデル、誤差

効果の推定

要因：薬剤、ブロック

効果の詳細

分散分析

要因	自由度	平方和	平均平方	F値
モデル	7	4.3200000	0.617143	7.7143
誤差	12	0.9600000	0.080000	p値(Prob>F)
全体(修正済み)	19	5.2800000		0.0012*

効果の推定

要因	パラメータ数	自由度	平方和	F値	p値(Prob>F)
薬剤	3	3	3.1000000	12.9167	0.0005*
ブロック	4	4	1.2200000	3.8125	0.0318*

効果の詳細

水準	最小2乗平均	標準誤差	平均
A1	10.300000	0.12649111	10.3000
A2	10.800000	0.12649111	10.8000
A3	11.200000	0.12649111	11.2000
A4	11.300000	0.12649111	11.3000

● [分散分析]

[二変量の関係]
薬剤

薬剤の平方和 $S_A=3.10$

ブロックの平方和 $S_B=1.22$

分散分析					
要因	自由度	平方和	平均平方	F値	p値(Prob>F)
薬剤	3	3.1000000	1.03333	7.5841	0.0022*
誤差	16	2.1800000	0.13625		
全体(修正済み)	19	5.2800000			

[二変量の関係]
ブロック

分散分析					
要因	自由度	平方和	平均平方	F値	p値(Prob>F)
ブロック	4	1.2200000	0.305000	1.1268	0.3809
誤差	15	4.0600000	0.270667		
全体(修正済み)	19	5.2800000			

[二変量の関係]
薬剤+ブロック

因子を同時に解析した場合と

1つずつ解析した場合とで一致

Excelの結果 (表示 3.1.4) と一致

分散分析					
要因	自由度	平方和	平均平方	F値	p値(Prob>F)
薬剤	3	3.1000000	1.03333	12.9167	0.0005*
ブロック	4	1.2200000	0.30500	3.8125	0.0318*
誤差	12	0.9600000	0.08000		
全体(修正済み)	19	5.2800000			

● [分散分析] [モデルのあてはめ]

モデルの平方和 $S_M=4.32$

モデル = 薬剤 + ブロック

$$S_M = S_A + S_B$$

$$4.32 = 3.10 + 1.22$$

[二変量の関係]

[モデルのあてはめ] と
[二変量の関係] の結果は一致

分散分析				
要因	自由度	平方和	平均平方	F値
モデル	7	4.320000	0.617143	7.7143
誤差	12	0.960000	0.080000	p値(Prob>F)
全体(修正済み)	19	5.280000		0.0012*

効果の検定					
要因	パラメータ数	自由度	平方和	F値	p値(Prob>F)
薬剤	3	3	3.100000	12.9167	0.0005*
ブロック	4	4	1.220000	3.8125	0.0318*

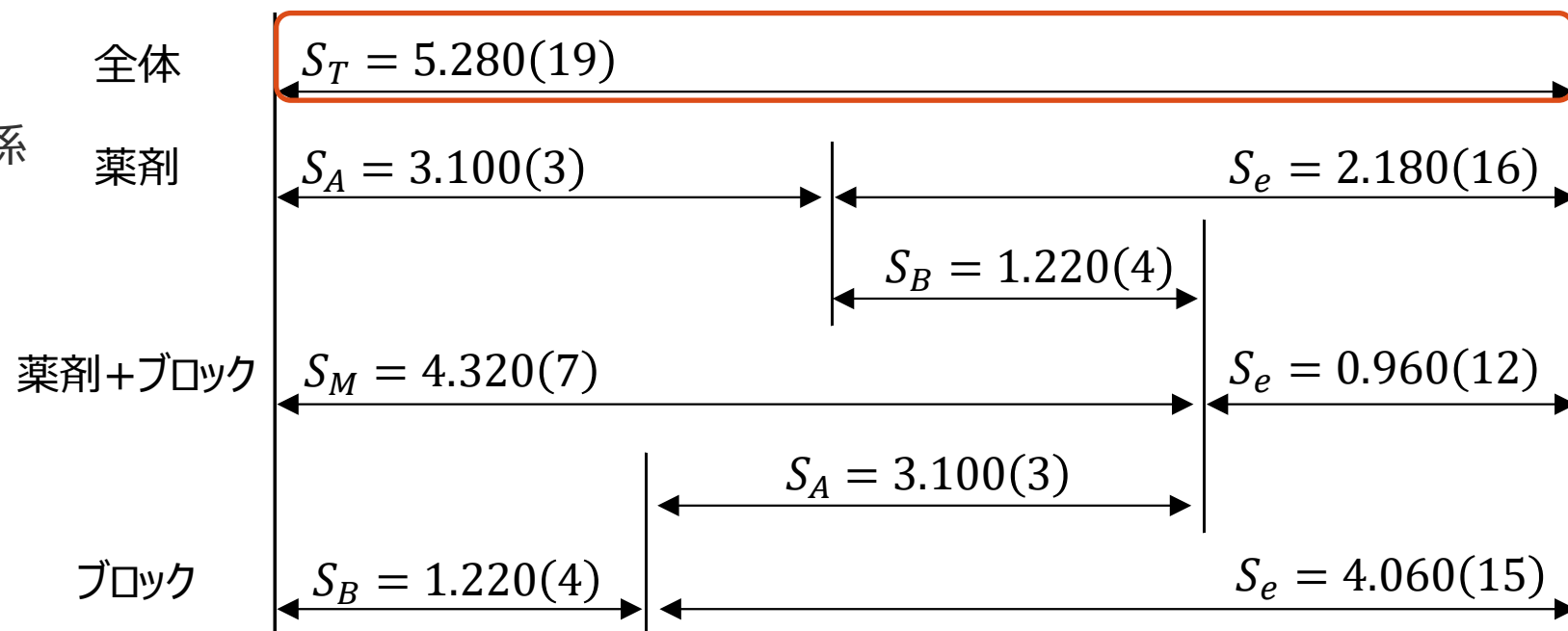
分散分析					
要因	自由度	平方和	平均平方	F値	p値(Prob>F)
薬剤	3	3.100000	1.03333	12.9167	0.0005*
ブロック	4	1.220000	0.30500	3.8125	0.0318*
誤差	12	0.960000	0.08000		
全体(修正済み)	19	5.280000			

●平方和の関係

[二変量の関係]

分散分析					
要因	自由度	平方和	平均平方	F値	p値(Prob>F)
薬剤	3	3.1000000	1.03333	7.5841	0.0022*
誤差	16	2.1800000	0.13625		
全体(修正済み)	19	5.2800000			

表示 3.1.8
平方和の関係

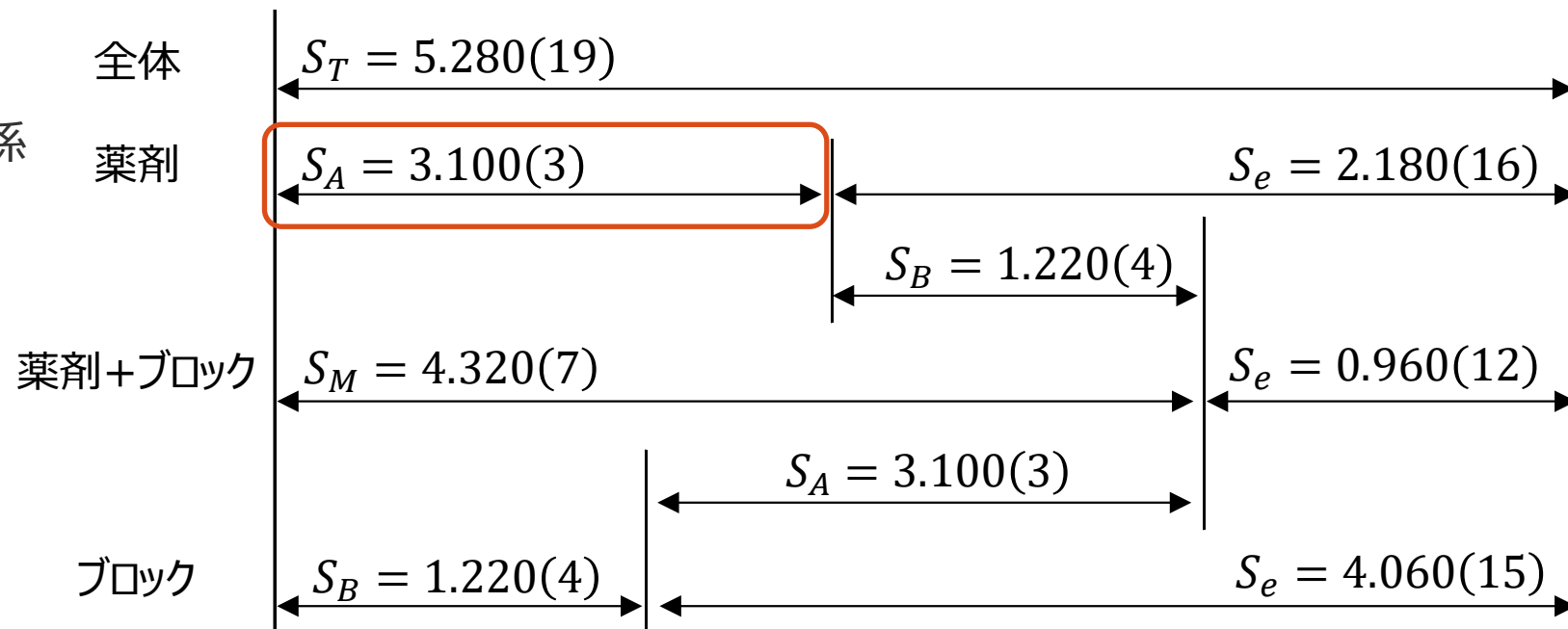


●平方和の関係

[二変量の関係]

分散分析					
要因	自由度	平方和	平均平方	F値	p値(Prob>F)
薬剤	3	3.1000000	1.03333	7.5841	0.0022*
誤差	16	2.1800000	0.13625		
全体(修正済み)	19	5.2800000			

表示 3.1.8
平方和の関係



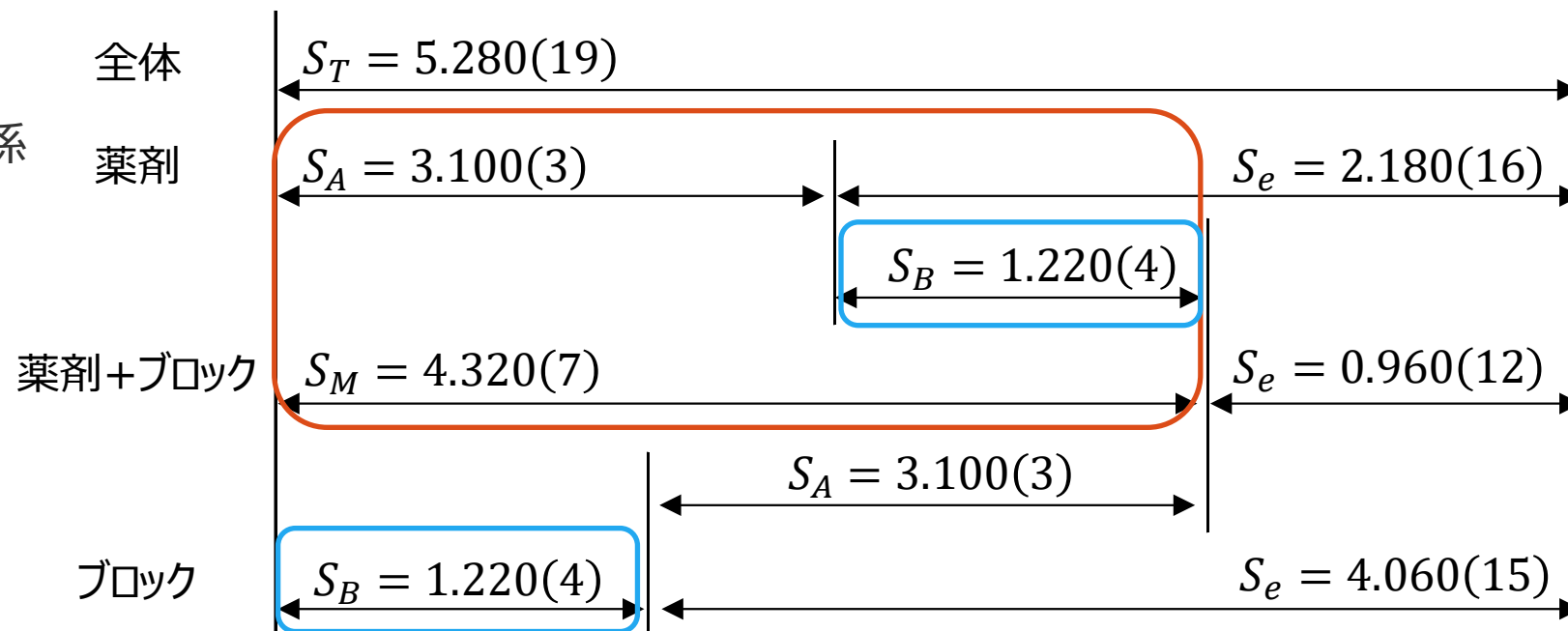
●平方和の関係

[二変量の関係]

「薬剤+ブロック」の平方和は、
「薬剤」の平方和と
「ブロック」の平方和に分解される

分散分析					
要因	自由度	平方和	平均平方	F値	p値(Prob>F)
薬剤	3	3.1000000	1.03333	12.9167	0.0005*
ブロック	4	1.2200000	0.30500	3.8125	0.0318*
誤差	12	0.9600000	0.08000		
全体(修正済み)	19	5.2800000			

表示 3.1.8
平方和の関係



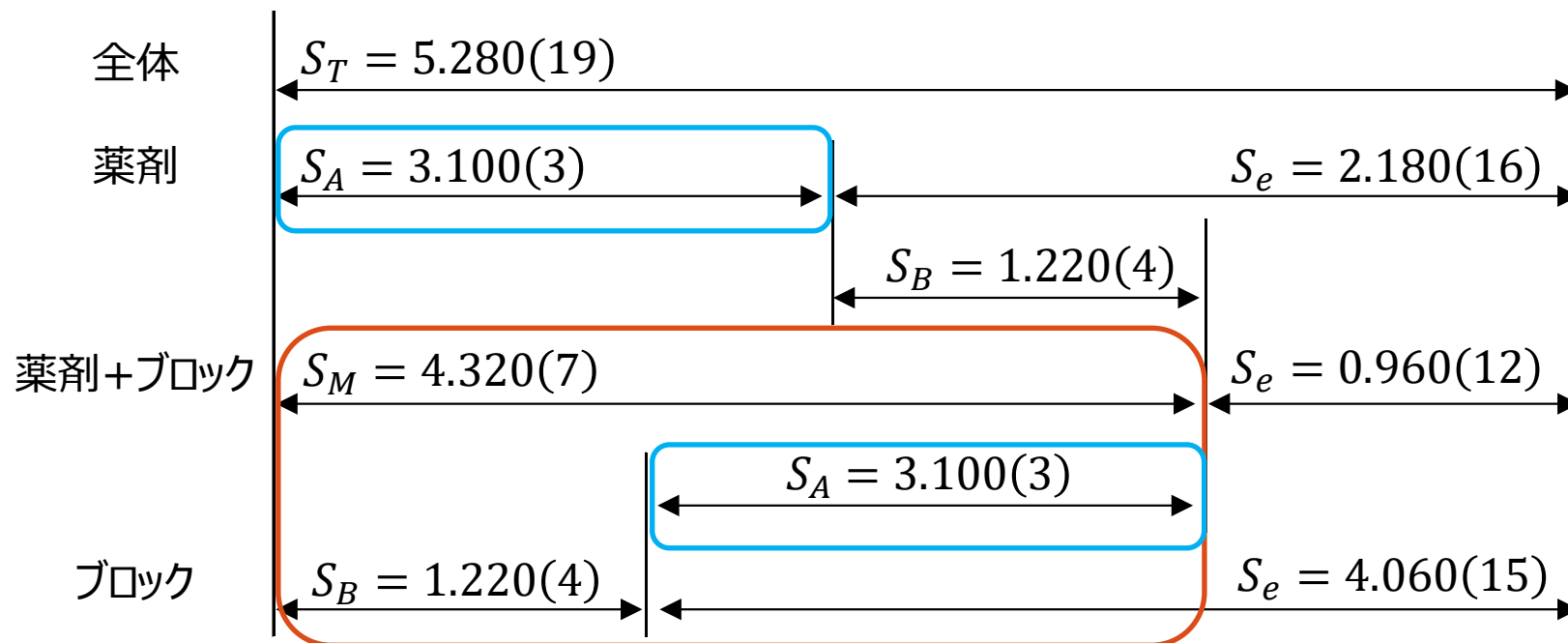
●平方和の関係 [二変量の関係]

「薬剤+ブロック」の平方和は、
「薬剤」の平方和と
「ブロック」の平方和に分解される

↑

常に成立するものではない
欠測値のある場合は不成立
(§ 3.3)

分散分析					
要因	自由度	平方和	平均平方	F値	p値(Prob>F)
薬剤	3	3.1000000	1.03333	12.9167	0.0005*
ブロック	4	1.2200000	0.30500	3.8125	0.0318*
誤差	12	0.9600000	0.08000		
全体(修正済み)	19	5.2800000			



● [F検定] [モデルのあてはめ]

Excelの出力と同じ F 値と p 値

効果の検定					
要因	パラメータ数	自由度	平方和	F値	p値(Prob>F)
薬剤	3	3	3.1000000	12.9167	0.0005*
ブロック	4	4	1.2200000	3.8125	0.0318*

[二変量の関係]

分散分析					
要因	自由度	平方和	平均平方	F値	p値(Prob>F)
薬剤	3	3.1000000	1.03333	12.9167	0.0005*
ブロック	4	1.2200000	0.30500	3.8125	0.0318*
誤差	12	0.9600000	0.08000		
全体(修正済み)	19	5.2800000			

表示 3.1.4 分散分析表

要因	平方和	自由度	平均平方	F比	p値
薬剤	3.100	3	1.033	12.917	0.0005
ブロック	1.220	4	0.305	3.812	0.0318
残差	0.960	12	0.080	1.000	
全体	5.280	19			

● [全水準の推定値] 表示 3.1.9

[▼応答y] > [推定値] >
[全水準の推定値]

式(3.1.3)のパラメータの推定値
全水準の切片（総平均）からの距離と
その有意差検定（ H_0 ：パラメータ=0）

$$c_i = \bar{y}_{.j} - \bar{y}_{..}$$

$$y_{ij} = \bar{y}_{..} + a_i + c_j + e_{ij} \quad (3.1.3)$$

注) ここでは、ブロック因子を
変量因子に指定していない
(6) 「母数因子と変量因子」で説明

全水準の推定値

名義尺度の要因においては、全水準に対して推定値が求められている

項	推定値	標準誤差	t値	p値(Prob> t)
切片	10.9	0.063246	172.34	<.0001*
薬剤[A1]	-0.6	0.109545	-5.48	0.0001*
薬剤[A2]	-0.1	0.109545	-0.91	0.3793
薬剤[A3]	0.3	0.109545	2.74	0.0180*
薬剤[A4]	0.4	0.109545	3.65	0.0033*
ブロック[B1]	0.3	0.126491	2.37	0.0353*
ブロック[B2]	-0.3	0.126491	-2.37	0.0353*
ブロック[B3]	-0.25	0.126491	-1.98	0.0715
ブロック[B4]	3.553e-16	0.126491	0.00	1.0000
ブロック[B5]	0.25	0.126491	1.98	0.0715

● [全水準の推定値]

表示 3.1.9

表示3.1.3 の周辺に求められている
水準の効果の推定値 a_i と一致

$$a_i = \bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..}$$

$$y_{ij} = \bar{y}_{..} + a_i + c_j + e_{ij} \quad (3.1.3)$$

表示 3.1.3

効果と残差						
薬剤 \ ブロック	B1	B2	B3	B4	B5	効果(a_i)
A1	0.20	-0.10	-0.35	0.10	0.15	-0.60
A2	-0.40	0.10	0.45	0.00	-0.15	-0.10
A3	-0.10	-0.20	-0.05	0.10	0.25	0.30
A4	0.30	0.20	-0.05	-0.20	-0.25	0.40
効果 (c_j)	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25	10.90

全水準の推定値

名義尺度の要因においては、全水準に対して推定値が求められている

項	推定値	標準誤差	t値	p値(Prob> t)
切片	10.9	0.063246	172.34	<.0001*
薬剤[A1]	-0.6	0.109545	-5.48	0.0001*
薬剤[A2]	-0.1	0.109545	-0.91	0.3793
薬剤[A3]	0.3	0.109545	2.74	0.0180*
薬剤[A4]	0.4	0.109545	3.65	0.0033*
[B1]	0.3	0.126491	2.37	0.0353*
[B2]	-0.3	0.126491	-2.37	0.0353*
[B3]	-0.25	0.126491	-1.98	0.0715
[B4]	3.553e-16	0.126491	0.00	1.0000
[B5]	0.25	0.126491	1.98	0.0715

● [全水準の推定値]

表示 3.1.9

全水準の推定値

表示3.1.3

名義尺度の要因においては、全水準に対して推定値が求められている

効果と残差						
薬剤\ブロック	B1	B2	B3	B4	B5	効果(a_i)
A1	0.20	-0.10	-0.35	0.10	0.15	-0.60
A2	-0.40	0.10	0.45	0.00	-0.15	-0.10
A3	-0.10	-0.20	-0.05	0.10	0.25	0.30
A4	0.30	0.20	-0.05	-0.20	-0.25	0.40
効果(c_j)	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25	10.90

	推定値	標準誤差	t値	p値(Prob> t)
	10.9	0.063246	172.34	<.0001*
	-0.6	0.109545	-5.48	0.0001*
	-0.1	0.109545	-0.91	0.3793
	0.3	0.109545	2.74	0.0180*
	0.4	0.109545	3.65	0.0033*
ブロック[B1]	0.3	0.126491	2.37	0.0353*
ブロック[B2]	-0.3	0.126491	-2.37	0.0353*
ブロック[B3]	-0.25	0.126491	-1.98	0.0715
ブロック[B4]	3.553e-16	0.126491	0.00	1.0000
ブロック[B5]	0.25	0.126491	1.98	0.0715

表示3.1.3の周辺に求められている
ブロックの効果の推定値 c_j と一致

$$c_i = \bar{y}_{.j} - \bar{y}_{..}$$

$$y_{ij} = \bar{y}_{..} + a_i + c_j + e_{ij} \quad (3.1.3)$$

● [全水準の推定値]

表示 3.1.9

式 (3.1.3) から誤差項を除いて
予測式を得る

$$y_{ij} = \bar{y}_{..} + a_i + c_j + e_{ij} \quad (3.1.3)$$

↓

$$\hat{y}_{ij} = \bar{y}_{..} + a_i + c_j$$

$$\hat{y}_{11} = 10.9 + (-0.6) + 0.3 = 10.6$$

$$\hat{y}_{32} = 10.9 + 0.3 + (-0.3) = 10.9$$

表示3.1.1

薬剤\ブロック	B1	B2	B3
A1	10.8	9.9	9.9
A2	10.7	10.6	11.1
A3	11.4	10.7	10.6
A4	11.9	11.2	11.1
列平均	11.20	10.60	10.60

全水準の推定値

名義尺度の要因においては、全水準に対して推定値が求められている

項	推定値	標準誤差	t値	p値(Prob> t)
切片	10.9	0.063246	172.34	<.0001*
薬剤[A1]	-0.6	0.109545	-5.48	0.0001*
薬剤[A2]	-0.1	0.109545	-0.91	0.3793
薬剤[A3]	0.3	0.109545	2.74	0.0180*
薬剤[A4]	0.4	0.109545	3.65	0.0033*
ブロック[B1]	0.3	0.126491	2.37	0.0353*
ブロック[B2]	-0.3	0.126491	-2.37	0.0353*
ブロック[B3]	-0.25	0.126491	-1.98	0.0715
ブロック[B4]	3.553e-16	0.126491	0.00	1.0000
ブロック[B5]	0.25	0.126491	1.98	0.0715

● [全水準の推定値]

表示 3.1.9

薬剤の効果の推定値

$$a_i = \bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..}$$

$$V[a_i] = V[\bar{y}_{i.}] - V[\bar{y}_{..}]$$

$$= \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{ab} \right) V_e$$

$$= \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{4 \times 5} \right) \times 0.08$$

$$= 0.012$$

$$s.e. [a_i] = \sqrt{V[a_i]} = \sqrt{0.012} = 0.1095$$

薬剤 [A1] の t 値と p 値

$$t = -0.6/0.1095 = -5.48$$

$$p = T.DIST.2T(ABS(-5.48), 12) = 0.0001$$

分散分析表の
残差平均平方

(伊那の法則
p.28 p.66)

分散分析表の残差自由度 12

全水準の推定値

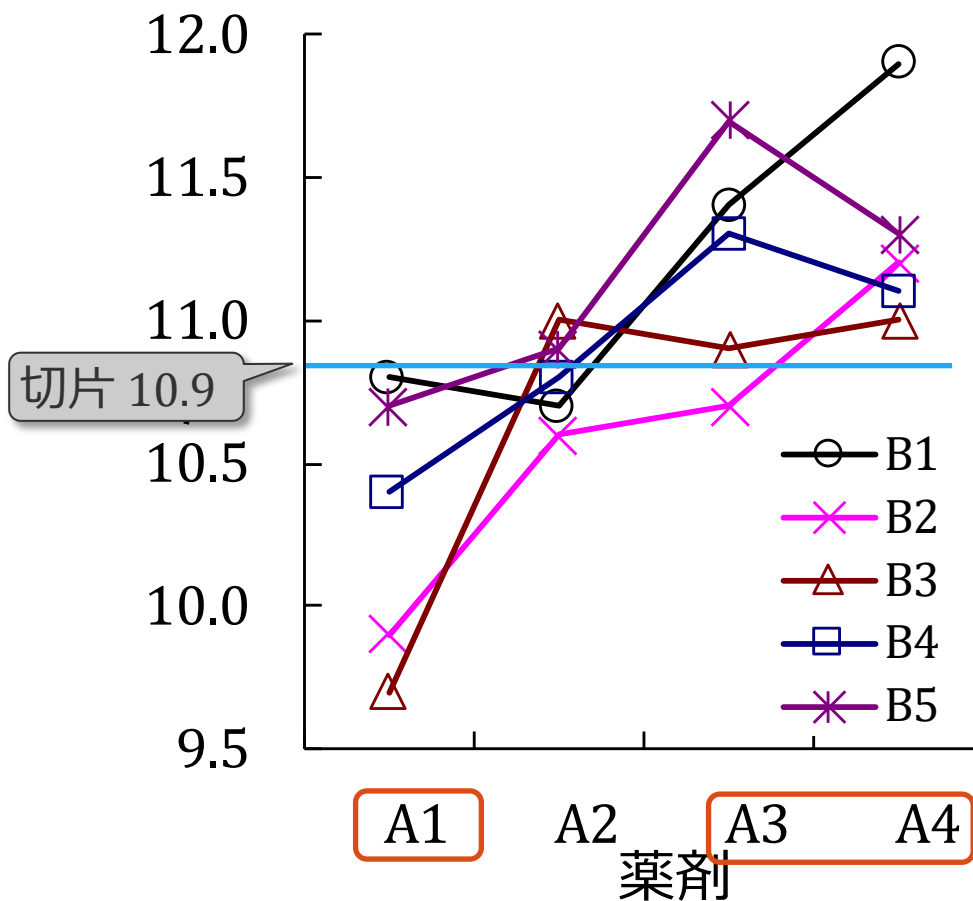
名義尺度の要因においては、全水準に対して推定値が求められている

項	推定値	標準誤差	t値	p値(Prob> t)
切片	10.9	0.063246	172.34	<.0001*
薬剤[A1]	-0.6	0.109545	-5.48	0.0001*
薬剤[A2]	-0.1	0.109545	-0.91	0.3793
薬剤[A3]	0.3	0.109545	2.74	0.0180*
薬剤[A4]	0.4	0.109545	3.65	0.0033*
ブロック[B1]	0.3	0.126491	2.37	0.0353*
ブロック[B2]	-0.3	0.126491	-2.37	0.0353*
ブロック[B3]	-0.25	0.126491	-1.98	0.0715
ブロック[B4]	3.553e-16	0.126491	0.00	1.0000
ブロック[B5]	0.25	0.126491	1.98	0.0715

● [全水準の推定値]

表示 3.1.9

薬剤の効果の推定値



全水準の推定値

名義尺度の要因においては、全水準に対して推定値が求められている

項	推定値	標準誤差	t値	p値(Prob> t)
切片	10.9	0.063246	172.34	<.0001*
薬剤[A1]	-0.6	0.109545	-5.48	0.0001*
薬剤[A2]	-0.1	0.109545	-0.91	0.3793
薬剤[A3]	0.3	0.109545	2.74	0.0180*
薬剤[A4]	0.4	0.109545	3.65	0.0033*
ブロック[B1]	0.3	0.126491	2.37	0.0353*
ブロック[B2]	-0.3	0.126491	-2.37	0.0353*
ブロック[B3]	-0.25	0.126491	-1.98	0.0715
ブロック[B4]	3.553e-16	0.126491	0.00	1.0000
ブロック[B5]	0.25	0.126491	1.98	0.0715

● [全水準の推定値]

表示 3.1.9

ブロックの効果の推定値 (取扱注意)

$$c_i = \bar{y}_{.j} - \bar{y}_{..}$$

$$V[c_j] = V[\bar{y}_{.j}] - V[\bar{y}_{..}]$$

$$= \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{ab} \right) V_e \quad (\text{伊那の法則 p.28 p.66})$$

$$= \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{4 \times 5} \right) \times 0.08$$

$$= 0.016$$

$$s.e. [c_j] = \sqrt{V[c_j]} = \sqrt{0.016} = 0.1264$$

ブロック [B1] の t 値

$$t = 0.3 / 0.1264 = 2.37$$

$$p = T.DIST.2T(ABS(2.37), 12) = 0.0354$$

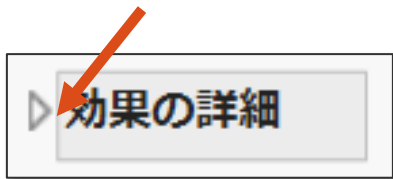
全水準の推定値

名義尺度の要因においては、全水準に対して推定値が求められている

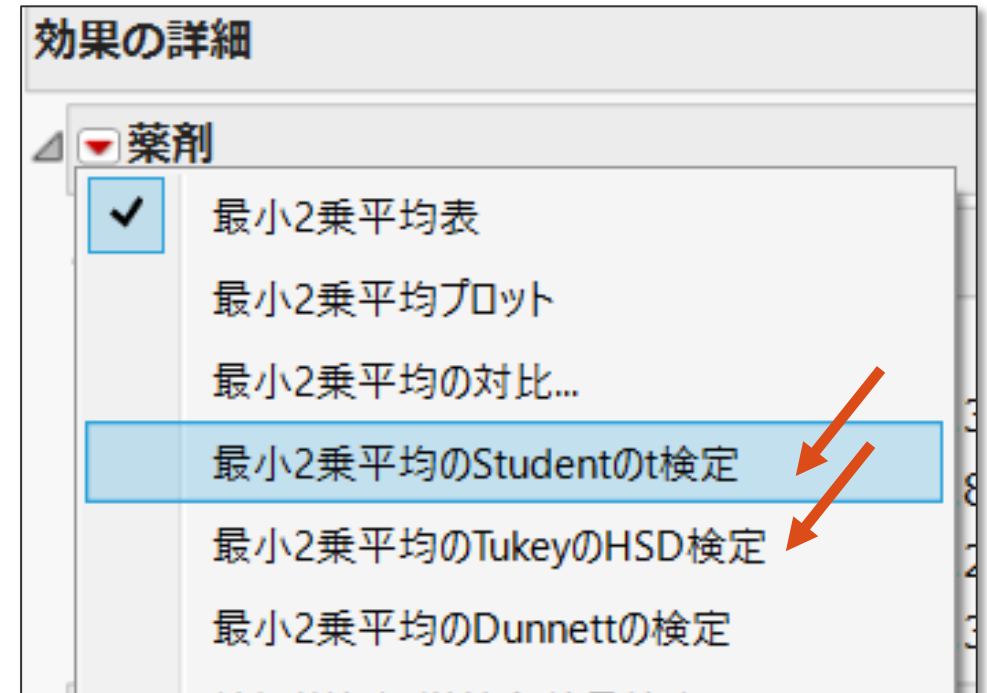
項	推定値	標準誤差	t値	p値(Prob> t)
切片	10.9	0.063246	172.34	<.0001*
薬剤[A1]	-0.6	0.109545	-5.48	0.0001*
薬剤[A2]	-0.1	0.109545	-0.91	0.3793
薬剤[A3]	0.3	0.109545	2.74	0.0180*
薬剤[A4]	0.4	0.109545	3.65	0.0033*
ブロック[B1]	0.3	0.126491	2.37	0.0353*
ブロック[B2]	-0.3	0.126491	-2.37	0.0353*
ブロック[B3]	-0.25	0.126491	-1.98	0.0715
ブロック[B4]	3.553e-16	0.126491	0.00	1.0000
ブロック[B5]	0.25	0.126491	1.98	0.0715

● [効果の詳細]

水準間の平均値の比較（[モデルのあてはめ]には、[二変量の関係]の「比較円」はない）



水準	最小2乗平均	標準誤差	平均
A1	10.300000	0.12649111	10.3000
A2	10.800000	0.12649111	10.8000
A3	11.200000	0.12649111	11.2000
A4	11.300000	0.12649111	11.3000



最小2乗平均

● [効果の詳細]

左： [最小2乗平均の
Studentのt検定]
多重性を考慮しない比較

右： [最小2乗平均の
TukeyのHSD検定]
多重性を考慮した比較

最小2乗平均の意味については
[§3.3 「欠測値のある場合」と
ブログ](#)を参照のこと

最小2乗平均差のStudentのt検定

		最小2乗平均[j]			
平均[i]-平均[j]		A1	A2	A3	A4
差の標準誤差					
差の下側信頼限界					
差の上側信頼限界					
最小2乗平均		0.88976	0	-0.0102	-0.1102
A3		0.9	0.4	0	-0.1
		0.17889	0.17889	0	0.17889
		0.51024	0.01024	0	-0.4898
		1.28976	0.78976	0	0.28976
A4		1	0.5	0.1	0
		0.17889	0.17889	0.17889	0
		0.61024	0.11024	-0.2898	0
		1.38976	0.88976	0.48976	0

水準	~文字A列	~文字B列	~文字C列	最小2乗平均
A4	A			11.300000
A3	A			11.200000
A2		B		10.800000
A1			C	10.300000

同じ文字でつながっていない水準は有意に異なります。

最小2乗平均差のTukeyのHSD検定

		最小2乗平均[j]			
平均[i]-平均[j]		A1	A2	A3	A4
差の標準誤差					
差の下側信頼限界					
差の上側信頼限界					
最小2乗平均		1.03108	0	0.13108	0.03108
A3		0.9	0.4	0	-0.1
		0.17889	0.17889	0	0.17889
		0.36892	-0.1311	0	-0.6311
		1.43108	0.93108	0	0.43108
A4		1	0.5	0.1	0
		0.17889	0.17889	0.17889	0
		0.46892	-0.0311	-0.4311	0
		1.53108	1.03108	0.63108	0

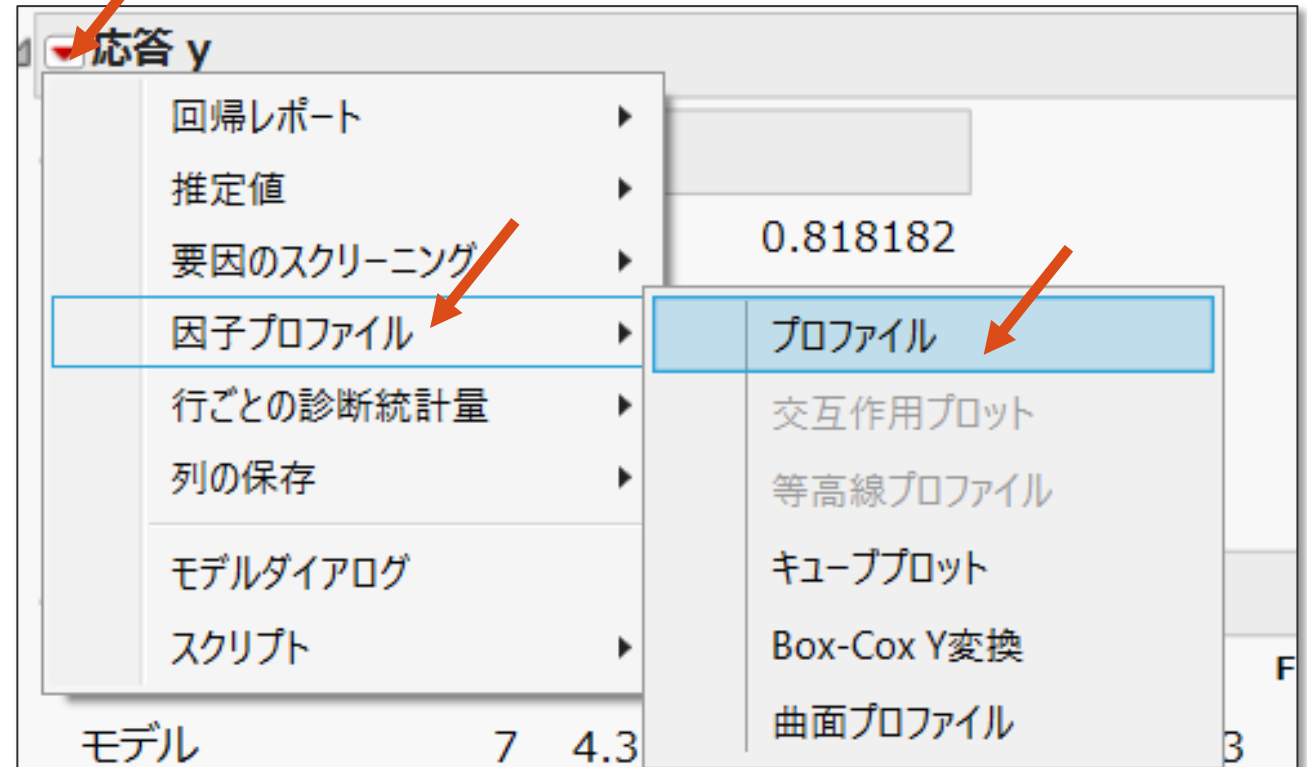
水準	~文字A列	~文字B列	最小2乗平均
A4	A		11.300000
A3	A		11.200000
A2	A	B	10.800000
A1		B	10.300000

同じ文字でつながっていない水準は有意に異なります。

- [予測プロファイル]

- ▼ [応答 y] > [因子プロファイル] > [プロファイル]

因子の組合せごとに予測値の変化を知る



● [予測プロファイル]

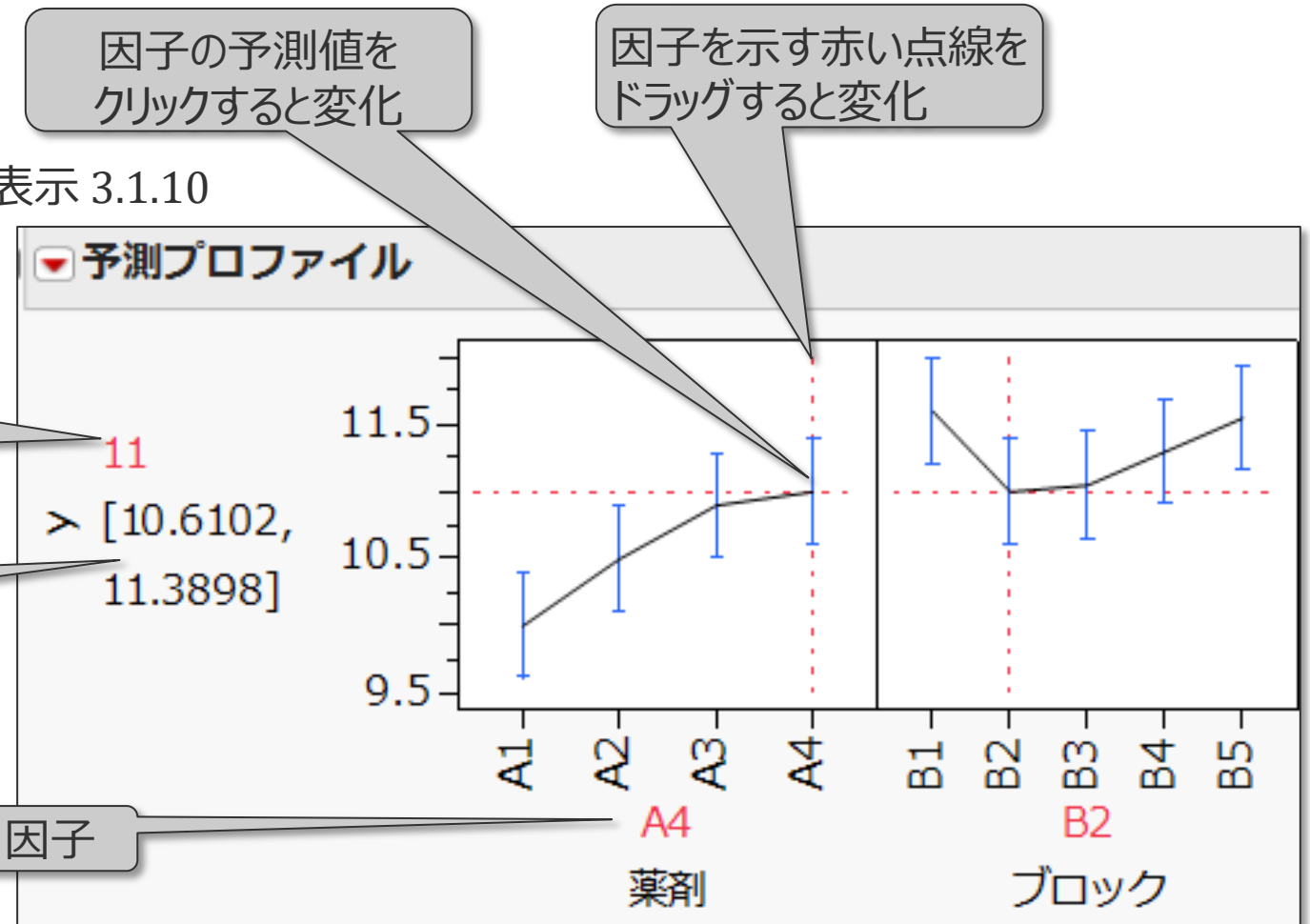
因子の組合せの予測値を表示
制御因子の薬剤 A とブロック因子 B の
薬剤の赤い点線をドラッグすると
薬剤を結ぶ折れ線が移動
(折れ線の形は不変)

応答変数 y の予測値
因子をドラッグすると変化

予測値の 95%信頼区間

選択している因子

表示 3.1.10

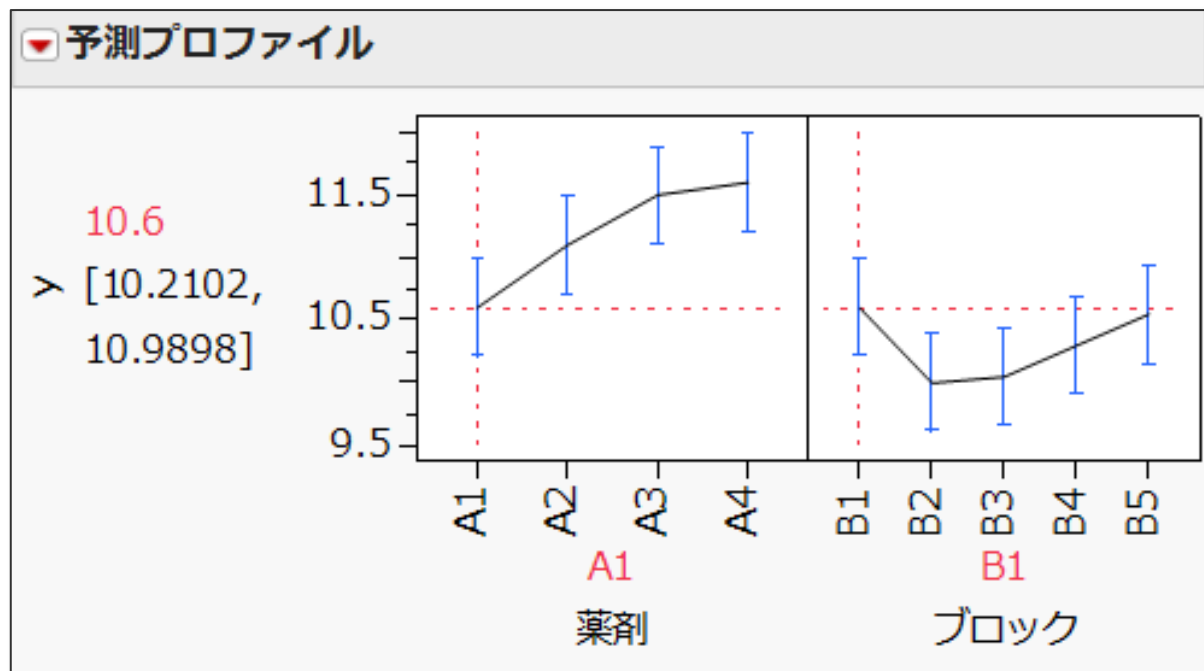


- [予測プロファイル]

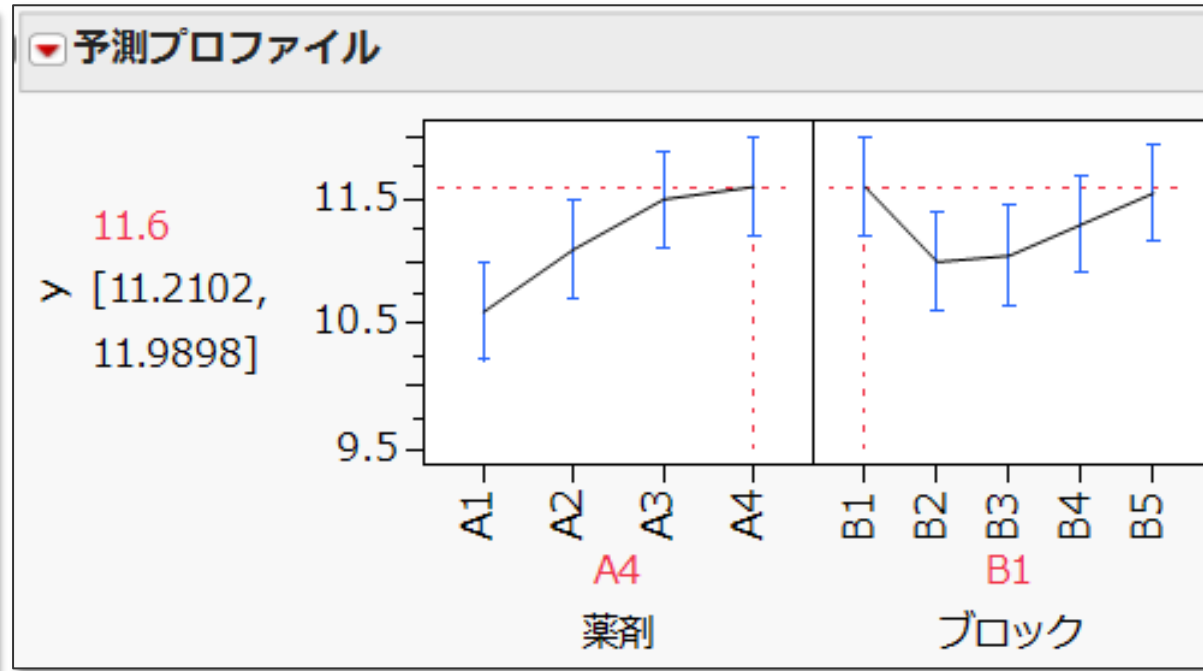
因子の組合せごとの予測値を表示

乱塊法ではそれほど有効ではない（2因子実験ではきわめて有効）

ブロックをB1に固定して薬剤 A1 を推定



ブロックをB1に固定して薬剤 A4 を推定



- [予測プロファイル] : 予測値と95%信頼区間

予測値

$$\hat{y}_{ij} = \bar{y}_{..} + a_i + c_j \quad (3.1.3)$$

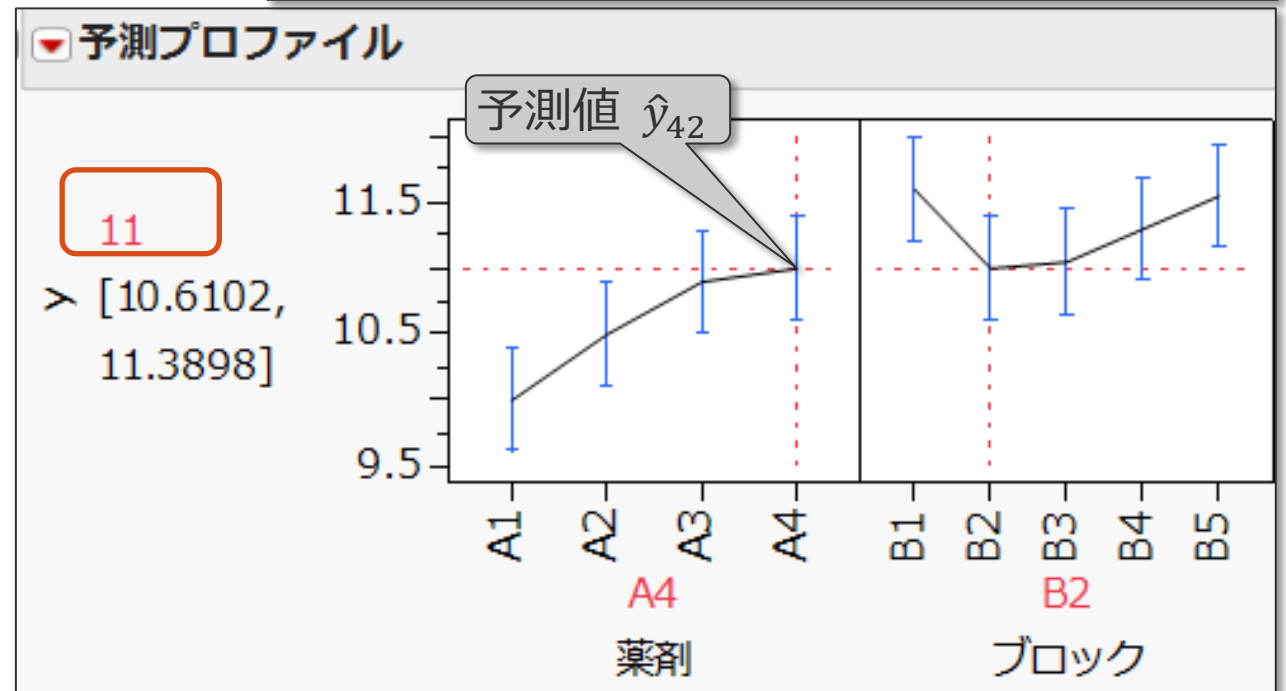
$$\hat{y}_{42} = 10.90 + 0.40 - 0.30 = 11.0$$

実際の観測値
 $y_{42} = 11.2$

分散分析				
要因	自由度	平方和	平均平方	F値
モデル	7	4.3200000	0.617143	7.7143
誤差	12	0.9600000	0.080000	p値(Prob>F)
全体(修正済み)	19	5.2800000		0.0012*

予測値の分散 (伊那の法則 p.28 p.66)

$$\begin{aligned} V[\hat{y}_{ij}] &= V[\bar{y}_{i.}] + V[\bar{y}_{.j}] - V[\bar{y}_{..}] \\ &= \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{a} - \frac{1}{ab} \right) V_e \\ &= \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{4} - \frac{1}{4 \times 5} \right) \times 0.08 \\ &= 0.032 \end{aligned}$$



- [予測プロファイル] : 予測値とその95%信頼区間

予測値

$$\hat{y}_{ij} = \bar{y}_{..} + a_i + c_j$$

$$\hat{y}_{42} = 10.90 + 0.40 - 0.30 = 11.0$$

95% 信頼区間

$$V[\hat{y}_{ij}] = 0.032$$

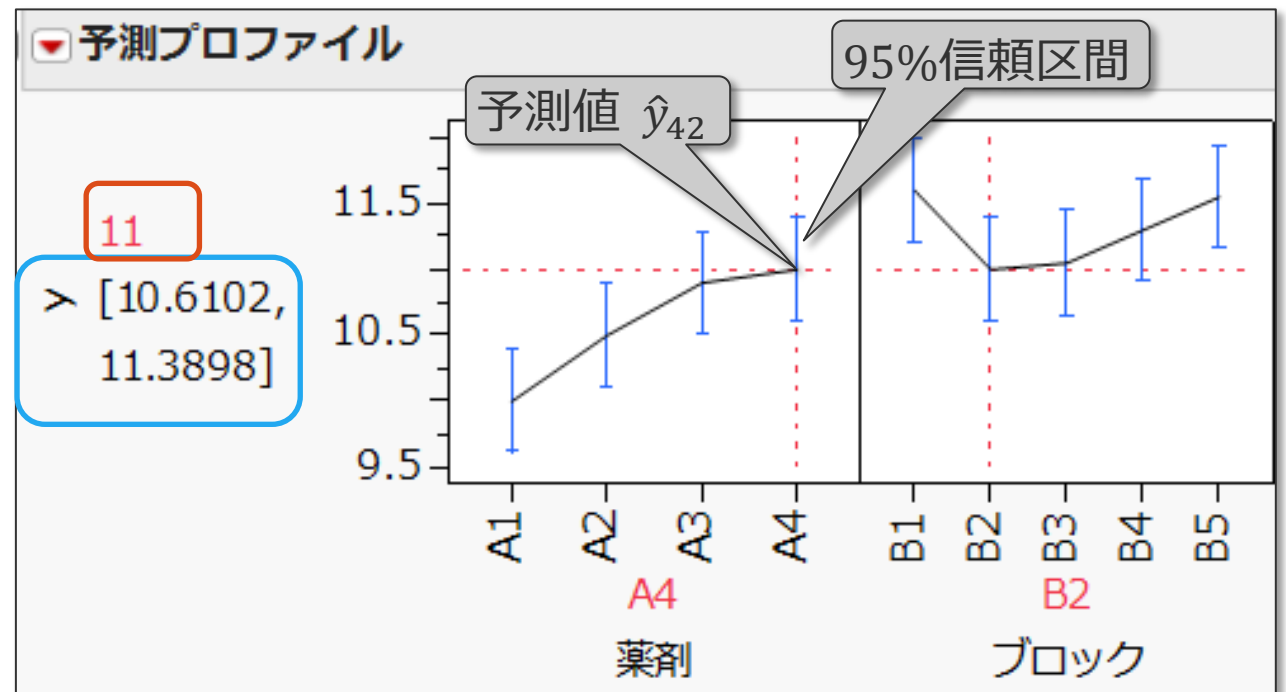
$$11.0 \pm t(\nu_e, 0.05) \sqrt{V[\hat{y}_{ij}]}$$

$$= 11.0 \pm 2.179 \times \sqrt{0.032}$$

$$= 11.0 \pm 0.3898$$

$$= [10.6102, 11.3898]$$

$$t = T.INV.2T(0.05, 12) = 2.179$$





(6) 母数因子と変量因子

§3.4 補遺 (2)



●制御因子とブロック因子

制御因子

本節で説明した事例では、肥料、薬剤などの因子水準の平均値に再現性がある（同じ実験を繰り返したときの α_i は同じ、固定した定数）

ブロック因子

誤差からその効果を取り除くために導入した因子水準の平均値に再現性がない（同じ実験を繰り返しても同じ値が得られない、変量）

●制御因子とブロック因子

制御因子

本節で説明した事例では、肥料、薬剤などの因子

水準の平均値に再現性がある（同じ実験を繰り返したときの α_i は同じ、固定した定数）

ブロック因子

誤差からその効果を取り除くために導入した因子

水準の平均値に再現性がない（同じ実験を繰り返しても同じ値が得られない、変量）

●母数因子と変量因子

制御因子を母数因子、ブロック因子を変量因子という

変量因子については、特別の配慮が必要

[モデルのあてはめ] では、因子が変量因子の場合は、それを指定しなければならない
 ブロック因子は、変量因子として扱うべきであるが、本章では便宜的に区別しないで解説

★ [分散分析] の結果は同じ、[全水準の推定値] などの結果は異なる場合がある

(→ 乱塊法を含めて、変量因子について第7章で詳しく解説)



(7) 乱塊法のノンパラメトリック検定 (Friedman の検定)

§3.4 補遺 (1)



●Friedman の検定

乱塊法によるノンパラメトリック検定

質的因子の 1 因子実験（乱塊法）で、欠測値が含まれない場合に適用できる

（2 因子実験には使えない）

ブロックごとに順位変換を行う

順位変換した値に対して、通常の分散分析の計算を行う

分散分析表に修正を加える

全体の行の自由度を、水準と残差の自由度の和にする（ブロックの自由度を含めない）

F 比の代わりに χ^2 値 (S_A/V_T) とその p 値を得る

JMP 13 から実行可能

●Excelファイルの読み込み

Excel ファイル「DE改3-乱塊法.xls」、名前ボックスから「表示 3.4.1」（Fig34_01）を選択
表示3.1.1と同じデータ、単なる事例（ノンパラメトリック検定が必要な事例ではない）

乱塊法のノンパラメトリック検定 (Friedman の検定)

●順位変換 表示 3.4.1

薬剤\ブロック	B1	B2	B3	B4	B5
A1	10.8	9.9	9.7	10.4	10.7
A2	10.7	10.6	11.0	10.8	10.9
A3	11.4	10.7	10.9	11.3	11.7
A4	11.9	11.2	11.0	11.1	11.3

各ブロックごとに順位変換
平均順位 (1 ~ 4)

各ブロックの平均値は
全て 2.5

データと平均

薬剤\ブロック	B1	B2	B3	B4	B5	平均
A1	2	1	1	1	1	1.20
A2	1	2	3.5	2	2	2.10
A3	3	3	2	4	4	3.20
A4	4	4	3.5	3	3	3.50
平均	2.50	2.50	2.50	2.50	2.50	2.50

総平均は2.5

効果と誤差

薬剤\ブロック	B1	B2	B3	B4	B5	効果
A1	0.80	-0.20	-0.20	-0.20	-0.20	-1.30
A2	-1.10	-0.10	1.40	-0.10	-0.10	-0.40
A3	-0.20	-0.20	-1.20	0.80	0.80	0.70
A4	0.50	0.50	0.00	-0.50	-0.50	1.00
効果	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	2.50

乱塊法のノンパラメトリック検定 (Friedman の検定)

●分散分析表

データと平均

薬剤\ブロック	B1	B2	B3	B4	B5	平均
A1	2	1	1	1	1	1.20
A2	1	2	3.5	2	2	2.10
A3	3	3	2	4	4	3.20
A4	4	4	3.5	3	3	3.50
平均	2.50	2.50	2.50	2.50	2.50	2.50

各ブロックごとに順位変換平均順位 (1~4)

各ブロックの平均値は 2.5

総平均は 2.5

効果と誤差

薬剤\ブロック	B1	B2	B3	B4	B5	効果
A1	0.80	-0.20	-0.20	-0.20	-0.20	-1.30
A2	-1.10	-0.10	1.40	-0.10	-0.10	-0.40
A3	-0.20	-0.20	-1.20	0.80	0.80	0.70
A4	0.50	0.50	0.00	-0.50	-0.50	1.00
効果	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	2.50

各ブロックの効果は 0

$$S_A / V_T = 16.70 / 1.633 = 10.22$$

分散分析表

要因	平方和	自由度	平均平方	χ^2 値	p 値
薬剤	16.700	3	5.567	10.22	0.0168
ブロック	0.000	4	0.000		
残差	7.800	12	0.650		
全体	24.500	15	1.633		

ブロックの平方和は 0

$$= \text{CHIDIST}(10.22, 3) = 0.0168$$

$$\text{全体の自由度 } 3 + 12 = 15$$

● 2水準ごとの比較

2水準ずつ取り出して

Wilcoxon の符号付順位検定を実行
(差の絶対値を順位変換、第1部 [§3.7](#))

データ数が不足

薬剤	B1	B2	B3	B4	B5
A1	10.8	9.9	9.7	10.4	10.7
A2	10.7	10.6	11.0	10.8	10.9
差	0.1	-0.7	-1.3	-0.4	-0.2
差	0.1	0.7	1.3	0.4	0.2
順位	1	4	5	3	2

薬剤	B1	B2	B3	B4	B5
A1	10.8	9.9	9.7	10.4	10.7
A3	11.4	10.7	10.9	11.3	11.7
差	-0.6	-0.8	-1.2	-0.9	-1.0
差	0.6	0.8	1.2	0.9	1
順位	1	2	5	3	4

薬剤	B1	B2	B3	B4	B5
A1	10.8	9.9	9.7	10.4	10.7
A2	10.7	10.6	11.0	10.8	10.9
A3	11.4	10.7	10.9	11.3	11.7
A4	11.9	11.2	11.0	11.1	11.3

Wilcoxon の符号付順位検定

薬剤	B1	B2	B3	B4	B5
A1	10.8	9.9	9.7	10.4	10.7
A4	11.9	11.2	11.0	11.1	11.3
差	-1.1	-1.3	-1.3	-0.7	-0.6
差	1.1	1.3	1.3	0.7	0.6
順位	3	4.5	4.5	2	1

薬剤	B1	B2	B3	B4	B5
A2	10.7	10.6	11.0	10.8	10.9
A3	11.4	10.7	10.9	11.3	11.7
差	-0.7	-0.1	0.1	-0.5	-0.8
差	0.7	0.1	0.1	0.5	0.8
順位	4	1.5	1.5	3	5

多重性を考慮する場合は
Holm 法で有意水準を調整
([§1.3](#))

薬剤	B1	B2	B3	B4	B5
A2	10.7	10.6	11.0	10.8	10.9
A4	11.9	11.2	11.0	11.1	11.3
差	-1.2	-0.6	0.0	-0.3	-0.4
差	1.2	0.6		0.3	0.4
順位	4	3		1	2

薬剤	B1	B2	B3	B4	B5
A3	11.4	10.7	10.9	11.3	11.7
A4	11.9	11.2	11.0	11.1	11.3
差	-0.5	-0.5	-0.1	0.2	0.4
差	0.5	0.5	0.1	0.2	0.4
順位	4.5	4.5	1	2	3

●質的因子の1因子実験（乱塊法）

§1、§2では、データを1方向からだけで見て解析

本章では、縦・横の2方向から解析

今後、この考えを拡張し、複数の方向から解析して、総合化

本節はその基本的な場合を取り上げている

本節では質的因子を取り上げ、次節では量的因子で適用できることを示す

2因子実験、多因子実験の乱塊法、分割法については、「[§7.3 乱塊法の拡張](#)」を参照

●JMPの出力

JMPの出力では「分散分析」のモデルの平方和が、

「効果の検定」で2つの平方和に分解され、検定される

これがJMP出力の基本形

今後もっと複雑に分解・検定される事例が示される



- 作成 片瀬雅彦
- 監修 松本一彦、長谷文雄
- 作成時期 2019年8月16日
- 改訂 2019年12月29日、2022年2月21日
2023年9月29日