3 乱塊法実験

3.2 量的因子の乱塊法

テキスト

芳賀敏郎（2014）医薬品開発のための統計解析

第２部　実験計画法　改訂版、サイエンティスト社、p.294

第２部　実験計画法

１因子実験・・・質的因子　　**1.1 繰り返し数が等しい場合**、1.2 繰り返し数が異なる場合

1.3 多重比較、1.4 ばらつきを特性値とする実験

1.5 ノンパラメトリック検定

量的因子　　**2.1 直線関係の場合**、2.2 非直線関係の場合

2.3 ダミー変数による質的因子の効果の推定

乱塊法・・・・・3.1 質的因子の乱塊法、**3.2 量的因子の乱塊法**、3.3 欠測値のある場合

共分散分析・・・4.1 共分散分析の目的、4.2 解析手順、4.3 医薬品開発における共分散分析の例

２因子実験・・・5.1 ２因子実験の基礎、5.2 質的因子×質的因子、5.3 質的因子×量的因子

5.4 質的因子×量的因子（変形）、5.5 量的因子×量的因子

多因子実験・・・6.1 多因子実験の基礎、6.2 スクリーニング計画、6.3 応答曲面計画

変量模型ほか・・7.1 １因子実験、7.2 枝分れ実験、7.3 乱塊法の拡張、7.4 経時データ、7.5 交差試験

3.2 量的因子の乱塊法

p.119

テキストの
該当ページ

（1）データのモデルとExcelによる解析
（2）JMP による解析
（3）§1 から §3.2 までのまとめ

使用するファイル
　Excel ファイル：「DE改3-乱塊法.xlsm」
　JMP ファイル：「3-乱塊法.jmp」
　サイエンティスト社のホームページからダウンロード

JMP 10.0.2 の出力を表示

★プレゼンテーションの
スピーカーノートを、
PDF の注釈に変換してあります

はじめに

p.119

●実験方法の表現

(a) 質的因子の１因子実験　　(c) 質的因子の１因子実験（乱塊法）・・・質的因子の乱塊法

(b) 量的因子の１因子実験　　(d) 量的因子の１因子実験（乱塊法）・・・量的因子の乱塊法

(a) 質的因子の１因子実験　表示 1.1.1

薬剤	繰り返し 1	2	3	4	5	平均
A1	10.8	9.9	9.7	10.4	10.7	10.30
A2	10.7	10.6	11.0	10.8	10.9	10.80
A3	11.4	10.7	10.9	11.3	11.7	11.20
A4	11.9	11.2	11.0	11.1	11.3	11.30
						10.90

(b) 量的因子の１因子実験　表示 2.2.1

投与量	繰り返し 1	2	3	4	5	平均
0	10.8	9.9	9.7	10.4	10.7	10.30
10	10.7	10.6	11.0	10.8	10.9	10.80
20	11.4	10.7	10.9	11.3	11.7	11.20
30	11.9	11.2	11.0	11.1	11.3	11.30
						10.90

(c) 質的因子の１因子実験（乱塊法）　表示 3.1.1

薬剤	ブロック B1	B2	B3	B4	B5	平均
A1	10.8	9.9	9.7	10.4	10.7	10.30
A2	10.7	10.6	11.0	10.8	10.9	10.80
A3	11.4	10.7	10.9	11.3	11.7	11.20
A4	11.9	11.2	11.0	11.1	11.3	11.30
平均	11.20	10.60	10.65	10.90	11.15	10.90

本節の課題

(d) 量的因子の１因子実験（乱塊法）

投与量	ブロック B1	B2	B3	B4	B5	平均
0	10.8	9.9	9.7	10.4	10.7	10.30
10	10.7	10.6	11.0	10.8	10.9	10.80
20	11.4	10.7	10.9	11.3	11.7	11.20
30	11.9	11.2	11.0	11.1	11.3	11.30
平均	11.20	10.60	10.65	10.90	11.15	10.90

はじめに

p.119

●実験方法の表現

(a) 質的因子の１因子実験
(b) 量的因子の１因子実験
(c) 質的因子の１因子実験（乱塊法）・・・質的因子の乱塊法
(d) 量的因子の１因子実験（乱塊法）・・・量的因子の乱塊法

完全無作為化法

(a) 質的因子の１因子実験　表示 1.1.1

薬剤	繰り返し 1	2	3	4	5	平均
A1	10.8	9.9	9.7	10.4	10.7	10.30
A2	10.7	10.6	11.0	10.8	10.9	10.80
A3	11.4	10.7	10.9	11.3	11.7	11.20
A4	11.9	11.2	11.0	11.1	11.3	11.30
						10.90

(b) 量的因子の１因子実験　表示 2.2.1

投与量	繰り返し 1	2	3	4	5	平均
0	10.8	9.9	9.7	10.4	10.7	10.30
10	10.7	10.6	11.0	10.8	10.9	10.80
20	11.4	10.7	10.9	11.3	11.7	11.20
30	11.9	11.2	11.0	11.1	11.3	11.30
						10.90

(c) 質的因子の１因子実験（乱塊法）　表示 3.1.1

薬剤	ブロック B1	B2	B3	B4	B5	平均
A1	10.8	9.9	9.7	10.4	10.7	10.30
A2	10.7	10.6	11.0	10.8	10.9	10.80
A3	11.4	10.7	10.9	11.3	11.7	11.20
A4	11.9	11.2	11.0	11.1	11.3	11.30
平均	11.20	10.60	10.65	10.90	11.15	10.90

本節の課題

(d) 量的因子の１因子実験（乱塊法）

投与量	ブロック B1	B2	B3	B4	B5	平均
0	10.8	9.9	9.7	10.4	10.7	10.30
10	10.7	10.6	11.0	10.8	10.9	10.80
20	11.4	10.7	10.9	11.3	11.7	11.20
30	11.9	11.2	11.0	11.1	11.3	11.30
平均	11.20	10.60	10.65	10.90	11.15	10.90

p.119

（1）データのモデルと Excel による解析

量的因子の１因子実験（乱塊法）

実験とデータ

p.119

●事例

薬剤の投与量 x（0, 10, 20, 30 mg）と薬効 y の関係を解析（４水準の量的因子）
各投与量で５匹の動物（ラット）に投与して薬効を評価（全部で20匹）
事前情報：新生仔に母獣由来の個体差がある
５匹の母獣（B1, B2, B3, B4, B5）が生んだ新生仔４匹ずつを、各水準に１匹ずつランダム割付
実験材料（同腹ラット）をブロックとした乱塊法

表示3.1.1（改変）　データと平均

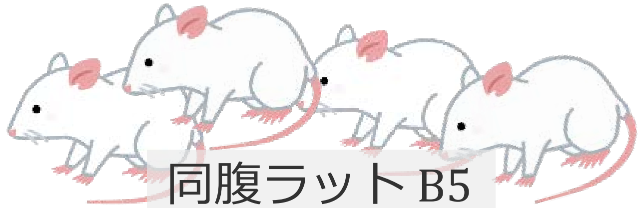
ブロック因子　観測値

投与量＼ﾌﾞﾛｯｸ	B1	B2	B3	B4	B5	行平均
0	10.8	9.9	9.7	10.4	10.7	10.30
10	10.7	10.6	11.0	10.8	10.9	10.80
20	11.4	10.7	10.9	11.3	11.7	11.20
30	11.9	11.2	11.0	11.1	11.3	11.30
列平均	11.20	10.60	10.65	10.90	11.15	10.90

量的因子

４つの観測値には対応がある

ランダムに割付


同腹ラット B5


同腹ラット B4


同腹ラット B1


同腹ラット B2


同腹ラット B3

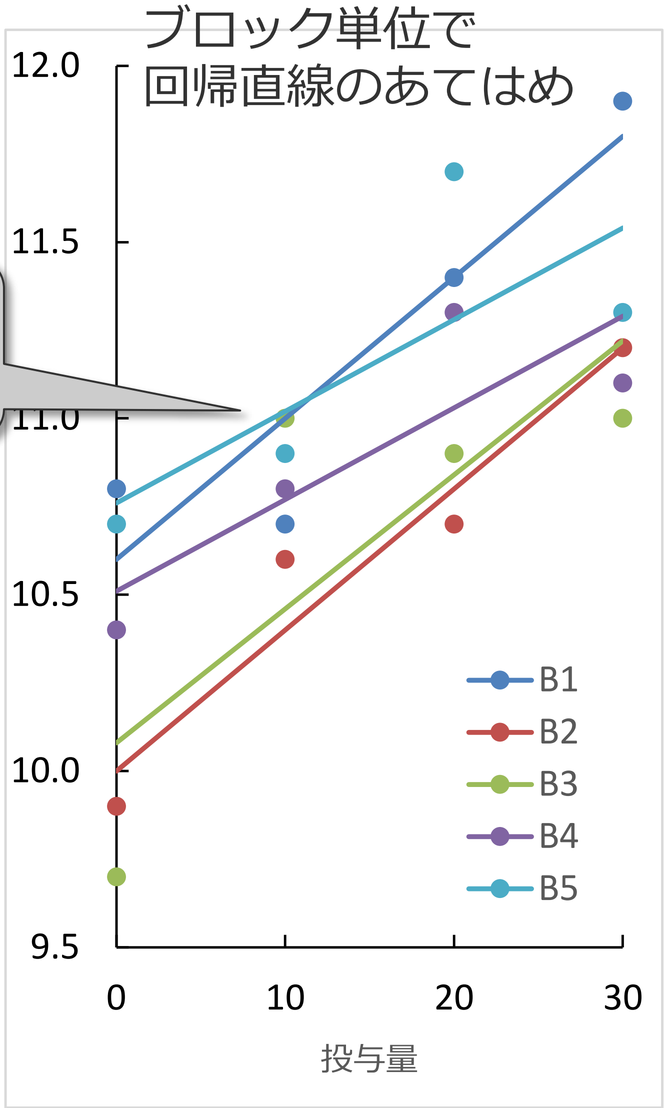
実験とデータ

p.119

●事例

薬剤の投与量 x（0, 10, 20, 30 mg）と薬効 y には直線関係がありそう
事前情報：新生仔に母獣由来の個体差がある
同腹ラットをブロックとして系統誤差を除去
ブロックごとに直線をあてはめる（傾きは共通）

各ブロックの傾きは共通と見なす



表示3.1.1（改変）

データと平均

ブロック因子　観測値

投与量＼ﾌﾞﾛｯｸ	B1	B2	B3	B4	B5	行平均
0	10.8	9.9	9.7	10.4	10.7	10.30
10	10.7	10.6	11.0	10.8	10.9	10.80
20	11.4	10.7	10.9	11.3	11.7	11.20
30	11.9	11.2	11.0	11.1	11.3	11.30
列平均	11.20	10.60	10.65	10.90	11.15	10.90

ランダムに割付

同腹ラット B1

モデル

p.119

●データのモデル

量的因子の１因子実験（直線関係）

のモデル　（§2.1 p.75）

$$y_{ij} = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_{ij} \qquad (2.1.4)$$

母切片　母回帰係数　誤差

$$\varepsilon_{ij} \sim \mathrm{N}(0, \sigma^2)$$

量的因子の乱塊法のモデル

（ブロック効果を追加）

$$y_{ij} = \beta_0 + \beta_1 x_i + \gamma_j + \varepsilon_{ij} \qquad (3.2.1)$$

§2.1「量的因子の１因子実験（直線関係の場合）」

繰り返し

データと平均

投与量＼繰り返し	1	2	3	4	5	行平均
0	10.8	9.9	9.7	10.4	10.7	10.30
10	10.7	10.6	11.0	10.8	10.9	10.80
20	11.4	10.7	10.9	11.3	11.7	11.20
30	11.9	11.2	11.0	11.1	11.3	11.30
						10.90

20 匹をランダム割付

データと平均

投与量＼ﾌﾞﾛｯｸ	B1	B2	B3	B4	B5	行平均
0	10.8	9.9	9.7	10.4	10.7	10.30
10	10.7	10.6	11.0	10.8	10.9	10.80
20	11.4	10.7	10.9	11.3	11.7	11.20
30	11.9	11.2	11.0	11.1	11.3	11.30
列平均	11.20	10.60	10.65	10.90	11.15	10.90

モデル

p.119

●データのモデル

量的因子の１因子実験（直線関係）

のモデル　（§2.1 p.75）

$$y_{ij} = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_{ij} \qquad (2.1.4)$$

母切片　母回帰係数　誤差

$$\varepsilon_{ij} \sim \mathrm{N}(0, \sigma^2)$$

量的因子の乱塊法のモデル

（ブロック効果を追加）

$$y_{ij} = \beta_0 + \beta_1 x_i + \gamma_j + \varepsilon_{ij} \qquad (3.2.1)$$

ブロックの効果、推定値は c
変量因子であるが便宜的に母数因子として扱う

§2.1「量的因子の１因子実験（直線関係の場合）」

繰り返し

データと平均

投与量＼繰り返し	1	2	3	4	5	行平均
0	10.8	9.9	9.7	10.4	10.7	10.30
10	10.7	10.6	11.0	10.8	10.9	10.80
20	11.4	10.7	10.9	11.3	11.7	11.20
30	11.9	11.2	11.0	11.1	11.3	11.30
						10.90

20 匹をランダム割付

ブロック（反復）

データと平均

投与量＼ﾌﾞﾛｯｸ	B1	B2	B3	B4	B5	行平均
0	10.8	9.9	9.7	10.4	10.7	10.30
10	10.7	10.6	11.0	10.8	10.9	10.80
20	11.4	10.7	10.9	11.3	11.7	11.20
30	11.9	11.2	11.0	11.1	11.3	11.30
列平均	11.20	10.60	10.65	10.90	11.15	10.90

列平均（ブロックの平均値）
ただし再現性はない（§3.1 、§7.3 参照）

モデル

p.119

●乱塊法のデータ構造

$y_{ij} = \beta_0 + \beta_1 x_i + \gamma_j + \varepsilon_{ij}$ （3.2.1）

$$
\begin{pmatrix} y_{11} & y_{12} & \cdots & y_{1b} \\ y_{21} & y_{22} & \cdots & y_{2b} \\ \cdots & \cdots & y_{ij} & \cdots \\ y_{a1} & y_{a2} & \cdots & y_{ab} \end{pmatrix}
$$

$$
= \beta_0 + \beta_1 \begin{pmatrix} x_1 & x_1 & \cdots & x_1 \\ x_2 & x_2 & \cdots & x_2 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ x_a & x_a & \cdots & x_a \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \gamma_1 & \gamma_2 & \cdots & \gamma_b \\ \gamma_1 & \gamma_2 & \cdots & \gamma_b \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \gamma_1 & \gamma_2 & \cdots & \gamma_b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \cdots & \varepsilon_{1b} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \cdots & \varepsilon_{2b} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \varepsilon_{a1} & \varepsilon_{a2} & \cdots & \varepsilon_{ab} \end{pmatrix} \quad (3.2.1)
$$

傾きは一定

観測値 y_{ij} は、 $a \times b$（水準数×ブロック数）の要素から構成（テキストでは簡略化）

モデル

p.119

●乱塊法のデータ構造

$$y_{ij} = \beta_0 + \beta_1 x_i + \gamma_j + \varepsilon_{ij} \quad (3.2.1)$$

水準（説明変数） x_i
横に b 個並んでいる

ブロックの効果 γ_j
縦に a 個並んでいる

$$\begin{pmatrix} y_{11} & y_{12} & \cdots & y_{1b} \\ y_{21} & y_{22} & \cdots & y_{2b} \\ \cdots & \cdots & y_{ij} & \cdots \\ y_{a1} & y_{a2} & \cdots & y_{ab} \end{pmatrix} = \beta_0 + \beta_1 \begin{pmatrix} x_1 & x_1 & \cdots & x_1 \\ x_2 & x_2 & \cdots & x_2 \\ \cdots & \cdots & x_i & \cdots \\ x_a & x_a & \cdots & x_a \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \gamma_1 & \gamma_2 & \cdots & \gamma_b \\ \gamma_1 & \gamma_2 & \cdots & \gamma_b \\ \cdots & \cdots & \gamma_j & \cdots \\ \gamma_1 & \gamma_2 & \cdots & \gamma_b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \cdots & \varepsilon_{1b} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \cdots & \varepsilon_{2b} \\ \cdots & \cdots & \varepsilon_{ij} & \cdots \\ \varepsilon_{a1} & \varepsilon_{a2} & \cdots & \varepsilon_{ab} \end{pmatrix} \quad (3.2.1)$$

観測値 y_{ij} は、 $a \times b$（水準数×ブロック数）の要素から構成（テキストでは簡略化）

モデル

p.119

●乱塊法のデータ構造

$$y_{ij} = \beta_0 + \beta_1 x_i + \gamma_j + \varepsilon_{ij} \quad (3.2.1)$$

$$\begin{pmatrix} y_{11} & y_{12} & \cdots & y_{1b} \\ y_{21} & y_{22} & \cdots & y_{2b} \\ \cdots & \cdots & y_{ij} & \cdots \\ y_{a1} & y_{a2} & \cdots & y_{ab} \end{pmatrix}$$

説明変数 x_i
横に b 個並んでいる

ブロックの効果 γ_j
縦に a 個並んでいる

$$= \beta_0 + \beta_1 \begin{pmatrix} \boxed{\begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdots \\ x_a \end{matrix}} & \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdots \\ x_a \end{matrix} & \begin{matrix} \cdots \\ \cdots \\ x_i \\ \cdots \end{matrix} & \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdots \\ x_a \end{matrix} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \boxed{\gamma_1 \quad \gamma_2 \quad \cdots \quad \gamma_b} \\ \gamma_1 \quad \gamma_2 \quad \cdots \quad \gamma_b \\ \cdots \quad \cdots \quad \gamma_j \quad \cdots \\ \gamma_1 \quad \gamma_2 \quad \cdots \quad \gamma_b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \cdots & \varepsilon_{1b} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \cdots & \varepsilon_{2b} \\ \cdots & \cdots & \varepsilon_{ij} & \cdots \\ \varepsilon_{a1} & \varepsilon_{a2} & \cdots & \varepsilon_{ab} \end{pmatrix} \quad (3.2.1)$$

$$\begin{aligned} y_{ij} &= (b_0 + b_1 x_i) + c_j + e_{ij} \\ &= \hat{y}_i + (\bar{y}_{.j} - \bar{y}_{..}) + \left(y_{ij} - \left(\hat{y}_i + c_j\right)\right) \end{aligned} \quad (3.2.2)$$

水準 x_i の
平均の**予測値**

ブロック効果の推定値
ブロック平均 − 総平均

誤差の推定値
等号が成立するように設定

モデル

p.119

●乱塊法のデータ構造（補足）

$$
\begin{aligned}
y_{ij} &= (b_0 + b_1 x_i) + c_j + e_{ij} \\
&= \hat{y}_i + (\bar{y}_{.j} - \bar{y}_{..}) + \left(y_{ij} - (\hat{y}_i + c_j)\right) && (3.2.2) \\
&= \bar{y}_{..} + (\hat{y}_i - \bar{y}_{..}) + (\bar{y}_{.j} - \bar{y}_{..}) + \left(y_{ij} - (\hat{y}_i + c_j)\right) && (3.2.2')
\end{aligned}
$$

観測値

総平均

1次回帰の効果
予測値－総平均

ブロック効果
ブロック平均－総平均

残差
観測値－(予測値＋ブロック効果)
等号が成立するように設定

$$\hat{y}_i = b_0 + b_1 x_i$$

平方和の分解

p.120

●データの分解

Excel ファイル「DE改3-乱塊法.xls」、名前ボックスから「表示 3.2.1」（Fig32_01）を選択

$$y_{ij} = \bar{y}_{..} + (\hat{y}_i - \bar{y}_{..}) + (\bar{y}_{.j} - \bar{y}_{..}) + \left(y_{ij} - (\hat{y}_i + c_j)\right) \qquad (3.2.2')$$

表示3.1.1（改変）　データと平均

観測値

投与量＼ﾌﾞﾛｯｸ	B1	B2	B3	B4	B5	平均
0	10.8	9.9	9.7	10.4	10.7	10.30
10	10.7	10.6	11.0	10.8	10.9	10.80
20	11.4	10.7	10.9	11.3	11.7	11.20
30	11.9	11.2	11.0	11.1	11.3	11.30
平均	11.20	10.60	10.65	10.90	11.15	10.90

観測値から回帰式を得て、
回帰式から予測値 $\hat{y}$ を計算

表示3.2.1　効果と残差

投与量＼ﾌﾞﾛｯｸ	B1	B2	B3	B4	B5	効果	(y-hat) 予測値
0	0.11	-0.19	-0.44	0.01	0.06	-0.51	10.39
10	-0.33	0.17	0.52	0.07	-0.08	-0.17	10.73
20	0.03	-0.07	0.08	0.23	0.38	0.17	11.07
30	0.19	0.09	-0.16	-0.31	-0.36	0.51	11.41
効果	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25	10.90	

平方和の分解

p.120

●回帰式の算出

LINEST関数による回帰係数と切片の算出

回帰係数と切片の算出に、水準の平均値と投与量を用いる（各ブロックで共通）

周囲のコメントを他からコピー

表示3.1.1（改変） データと平均

観測値

投与量＼ﾌﾞﾛｯｸ	B1	B2	B3	B4	B5	平均
0	10.8	9.9	9.7	10.4	10.7	10.30
10	10.7	10.6	11.0	10.8	10.9	10.80
20	11.4	10.7	10.9	11.3	11.7	11.20
30	11.9	11.2	11.0	11.1	11.3	11.30
平均	11.20	10.60	10.65	10.90	11.15	10.90

x 範囲　　y 範囲

	x	const	
回帰係数	0.034	10.390	切片
その標準誤差	0.006	0.121	その標準誤差
寄与率	0.932	0.145	標準偏差
F比	27.524	2	残差自由度
回帰平方和	0.578	0.042	残差平方和

$$\hat{y}_i = 10.39 + 0.034x_i$$

LINEST 関数による直線回帰の方法（§2.1 参照）

（1） ５行２列の出力領域を範囲指定して反転させる

（2）反転させた状態で、関数を入力　= LINEST(y 範囲, x 範囲 , , TRUE)

（3）Ctrlキー・Shiftキーを同時に押しながらEnterキーを押す

（4）指定した範囲に結果が表示される

カンマ２つ

Ctrl キー+
Shft キー+
Enterキー
で確定

平方和の分解

p.120

●データの分解

$$y_{ij} = \bar{y}_{..} + (\hat{y}_i - \bar{y}_{..}) + (\bar{y}_{.j} - \bar{y}_{..}) + \left(y_{ij} - (\hat{y}_i + c_j)\right) \qquad (3.2.2')$$

観測値　総平均　1次回帰の効果 予測値－総平均　ブロック効果 ブロック平均－総平均　残差 観測値－(予測値＋ブロック効果)

表示3.1.1（改変）

データと平均

投与量＼ﾌﾞﾛｯｸ	B1	B2	B3	B4	B5	平均
0	10.8	9.9	9.7	10.4	10.7	10.30
10	10.7	10.6	11.0	10.8	10.9	10.80
20	11.4	10.7	10.9	11.3	11.7	11.20
30	11.9	11.2	11.0	11.1	11.3	11.30
平均	11.20	10.60	10.65	10.90	11.15	10.90

水準 x_i

観測値

表示3.2.1

効果と残差

投与量＼ﾌﾞﾛｯｸ	B1	B2	B3	B4	B5	効果	(y-hat) 予測値
0	0.11	-0.19	-0.44	0.01	0.06	-0.51	10.39
10	-0.33	0.17	0.52	0.07	-0.08	-0.17	10.73
20	0.03	-0.07	0.08	0.23	0.38	0.17	11.07
30	0.19	0.09	-0.16	-0.31	-0.36	0.51	11.41
効果	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25	10.90	

予測値

$10.39 + 0.034 \times 0 = 10.39$

$10.39 + 0.034 \times 10 = 10.73$

$10.39 + 0.034 \times 20 = 11.07$

$10.39 + 0.034 \times 30 = 11.41$

予測値 $\hat{y}_i = 10.39 + 0.034 x_i$

平方和の分解

●データの分解

$$y_{ij} = \bar{y}_{..} + (\hat{y}_i - \bar{y}_{..}) + (\bar{y}_{.j} - \bar{y}_{..}) + \left(y_{ij} - (\hat{y}_i + c_j)\right) \qquad (3.2.2')$$

観測値　総平均　1次回帰の効果 予測値－総平均　ブロック効果 ブロック平均－総平均　残差 観測値－(予測値＋ブロック効果)

表示3.1.1（改変）　データと平均

投与量＼ブロック	B1	B2	B3	B4	B5	平均
0	10.8	9.9	9.7	10.4	10.7	10.30
10	10.7	10.6	11.0	10.8	10.9	10.80
20	11.4	10.7	10.9	11.3	11.7	11.20
30	11.9	11.2	11.0	11.1	11.3	11.30
平均	11.20	10.60	10.65	10.90	11.15	10.90

観測値

表示3.2.1　効果と残差

残差　1次の効果

投与量＼ブロック	B1	B2	B3	B4	B5	効果	(y-hat) 予測値
0	0.11	-0.19	-0.44	0.01	0.06	-0.51	10.39
10	-0.33	0.17	0.52	0.07	-0.08	-0.17	10.73
20	0.03	-0.07	0.08	0.23	0.38	0.17	11.07
30	0.19	0.09	-0.16	-0.31	-0.36	0.51	11.41
効果	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25	10.90	

ブロック効果　総平均

予測値（投与量 x_1）

$10.39 + 0.034 \times 0 = 10.39$

１次回帰の効果（投与量 $x = 0$）

$10.39 - 10.90 = -0.51$

ブロック効果（ブロック B1）

$11.20 - 10.90 = 0.30$

残差（投与量 x_1 、ブロック B1）

$10.8 - (10.39 + 0.30) = 0.11$

平方和の分解

p.120

●データの分解

投与量 x_1 のブロック B1 の観測値 y_{11} の分解

$$y_{11} = 10.8 = 10.9 + (-0.51) + 0.30 + 0.11$$

表示3.1.1（改変）　データと平均

投与量＼ブロック	B1	B2	B3	[illegible]	B5	平均
0	10.8	9.9	[illegible]	10.4	10.7	10.30
10	10.7	10.6	11.0	10.8	10.9	10.80
20	11.4	10.7	10.9	11.3	11.7	11.20
30	11.9	11.2	11.0	11.1	11.3	11.30
平均	11.20	10.60	10.65	10.90	11.15	10.90

観測値

表示3.2.1　効果と残差

残差　1 次効果

投与量＼ブロック	B1	B2	B3	B4	B5	効果	予測値
0	0.11	-0.19	-0.44	0.01	0.06	-0.51	10.39
10	-0.33	0.17	0.52	0.07	-0.08	-0.17	10.73
20	0.03	-0.07	0.08	0.23	0.38	0.17	11.07
30	0.19	0.09	-0.16	-0.31	-0.36	0.51	11.41
効果	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25	10.90	

ブロック効果　総平均

y_{11}

観測値 y_{ij}

	B1	B2	B3	B4	B5
0	10.8	9.9	9.7	10.4	10.7
10	10.7	10.6	11.0	10.8	10.9
20	11.4	10.7	10.9	11.3	11.7
30	11.9	11.2	11.0	11.1	11.3

=

総平均 $y_{..}$

0	10.9	10.9	10.9	10.9	10.9
10	10.9	10.9	10.9	10.9	10.9
20	10.9	10.9	10.9	10.9	10.9
30	10.9	10.9	10.9	10.9	10.9

+

1 次効果 効果 2.890

						$\hat{y}_i$
0	-0.51	-0.51	-0.51	-0.51	-0.51	10.39
10	-0.17	-0.17	-0.17	-0.17	-0.17	10.73
20	0.17	0.17	0.17	0.17	0.17	11.07
30	0.51	0.51	0.51	0.51	0.51	11.41

+

ブロック効果 c_j 1.220

0	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25
10	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25
20	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25
30	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25

+

残差 e_{ij} 1.170

0	0.11	-0.19	-0.44	0.01	0.06
10	-0.33	0.17	0.52	0.07	-0.08
20	0.03	-0.07	0.08	0.23	0.38
30	0.19	0.09	-0.16	-0.31	-0.36

平方和の分解

p.120

●データの分解

$$y_{ij} = \bar{y}_{..} + (\hat{y}_i - \bar{y}_{..}) + (\bar{y}_{.j} - \bar{y}_{..}) + \left(y_{ij} - (\hat{y}_i + c_j)\right) \quad (3.2.2')$$

$$= \bar{y}_{..} + \text{効果} + c_j + e_{ij}$$

$$\hat{y}_i = b_0 + b_1 x_i = 10.39 + 0.034 x_i$$

x_1, B1：$y_{11} = 10.8 = 10.9 + (-0.51) + 0.30 + 0.11$

表示3.2.1　効果と残差

投与量＼ﾌﾞﾛｯｸ	B1	B2	B3	B4	B5	効果	(y-hat) 予測値
0	0.11	-0.19	-0.44	0.01	0.06	-0.51	10.39
10	-0.33	0.17	0.52	0.07	-0.08	-0.17	10.73
20	0.03	-0.07	0.08	0.23	0.38	0.17	11.07
30	0.19	0.09	-0.16	-0.31	-0.36	0.51	11.41
効果	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25	10.90	

残差　1次効果　ブロック効果　総平均

観測値 y_{ij}

	B1	B2	B3	B4	B5
0	10.8	9.9	9.7	10.4	10.7
10	10.7	10.6	11.0	10.8	10.9
20	11.4	10.7	10.9	11.3	11.7
30	11.9	11.2	11.0	11.1	11.3

=

総平均 $\bar{y}_{..}$

0	10.9	10.9	10.9	10.9	10.9
10	10.9	10.9	10.9	10.9	10.9
20	10.9	10.9	10.9	10.9	10.9
30	10.9	10.9	10.9	10.9	10.9

+

1次効果 効果 2.890

						$\hat{y}_i$
0	-0.51	-0.51	-0.51	-0.51	-0.51	10.39
10	-0.17	-0.17	-0.17	-0.17	-0.17	10.73
20	0.17	0.17	0.17	0.17	0.17	11.07
30	0.51	0.51	0.51	0.51	0.51	11.41

+

ブロック効果 c_j 1.220

0	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25
10	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25
20	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25
30	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25

+

残差 e_{ij} 1.170

0	0.11	-0.19	-0.44	0.01	0.06
10	-0.33	0.17	0.52	0.07	-0.08
20	0.03	-0.07	0.08	0.23	0.38
30	0.19	0.09	-0.16	-0.31	-0.36

平方和の分解

●データの分解

$$y_{ij} = \boxed{\bar{y}_{..}} + (\hat{y}_i - \boxed{\bar{y}_{..}}) + (\bar{y}_{.j} - \boxed{\bar{y}_{..}}) + \left(y_{ij} - (\hat{y}_i + c_j)\right)$$

$$= \boxed{\bar{y}_{..}} + \quad 効果 \quad + \quad c_j \quad + \quad e_{ij} \qquad (3.2.2')$$

$$\hat{y}_i = b_0 + b_1 x_i = 10.39 + 0.034 x_i$$

表示3.2.1 効果と残差

投与量＼ﾌﾞﾛｯｸ	B1	B2	B3	B4	B5	効果	(y-hat) 予測値
0	0.11	-0.19	-0.44	0.01	0.06	-0.51	10.39
10	-0.33	0.17	0.52	0.07	-0.08	-0.17	10.73
20	0.03	-0.07	0.08	0.23	0.38	0.17	11.07
30	0.19	0.09	-0.16	-0.31	-0.36	0.51	11.41
効果	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25	10.90	

残差

1次効果

ブロック効果

総平均

観測値 y_{ij}

	B1	B2	B3	B4	B5
0	10.8	9.9	9.7	10.4	10.7
10	10.7	10.6	11.0	10.8	10.9
20	11.4	10.7	10.9	11.3	11.7
30	11.9	11.2	11.0	11.1	11.3

=

総平均 $y_{..}$

0	10.9	10.9	10.9	10.9	10.9
10	10.9	10.9	10.9	10.9	10.9
20	10.9	10.9	10.9	10.9	10.9
30	10.9	10.9	10.9	10.9	10.9

+

1次効果 効果 2.890

						$\hat{y}_i$
0	-0.51	-0.51	-0.51	-0.51	-0.51	10.39
10	-0.17	-0.17	-0.17	-0.17	-0.17	10.73
20	0.17	0.17	0.17	0.17	0.17	11.07
30	0.51	0.51	0.51	0.51	0.51	11.41

+

ブロック効果 c_j 1.220

0	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25
10	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25
20	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25
30	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25

+

残差 e_{ij} 1.170

0	0.11	-0.19	-0.44	0.01	0.06
10	-0.33	0.17	0.52	0.07	-0.08
20	0.03	-0.07	0.08	0.23	0.38
30	0.19	0.09	-0.16	-0.31	-0.36

平方和の分解

p.120

●データの分解

$$y_{ij} = \bar{y}_{..} + \boxed{(\hat{y}_i - \bar{y}_{..})} + (\bar{y}_{.j} - \bar{y}_{..}) + \left(y_{ij} - (\hat{y}_i + c_j)\right) \quad (3.2.2')$$

$$= \bar{y}_{..} + \boxed{\text{効果}} + c_j + e_{ij}$$

$$\boxed{\hat{y}_i = b_0 + b_1 x_i = 10.39 + 0.034 x_i}$$

$$x_2 : \hat{y}_2 - \bar{y}_{..} = 10.39 + 0.034 \times 10 - 10.90$$

$$= 10.73 - 10.90 = -0.17$$

表示3.2.1 効果と残差

残差

1次効果

投与量＼ﾌﾞﾛｯｸ	B1	B2	B3	B4	B5	効果	(y-hat) 予測値
0	0.11	-0.19	-0.44	0.01	0.06	-0.51	10.39
10	-0.33	0.17	0.52	0.07	-0.08	-0.17	10.73
20	0.03	-0.07	0.08	0.23	0.38	0.17	11.07
30	0.19	0.09	-0.16	-0.31	-0.36	0.51	11.41
効果	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25	10.90	

ブロック効果

総平均

観測値 y_{ij}

	B1	B2	B3	B4	B5
0	10.8	9.9	9.7	10.4	10.7
10	10.7	10.6	11.0	10.8	10.9
20	11.4	10.7	10.9	11.3	11.7
30	11.9	11.2	11.0	11.1	11.3

=

総平均 $y_{..}$

0	10.9	10.9	10.9	10.9	10.9
10	10.9	10.9	10.9	10.9	10.9
20	10.9	10.9	10.9	10.9	10.9
30	10.9	10.9	10.9	10.9	10.9

+

1次効果 効果 2.890

						$\hat{y}_i$
0	-0.51	-0.51	-0.51	-0.51	-0.51	10.39
10	-0.17	-0.17	-0.17	-0.17	-0.17	10.73
20	0.17	0.17	0.17	0.17	0.17	11.07
30	0.51	0.51	0.51	0.51	0.51	11.41

+

ブロック効果 c_j 1.220

0	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25
10	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25
20	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25
30	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25

+

残差 e_{ij} 1.170

0	0.11	-0.19	-0.44	0.01	0.06
10	-0.33	0.17	0.52	0.07	-0.08
20	0.03	-0.07	0.08	0.23	0.38
30	0.19	0.09	-0.16	-0.31	-0.36

平方和の分解

●データの分解

$$y_{ij} = \bar{y}_{..} + (\hat{y}_i - \bar{y}_{..}) + \boxed{(\bar{y}_{.j} - \bar{y}_{..})} + \left(y_{ij} - (\hat{y}_i + c_j)\right) \quad (3.2.2')$$

$$= \bar{y}_{..} + \quad 効果 \quad + \quad \boxed{c_j} \quad + \quad e_{ij}$$

$$\hat{y}_i = b_0 + b_1 x_i = 10.39 + 0.034 x_i$$

$$\mathrm{B1}：\ \bar{y}_{.1} - \bar{y}_{..} = 11.20 - 10.90 = 0.30$$

$$\mathrm{B2}：\bar{y}_{.2} - \bar{y}_{..} = 10.60 - 10.90 = -0.30$$

表示3.2.1　効果と残差

残差　1 次効果　ブロック効果　総平均

投与量＼ブロック	B1	B2	B3	B4	B5	効果	(y-hat) 予測値
0	0.11	-0.19	-0.44	0.01	0.06	-0.51	10.39
10	-0.33	0.17	0.52	0.07	-0.08	-0.17	10.73
20	0.03	-0.07	0.08	0.23	0.38	0.17	11.07
30	0.19	0.09	-0.16	-0.31	-0.36	0.51	11.41
効果	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25	10.90	

観測値 y_{ij}

	B1	B2	B3	B4	B5
0	10.8	9.9	9.7	10.4	10.7
10	10.7	10.6	11.0	10.8	10.9
20	11.4	10.7	10.9	11.3	11.7
30	11.9	11.2	11.0	11.1	11.3

=

総平均 $y_{..}$

0	10.9	10.9	10.9	10.9	10.9
10	10.9	10.9	10.9	10.9	10.9
20	10.9	10.9	10.9	10.9	10.9
30	10.9	10.9	10.9	10.9	10.9

+

1 次効果

効果 2.890

						$\hat{y}_i$
0	-0.51	-0.51	-0.51	-0.51	-0.51	10.39
10	-0.17	-0.17	-0.17	-0.17	-0.17	10.73
20	0.17	0.17	0.17	0.17	0.17	11.07
30	0.51	0.51	0.51	0.51	0.51	11.41

+

ブロック効果 c_j 1.220

0	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25
10	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25
20	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25
30	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25

+

残差 e_{ij} 1.170

0	0.11	-0.19	-0.44	0.01	0.06
10	-0.33	0.17	0.52	0.07	-0.08
20	0.03	-0.07	0.08	0.23	0.38
30	0.19	0.09	-0.16	-0.31	-0.36

平方和の分解

p.120

●データの分解

$$y_{ij} = \bar{y}_{..} + (\hat{y}_i - \bar{y}_{..}) + (\bar{y}_{.j} - \bar{y}_{..}) + \boxed{\left(y_{ij} - (\hat{y}_i + c_j)\right)} \quad (3.2.2')$$

$$= \bar{y}_{..} + \quad 効果 \quad + \quad c_j \quad + \quad \boxed{e_{ij}}$$

$$\hat{y}_i = b_0 + b_1 x_i = 10.39 + 0.034x$$

$$x_1, \mathrm{B2}：y_{12} - (\hat{y}_1 + c_2)$$

$$= 9.9 - \left(10.39 + (-0.30)\right) = -0.19$$

表示3.2.1 効果と残差

投与量＼ﾌﾞﾛｯｸ	B1	B2	B3	B4	B5	効果	(y-hat) 予測値
0	0.11	-0.19	-0.44	0.01	0.06	-0.51	10.39
10	-0.33	0.17	0.52	0.07	-0.08	-0.17	10.73
20	0.03	-0.07	0.08	0.23	0.38	0.17	11.07
30	0.19	0.09	-0.16	-0.31	-0.36	0.51	11.41
効果	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25	10.90	

残差

1次効果

ブロック効果

総平均

観測値 y_{ij}

	B1	B2	B3	B4	B5
0	10.8	9.9	9.7	10.4	10.7
10	10.7	10.6	11.0	10.8	10.9
20	11.4	10.7	10.9	11.3	11.7
30	11.9	11.2	11.0	11.1	11.3

=

総平均 $y_{..}$

0	10.9	10.9	10.9	10.9	10.9
10	10.9	10.9	10.9	10.9	10.9
20	10.9	10.9	10.9	10.9	10.9
30	10.9	10.9	10.9	10.9	10.9

+

1次効果 効果 2.890

						$\hat{y}_i$
0	-0.51	-0.51	-0.51	-0.51	-0.51	10.39
10	-0.17	-0.17	-0.17	-0.17	-0.17	10.73
20	0.17	0.17	0.17	0.17	0.17	11.07
30	0.51	0.51	0.51	0.51	0.51	11.41

+

ブロック効果 c_j 1.220

0	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25
10	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25
20	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25
30	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25

+

残差 e_{ij} 1.170

0	0.11	-0.19	-0.44	0.01	0.06
10	-0.33	0.17	0.52	0.07	-0.08
20	0.03	-0.07	0.08	0.23	0.38
30	0.19	0.09	-0.16	-0.31	-0.36

平方和の分解

p.120

●平方和と自由度

$$S_R = \left((-0.51)^2 + (-0.17)^2 + \cdots + 0.51^2\right) \times 5 = 2.890$$

$$S_B = (0.30^2 + (-0.30)^2 + \cdots + 0.25^2) \times 4 = 1.220$$

$$S_e = 0.11^2 + (-0.19)^2 + \cdots + (-0.36)^2 = 1.170$$

2乗和
=2.890

表示3.2.1　効果と残差

残差　1次効果　(y-hat)

投与量＼ﾌﾞﾛｯｸ	B1	B2	B3	B4	B5	効果	予測値
0	0.11	-0.19	-0.44	0.01	0.06	-0.51	10.39
10	-0.33	0.17	0.52	0.07	-0.08	-0.17	10.73
20	0.03	-0.07	0.08	0.23	0.38	0.17	11.07
30	0.19	0.09	-0.16	-0.31	-0.36	0.51	11.41
効果	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25	10.90	

ブロック効果　総平均

観測値 y_{ij}

	B1	B2	B3	B4	B5
0	10.8	9.9	9.7	10.4	10.7
10	10.7	10.6	11.0	10.8	10.9
20	11.4	10.7	10.9	11.3	11.7
30	11.9	11.2	11.0	11.1	11.3

=

総平均 $y_{\cdot\cdot}$

0	10.9	10.9	10.9	10.9	10.9
10	10.9	10.9	10.9	10.9	10.9
20	10.9	10.9	10.9	10.9	10.9
30	10.9	10.9	10.9	10.9	10.9

+

1次効果

効果 2.890

						$\hat{y}_i$
0	-0.51	-0.51	-0.51	-0.51	-0.51	10.39
10	-0.17	-0.17	-0.17	-0.17	-0.17	10.73
20	0.17	0.17	0.17	0.17	0.17	11.07
30	0.51	0.51	0.51	0.51	0.51	11.41

+

ブロック効果 c_j

1.220

0	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25
10	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25
20	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25
30	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25

+

残差 e_{ij}

1.170

0	0.11	-0.19	-0.44	0.01	0.06
10	-0.33	0.17	0.52	0.07	-0.08
20	0.03	-0.07	0.08	0.23	0.38
30	0.19	0.09	-0.16	-0.31	-0.36

平方和の分解

p.120

●平方和と自由度

2 乗和
=5.28

$y_{ij} - y_{..}$

5.280

	B1	B2	B3	B4	B5
A1	-0.1	-1.0	-1.2	-0.5	-0.2
A2	-0.2	-0.3	0.1	-0.1	0.0
A3	0.5	-0.2	0.0	0.4	0.8
A4	1.0	0.3	0.1	0.2	0.4

総和 0

$$\nu_T = 20 - 1 = 19$$

観測値 y_{ij}

	B1	B2	B3	B4	B5
0	10.8	9.9	9.7	10.4	10.7
10	10.7	10.6	11.0	10.8	10.9
20	11.4	10.7	10.9	11.3	11.7
30	11.9	11.2	11.0	11.1	11.3

=

総平均 $y_{..}$

0	10.9	10.9	10.9	10.9	10.9
10	10.9	10.9	10.9	10.9	10.9
20	10.9	10.9	10.9	10.9	10.9
30	10.9	10.9	10.9	10.9	10.9

+

1 次効果

効果

2.890

						$\hat{y}_i$
0	-0.51	-0.51	-0.51	-0.51	-0.51	10.39
10	-0.17	-0.17	-0.17	-0.17	-0.17	10.73
20	0.17	0.17	0.17	0.17	0.17	11.07
30	0.51	0.51	0.51	0.51	0.51	11.41

+

ブロック効果 c_j

1.220

0	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25
10	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25
20	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25
30	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25

+

残差 e_{ij}

1.170

0	0.11	-0.19	-0.44	0.01	0.06
10	-0.33	0.17	0.52	0.07	-0.08
20	0.03	-0.07	0.08	0.23	0.38
30	0.19	0.09	-0.16	-0.31	-0.36

平方和の分解

p.120

●自由度と自由度

$y_{ij} - y_{..}$

5.280

	B1	B2	B3	B4	B5
A1	-0.1	-1.0	-1.2	-0.5	-0.2
A2	-0.2	-0.3	0.1	-0.1	0.0
A3	0.5	-0.2	0.0	0.4	0.8
A4	1.0	0.3	0.1	0.2	0.4

総和 0

$$\nu_T = 20 - 1 = 19$$

$$\nu_R = 1$$

$$\nu_B = 5 - 1 = 4$$

$$\nu_e = 19 - 1 - 4 = 14$$

観測値

y_{ij}

	B1	B2	B3	B4	B5
0	10.8	9.9	9.7	10.4	10.7
10	10.7	10.6	11.0	10.8	10.9
20	11.4	10.7	10.9	11.3	11.7
30	11.9	11.2	11.0	11.1	11.3

=

総平均

$y_{..}$

0	10.9	10.9	10.9	10.9	10.9
10	10.9	10.9	10.9	[illegible]	[illegible]
20	10.9	10.9	10.9	10.9	10.9
30	10.9	10.9	10.9	10.9	10.9

説明変数 1

\+

1 次効果

効果

2.890

						$\hat{y}_i$
0	-0.51	-0.51	-0.51	-0.51	-0.51	10.39
10	-0.17	-0.17	-0.17	-0.17	-0.17	10.73
20	0.17	0.17	0.17	0.17	0.17	11.07
30	0.51	0.51	0.51	0.51	0.51	11.41

\+

ブロック効果

c_j

1.220

0	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25
10	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25
20	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25
30	0.30	-0.30	-0.25	0.00	[illegible]

総和 0

\+

残差

e_{ij}

1.170

0	0.11	-0.19	-0.44	0.01	0.06
10	-0.33	0.17	0.52	0.07	-0.08
20	0.03	-0.07	0.08	0.23	0.38
30	0.19	0.09	-0.16	-0.31	-0.36

平方和の分解

p.120

●自由度と自由度

(1)量的因子の乱塊法

要因	平方和	自由度
1次	2.89	1
ブロック	1.22	4
残差	1.17	14
全体	5.28	19

$y_{ij} - y_{..}$

5.280

	B1	B2	B3	B4	B5
A1	-0.1	-1.0	-1.2	-0.5	-0.2
A2	-0.2	-0.3	0.1	-0.1	0.0
A3	0.5	-0.2	0.0	0.4	0.8
A4	1.0	0.3	0.1	0.2	0.4

$$\nu_T = 20 - 1 = 19$$

$$\nu_R = 1$$

$$\nu_B = 5 - 1 = 4$$

$$\nu_e = 19 - 1 - 4 = 14$$

観測値 y_{ij}

	B1	B2	B3	B4	B5
0	10.8	9.9	9.7	10.4	10.7
10	10.7	10.6	11.0	10.8	10.9
20	11.4	10.7	10.9	11.3	11.7
30	11.9	11.2	11.0	11.1	11.3

=

総平均 $y_{..}$

0	10.9	10.9	10.9	10.9	10.9
10	10.9	10.9	10.9	10.9	10.9
20	10.9	10.9	10.9	10.9	10.9
30	10.9	10.9	10.9	10.9	10.9

+

1次効果

効果

2.890

						$\hat{y}_i$
0	-0.51	-0.51	-0.51	-0.51	-0.51	10.39
10	-0.17	-0.17	-0.17	-0.17	-0.17	10.73
20	0.17	0.17	0.17	0.17	0.17	11.07
30	0.51	0.51	0.51	0.51	0.51	11.41

+

ブロック効果 c_j

1.220

0	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25
10	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25
20	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25
30	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25

+

残差 e_{ij}

1.170

0	0.11	-0.19	-0.44	0.01	0.06
10	-0.33	0.17	0.52	0.07	-0.08
20	0.03	-0.07	0.08	0.23	0.38
30	0.19	0.09	-0.16	-0.31	-0.36

平方和の分解

p.120

●分散分析表

(1)量的因子の１因子実験（乱塊法）

(1)量的因子の乱塊法

要因	平方和	自由度
１次	2.89	1
ブロック	1.22	4
残差	1.17	14
全体	5.28	19

(2)質的因子の乱塊法
表示 3.1.4 p.113

要因	平方和	自由度
水準間	3.10	3
ブロック	1.22	4
残差	0.96	12
全体	5.28	19

(3)量的因子の１因子実験
表示 2.1.4 p.79

要因	平方和	自由度
水準間	3.10	3
1次	2.89	1
LOF	0.21	2
残差	2.18	16
全体	5.28	19

全体の平方和と
自由度は同じ

(2)質的因子の１因子実験（乱塊法）

	B1	B2	B3	B4	B5
A1	10.8	9.9	9.7	10.4	10.7
A2	10.7	10.6	11.0	10.8	10.9
A3	11.4	10.7	10.9	11.3	11.7
A4	11.9	11.2	11.0	11.1	11.3

(3)量的因子の１因子実験

	1	2	3	4	5
0	10.8	9.9	9.7	10.4	10.7
10	10.7	10.6	11.0	10.8	10.9
20	11.4	10.7	10.9	11.3	11.7
30	11.9	11.2	11.0	11.1	11.3

観測値 y_{ij}

	B1	B2	B3	B4	B5
0	10.8	9.9	9.7	10.4	10.7
10	10.7	10.6	11.0	10.8	10.9
20	11.4	10.7	10.9	11.3	11.7
30	11.9	11.2	11.0	11.1	11.3

=

総平均 $y_{..}$

0	10.9	10.9	10.9	10.9	10.9
10	10.9	10.9	10.9	10.9	10.9
20	10.9	10.9	10.9	10.9	10.9
30	10.9	10.9	10.9	10.9	10.9

+

１次効果
効果
2.890

						$\hat{y}_i$
0	-0.51	-0.51	-0.51	-0.51	-0.51	10.39
10	-0.17	-0.17	-0.17	-0.17	-0.17	10.73
20	0.17	0.17	0.17	0.17	0.17	11.07
30	0.51	0.51	0.51	0.51	0.51	11.41

+

ブロック効果
c_j
1.220

0	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25
10	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25
20	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25
30	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25

+

残差
e_{ij}
1.170

0	0.11	-0.19	-0.44	0.01	0.06
10	-0.33	0.17	0.52	0.07	-0.08
20	0.03	-0.07	0.08	0.23	0.38
30	0.19	0.09	-0.16	-0.31	-0.36

平方和の分解

p.120

●分散分析表

(1)量的因子の乱塊法

要因	平方和	自由度
1 次	2.89	1
ブロック	1.22	4
残差	1.17	14
全体	5.28	19

1.17 = 0.96 + 0.21

(2)質的因子の乱塊法
表示 3.1.4 p.113

要因	平方和	自由度
水準間	3.10	3
ブロック	1.22	4
残差	0.96	12
全体	5.28	19

(3)量的因子の１因子実験
表示 2.1.4 p.79

要因	平方和	自由度
水準間	3.10	3
1次	2.89	1
LOF	0.21	2
残差	2.18	16
全体	5.28	19

表示 3.2.2

要因	平方和	自由度	平均平方	F 比	p 値
水準間	3.10	3	1.033		
1次	2.89	1	2.890	36.125	0.0001
LOF	0.21	2	0.105	1.313	0.3051
ブロック	1.22	4	0.305	3.812	0.0318
残差	0.96	12	0.080	1.000	
全体	5.28	19			

3.10 = 2.89+0.21

観測値 y_{ij}

	B1	B2	B3	B4	B5
0	10.8	9.9	9.7	10.4	10.7
10	10.7	10.6	11.0	10.8	10.9
20	11.4	10.7	10.9	11.3	11.7
30	11.9	11.2	11.0	11.1	11.3

=

総平均 $y_{\cdot\cdot}$

0	10.9	10.9	10.9	10.9	10.9
10	10.9	10.9	10.9	10.9	10.9
20	10.9	10.9	10.9	10.9	10.9
30	10.9	10.9	10.9	10.9	10.9

+

1 次効果
効果
2.890

						$\hat{y}_i$
0	-0.51	-0.51	-0.51	-0.51	-0.51	10.39
10	-0.17	-0.17	-0.17	-0.17	-0.17	10.73
20	0.17	0.17	0.17	0.17	0.17	11.07
30	0.51	0.51	0.51	0.51	0.51	11.41

+

ブロック効果 c_j
1.220

0	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25
10	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25
20	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25
30	0.30	-0.30	-0.25	0.00	0.25

+

残差 e_{ij}
1.170

0	0.11	-0.19	-0.44	0.01	0.06
10	-0.33	0.17	0.52	0.07	-0.08
20	0.03	-0.07	0.08	0.23	0.38
30	0.19	0.09	-0.16	-0.31	-0.36

平方和の分解

● 分散分析表：LOF の平方和

(1)量的因子の乱塊法

要因	平方和	自由度
1 次	2.89	1
ブロック	1.22	4
残差	1.17	14
全体	5.28	19

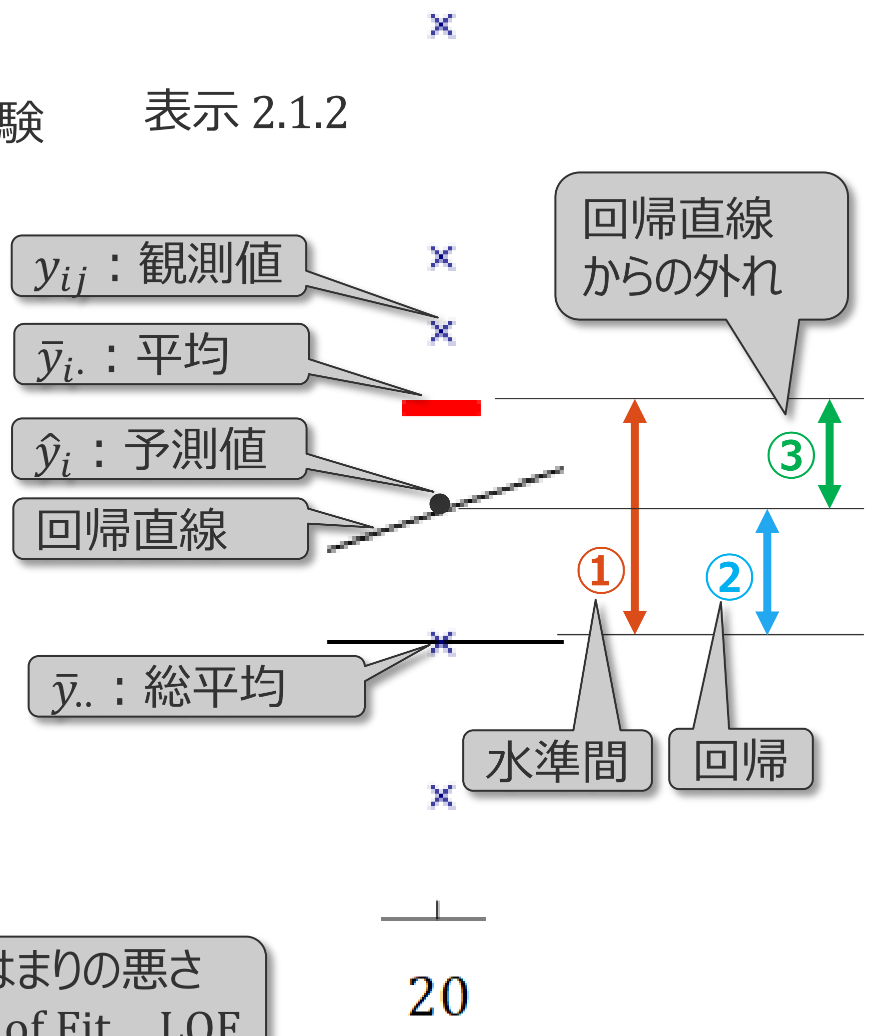
(2)質的因子の乱塊法
表示 3.1.4 p.113

要因	平方和	自由度
水準間	3.10	3
ブロック	1.22	4
残差	0.96	12
全体	5.28	19

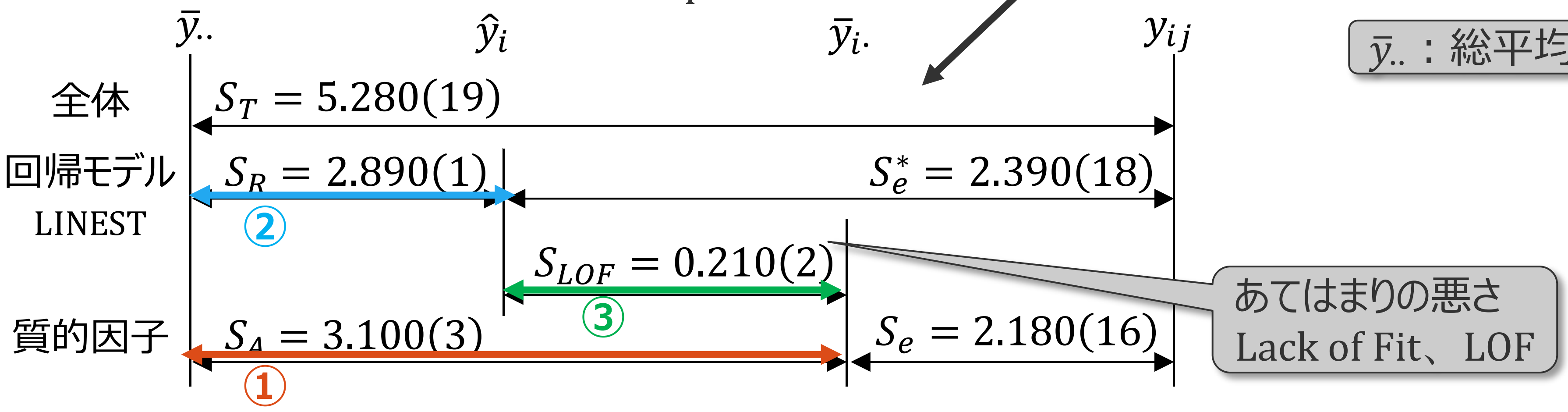
(3)量的因子の 1 因子実験
表示 2.1.4 p.79

要因	平方和	自由度
水準間	3.10	3
1次	2.89	1
LOF	0.21	2
残差	2.18	16
全体	5.28	19

表示 2.1.2



表示 2.1.3 量的因子の 1 因子実験（p.78 ）



平方和の分解

p.120

●分散分析表

全体 $S_T = 5.28\ (19)$

(3) 量的因子の１因子実験 $S_R = 2.89\ (1)$ $S_e^* = 2.39\ (18)$

(§2.1 p.78)

$S_{LOF} = 0.21\ (2)$ $S_e = 2.18\ (16)$

(4) 量的因子の１因子実験（乱塊法） $S_R = 2.89\ (1)$ $S_{LOF} = 0.21\ (2)$ $S_B = 1.22\ (4)$ $S_e = 0.96\ (12)$

表示 3.2.2 Excel による分散分析表（１因子実験の乱塊法）

要因	平方和	自由度	平均平方	F 比	p 値
水準間	3.10	3	1.033		
1次	2.89	1	2.890	36.125	0.0001
LOF	0.21	2	0.105	1.313	0.3051
ブロック	1.22	4	0.305	3.812	0.0318
残差	0.96	12	0.080	1.000	
全体	5.28	19			

平方和の分解

p.120

●分散分析表

全体 $S_T = 5.28\ (19)$

(3) 量的因子の1因子実験 $S_R = 2.89\ (1)$ 　$S_e^* = 2.39\ (18)$

(§2.1 p.78)

$S_{LOF} = 0.21\ (2)$ 　$S_e = 2.18\ (16)$

(4) 量的因子の1因子実験（乱塊法） $S_R = 2.89\ (1)$ 　$S_{LOF} = 0.21\ (2)$ 　$S_B = 1.22\ (4)$ 　$S_e = 0.96\ (12)$

$F = 2.890/0.080$

表示 3.2.2 Excel による分散分析表（1因子実験の乱塊法）

要因	平方和	自由度	平均平方	F比	p値
水準間	3.10	3	1.033		
1次	2.89	1	2.890	36.125	0.0001
LOF	0.21	2	0.105	1.313	0.3051
ブロック	1.22	4	0.305	3.812	0.0318
残差	0.96	12	0.080	1.000	
全体	5.28	19			

2.18

F 比の分母

乱塊法の残差平方和（0.96）は
1因子実験の残差平方和（2.18）から、
ブロック因子の平方和（1.22）を
除去して求められる
系統誤差をF比の分母から除去して、
制御因子の効果の検出力を高める

p.120

（2）JMP による解析

量的因子の１因子実験（乱塊法）のデータを JMP で解析

JMP による解析

p.120

●JMPファイルの読み込みと表示

JMP ファイル「3-乱塊法.jmp」を読み込み

●データ

表示 3.1.1 と同じデータ（質的因子 → 量的因子）
量的因子の乱塊法実験データ、４水準、ブロックによる反復５
水準の列名は「投与量」、ブロックの列名は「ブロック」、
観測値の列名は「y」

●解析方法

［二変量の関係］（別々）
「投与量」と「ブロック」を別々に解析
［モデルのあてはめ］（一緒）
「投与量」と「ブロック」を一緒に解析

使わない

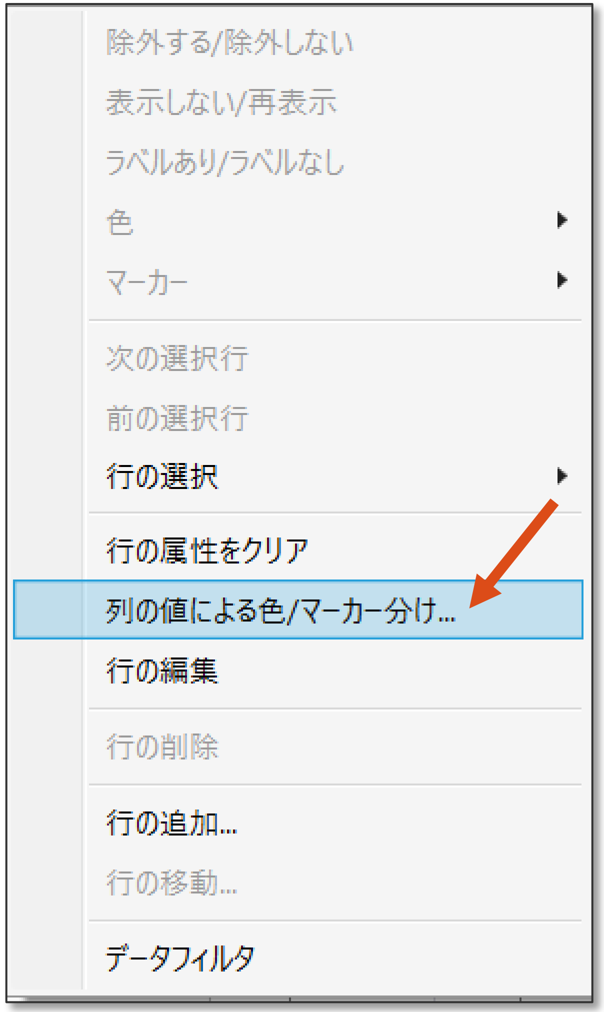
使用

		薬剤	ブロック	y	投与量
A	1	A1	B1	10.8	0
B	2	A1	B2	9.9	0
C	3	A1	B3	9.7	0
D	4	A1	B4	10.4	0
E	5	A1	B5	10.7	0
A	6	A2	B1	10.7	10
B	7	A2	B2	10.6	10
C	8	A2	B3	11	10
D	9	A2	B4	10.8	10
E	10	A2	B5	10.9	10
A	11	A3	B1	11.4	20

JMP による解析

p.120

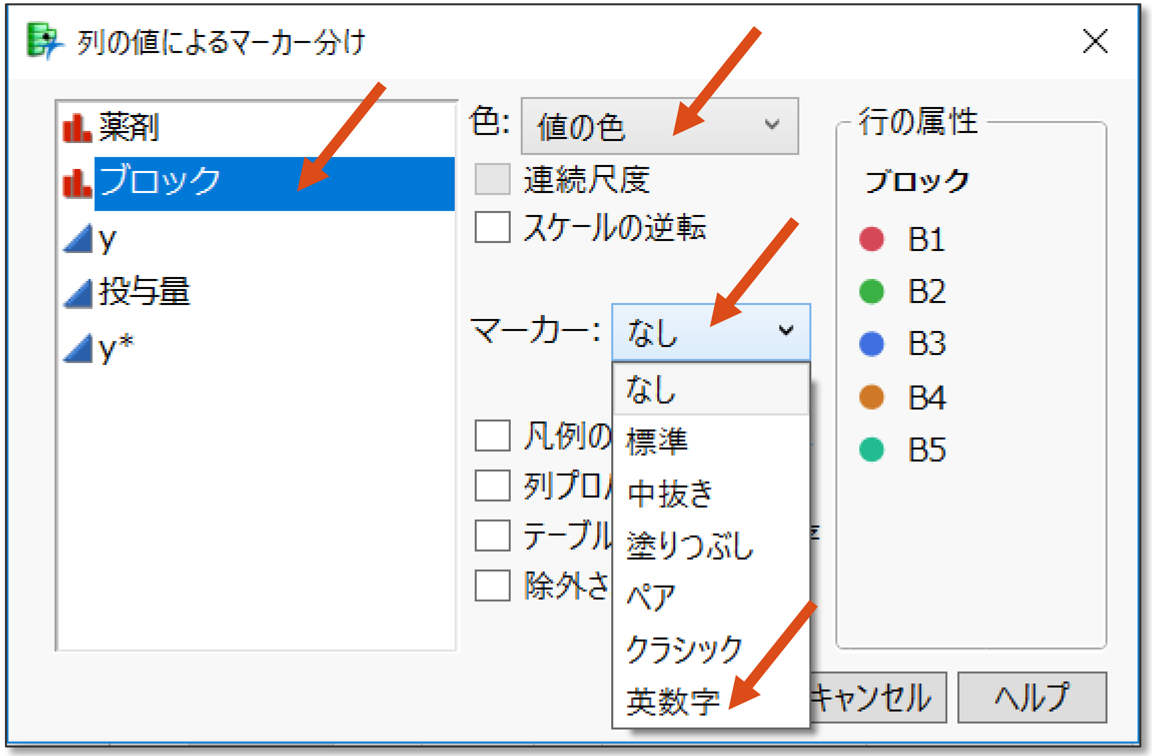
●列の値による色／マーカー分け

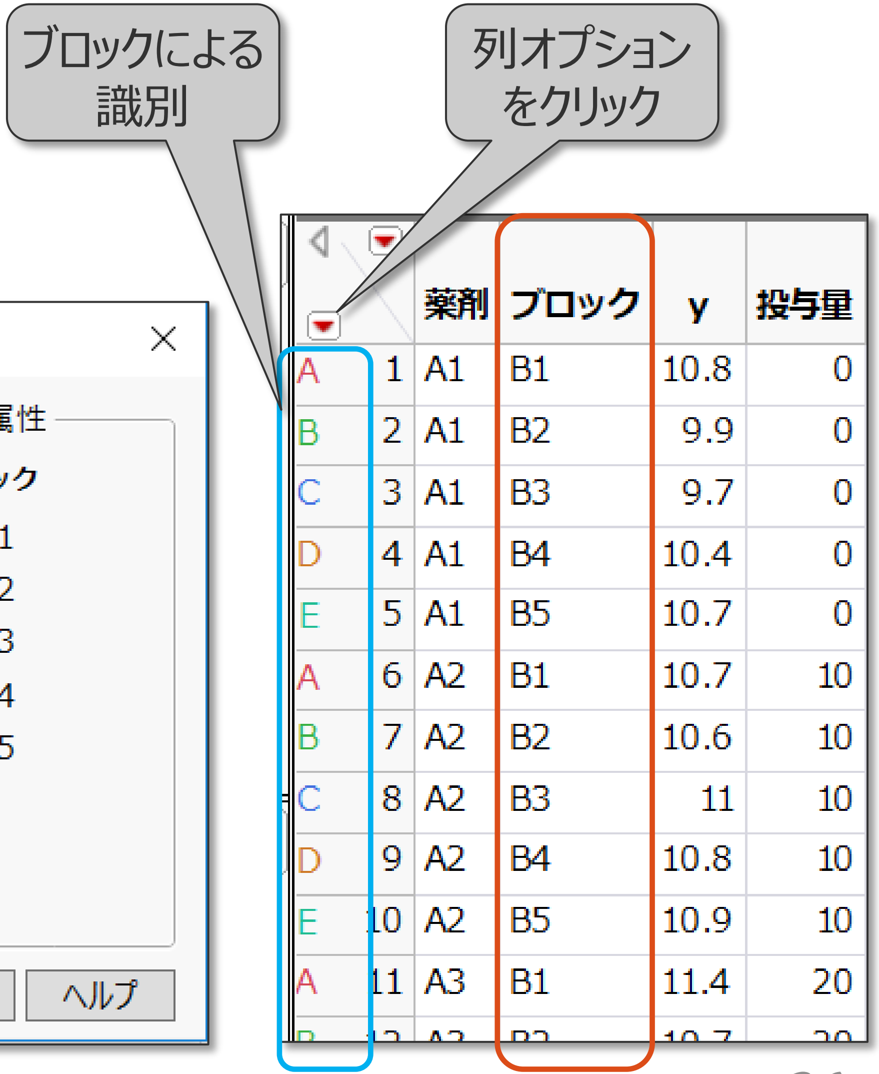


ブロックごとに、色とマーカーで識別

▼＞［列の値による色／マーカー分け］

＞ダイアログ





JMP［二変量の関係］（別々）

p.120

- 「y」と「投与量」、「y」と「ブロック」の解析

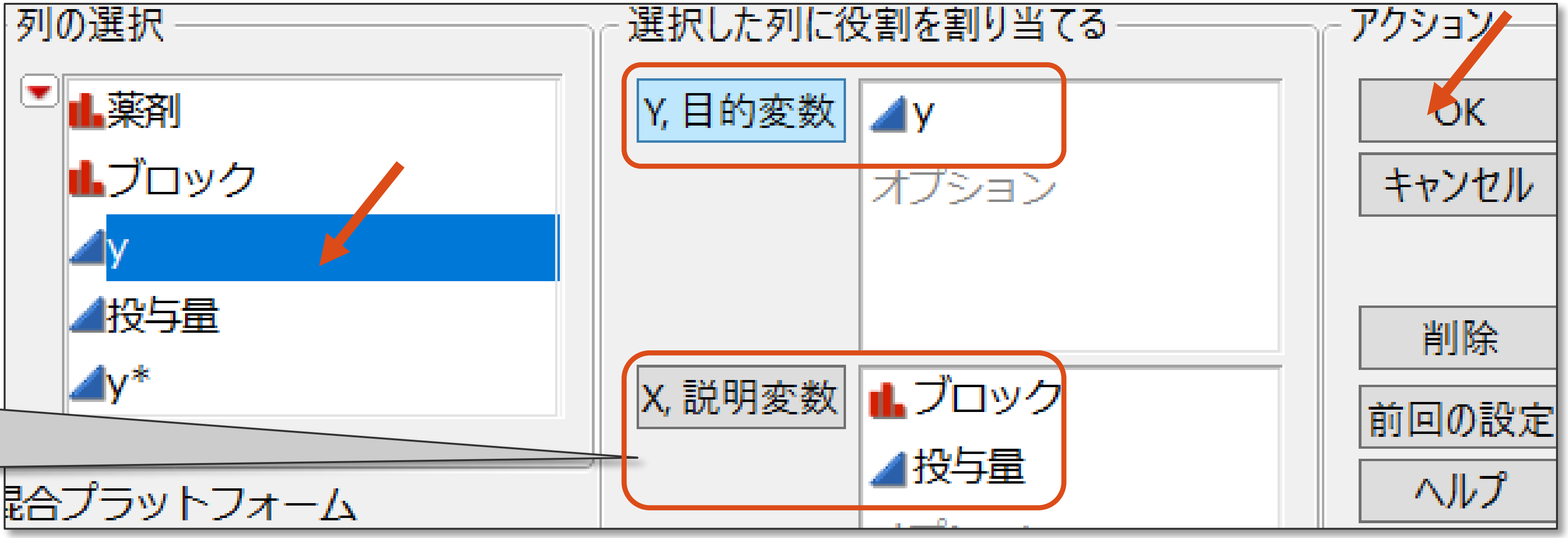
［分析］＞［二変量の関係］＞［Y,目的変数］［X,説明変数］の設定

［X,説明変数］に「投与量」「ブロック」の２変量を設定

これにより、**同時に**二通りの［二変量の関係］の解析を行う

「y」と「投与量」

「y」と「ブロック」

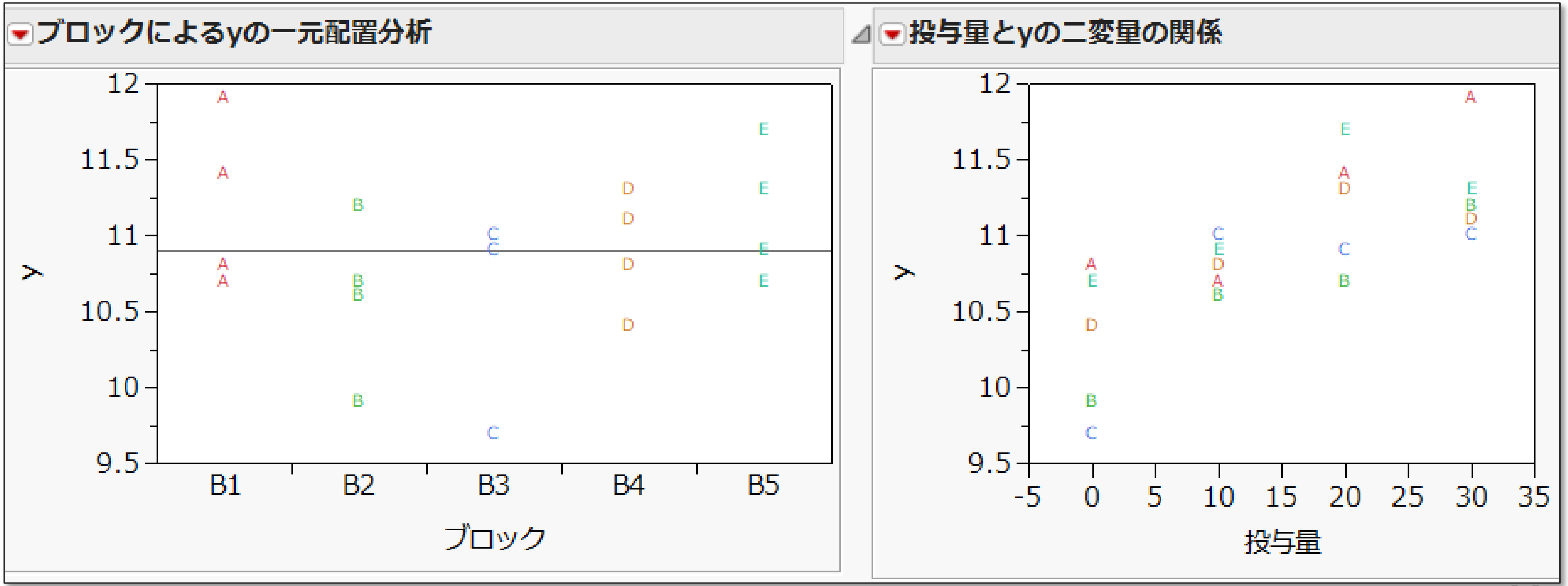


「投与量」と「ブロック」を設定
「y」と「投与量」の解析と
「y」と「ブロック」の解析を
同時に行う

JMP ［二変量の関係］（別々）

p.120

- 「y」と「投与量」、「y」と「ブロック」の解析



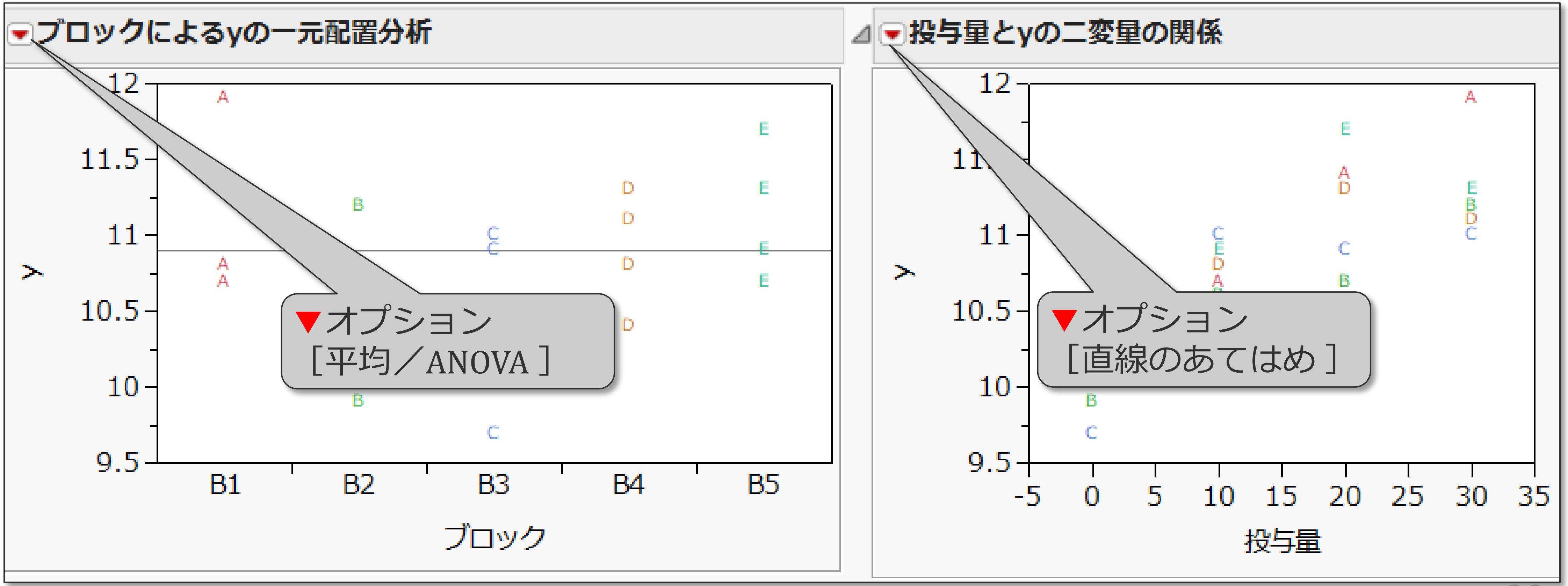
JMP［二変量の関係］（別々）

p.120

- 「y」と「投与量」、「y」と「ブロック」の解析

  「y」と「投与量」：ブロックによるyの一元配置分析 ▼オプション＞［直線のあてはめ］

  「y」と「ブロック」：投与量とyの２変量の関係 ▼オプション＞［平均／ANOVA］



JMP［二変量の関係］（別々）

p.120

- 「y」と「投与量」の解析
  ［直線のあてはめ］

表示 2.1.8
p.83 参照

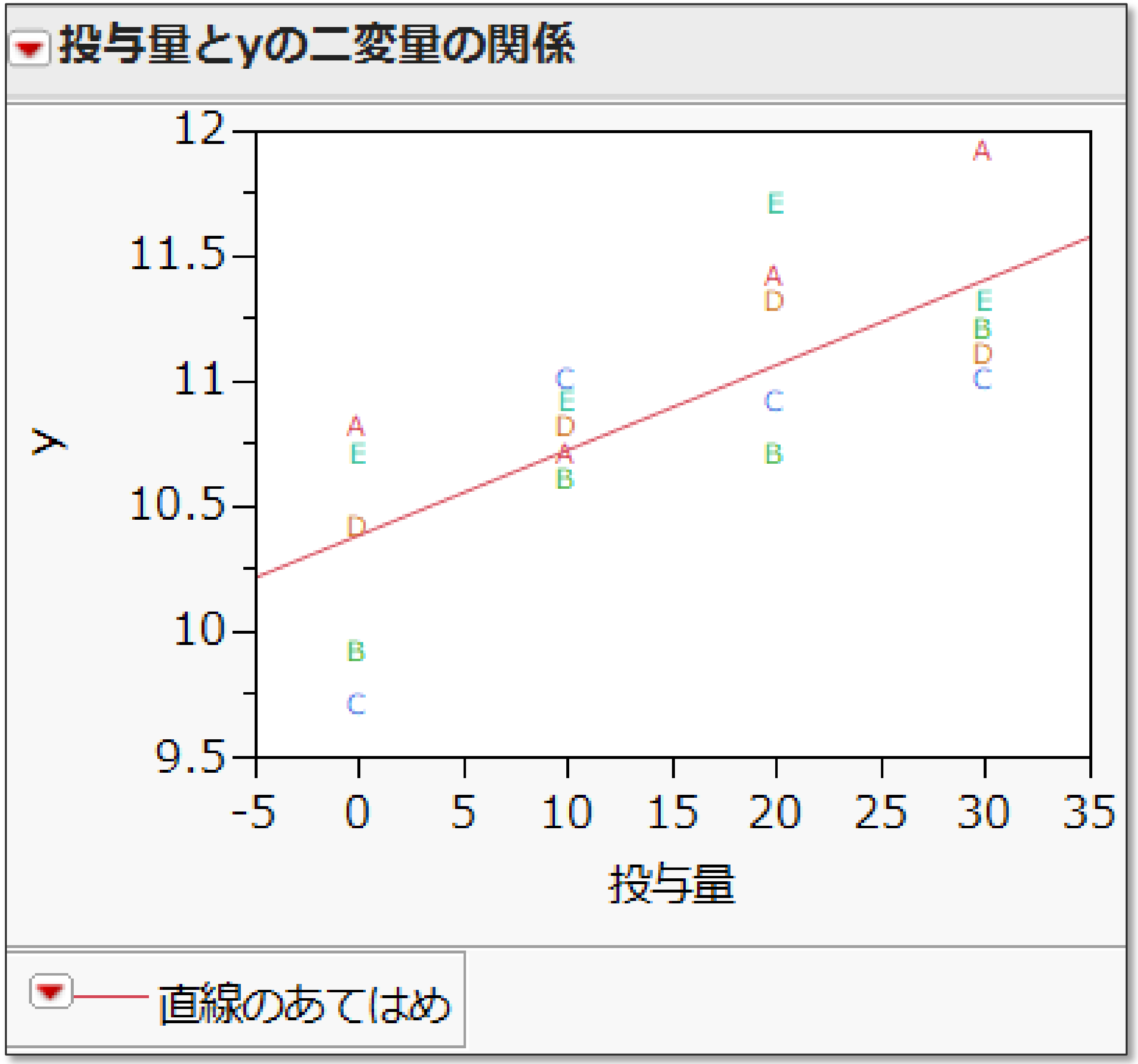
§2.1「直線関係の場合」で説明済み

直線のあてはめ

y = 10.39 + 0.034*投与量

あてはめの要約

R2乗	0.547348
自由度調整R2乗	0.522201
誤差の標準偏差(RMSE)	0.364387
Yの平均	10.9
オブザベーション(または重みの合計)	20



JMP［二変量の関係］（別々）

p.120

- 「y」と「投与量」の解析［直線のあてはめ］

表示 2.1.8 p.83 参照

§2.1「直線関係の場合」で説明済み

分散分析

要因	自由度	平方和	平均平方	F値
モデル	1	2.8900000	2.89000	21.7657
誤差	18	2.3900000	0.13278	p値(Prob>F)
全体(修正済み)	19	5.2800000		0.0002*

パラメータ推定値

項	推定値	標準誤差	t値	p値(Prob>|t|)
切片	10.39	0.136341	76.21	<.0001*
投与量	0.034	0.007288	4.67	0.0002*

あてはまりの悪さ(LOF)

要因	自由度	平方和	平均平方	F値
あてはまりの悪さ(LOF)	2	0.2100000	0.105000	0.7706
純粋誤差	16	2.1800000	0.136250	p値(Prob>F)
合計誤差	18	2.3900000		0.4791

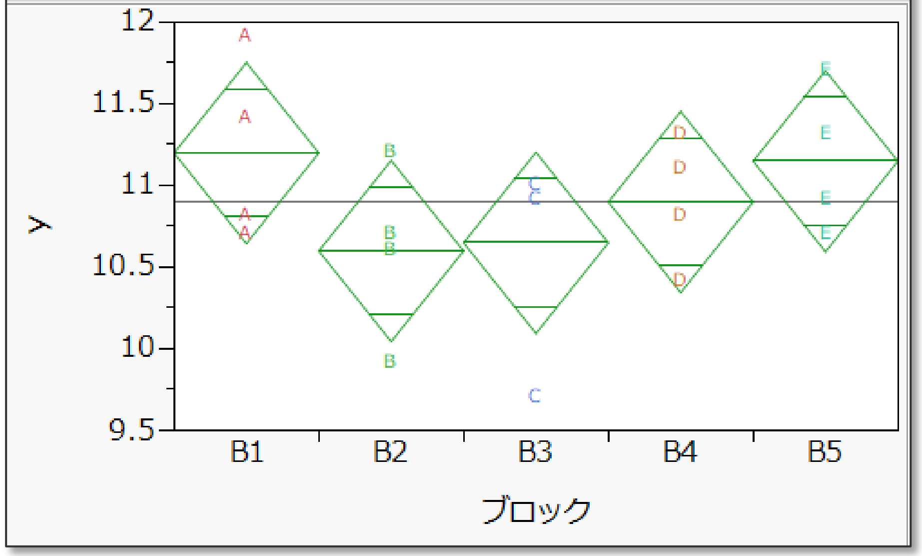
JMP［二変量の関係］（別々）

- 「y」と「ブロック」の解析

  ［平均／ANOVA］

  §3.1 「質的因子の乱塊法」で説明済

ブロックによるyの一元配置分析



表示 3.1.6
p.115 参照

各水準の平均

水準	数	平均	標準誤差	下側95%	上側95%
B1	4	11.2000	0.26013	10.646	11.754
B2	4	10.6000	0.26013	10.046	11.154
B3	4	10.6500	0.26013	10.096	11.204
B4	4	10.9000	0.26013	10.346	11.454
B5	4	11.1500	0.26013	10.596	11.704

平均の標準誤差および信頼区間は、各グループの誤差分散がすべて等しいと仮定したときのものです

分散分析

要因	自由度	平方和	平均平方	F値	p値(Prob>F)
ブロック	4	1.2200000	0.305000	1.1268	0.3809
誤差	15	4.0600000	0.270667		
全体(修正済み)	19	5.2800000			

JMP［モデルのあてはめ］（一緒）

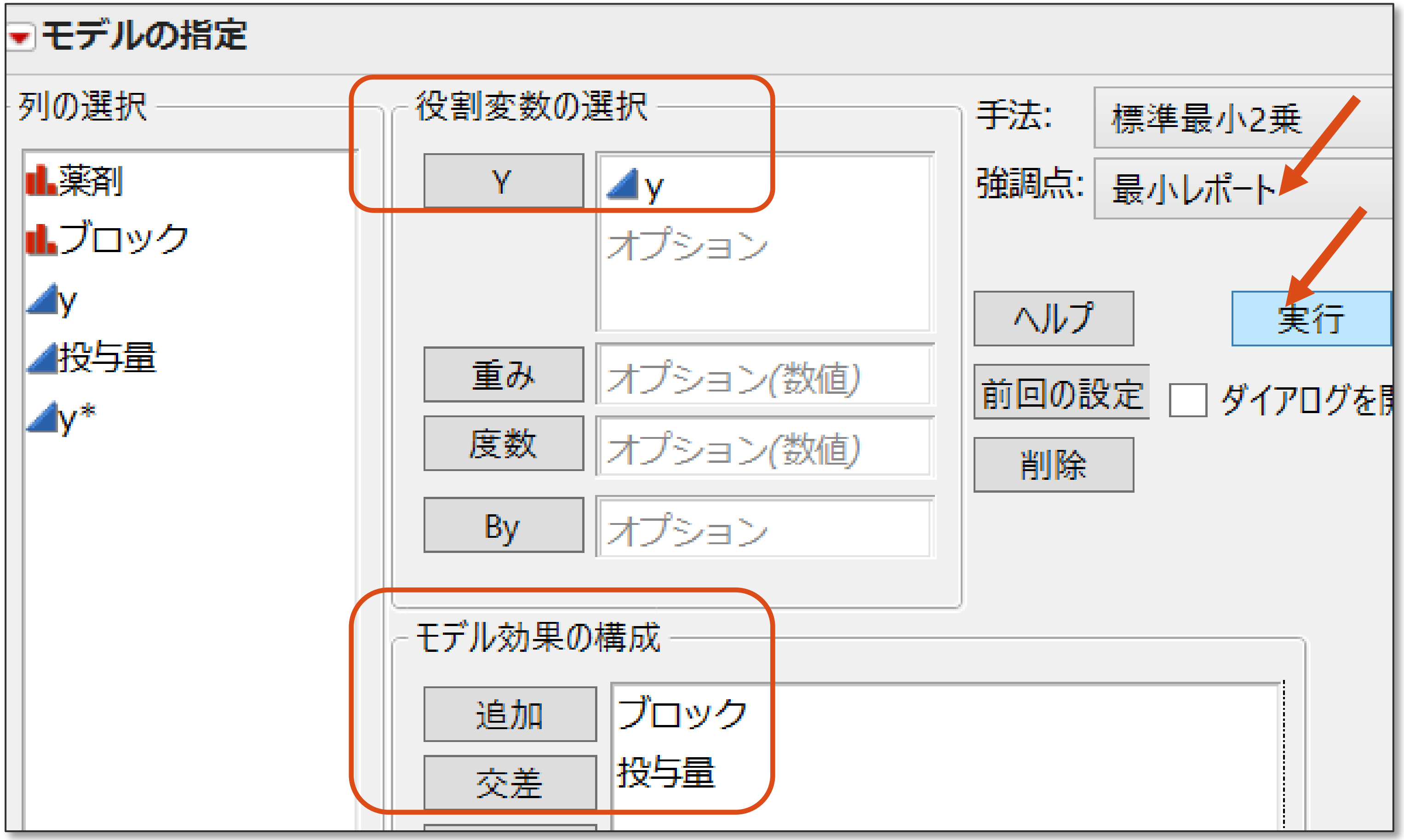
p.121

- 「y」と「投与量」「ブロック」の解析

  ［分析］＞［モデルのあてはめ］＞［役割変数の選択］［モデル効果の構成］の設定

  ［Y］に「y」
  ［モデル効果の構成］に
  「投与量」「ブロック」を設定

  ［強調点］：最小レポート

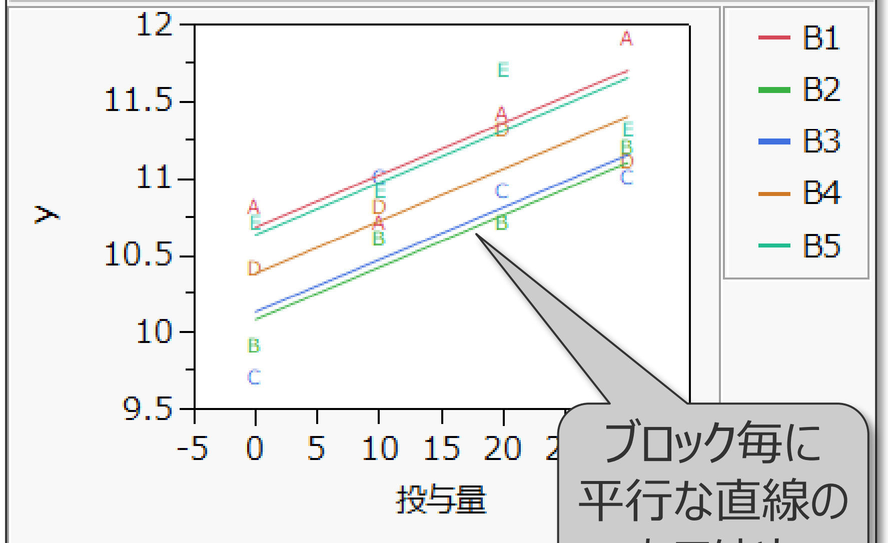


JMP ［モデルのあてはめ］（一緒）

p.121

● 「y」と「投与量」「ブロック」の解析

表示3.2.3



あてはめの要約

R2乗	0.778409
自由度調整R2乗	0.699269
誤差の標準偏差(RMSE)	0.289087
Yの平均	10.9
オブザベーション(または重みの合計)	20

分散分析

要因	自由度	平方和	平均平方	F値
モデル	5	4.1100000	0.822000	9.8359
誤差	14	1.1700000	0.083571	p値(Prob>F)
全体(修正済み)	19	5.2800000		0.0003*

パラメータ推定値

効果の検定

要因	パラメータ数	自由度	平方和	F値	p値(Prob>F)
ブロック	4	4	1.2200000	3.6496	0.0308*
投与量	1	1	2.8900000	34.5812	<.0001*

JMP ［二変量の関係］ ［モデルのあてはめ］

p.121

●平方和の分解

[二変量の関係]
「y」と「投与量」

分散分析

要因	自由度	平方和	平均平方	F値
モデル	1	2.8900000	2.89000	21.7657
誤差	18	2.3900000	0.13278	p値(Prob>F)
全体(修正済み)	19	5.2800000		0.0002*

「y」と「ブロック」

分散分析

要因	自由度	平方和	平均平方	F値	p値(Prob>F)
ブロック	4	1.2200000	0.305000	1.1268	0.3809
誤差	15	4.0600000	0.270667		
全体(修正済み)	19	5.2800000			

[モデルのあてはめ]
「y」と「投与量」「ブロック」

表示3.2.3

分散分析

要因	自由度	平方和	平均平方	F値
モデル	5	4.1100000	0.822000	9.8359
誤差	14	1.1700000	0.083571	p値(Prob>F)
全体(修正済み)	19	5.2800000		0.0003*

2.89 + 1.22 = 4.11
1+4=5

JMP ［二変量の関係］［モデルのあてはめ］

p.121

●平方和の分解

全体　$S_T = 5.28\ (19)$

(3) 量的因子の１因子実験　$S_R = 2.89\ (1)$　$S_e^* = 2.39\ (18)$

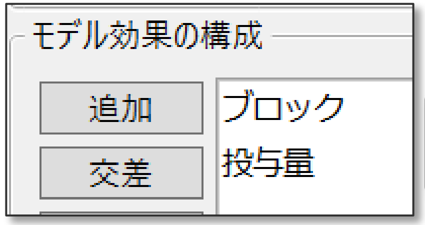
$S_{LOF} = 0.21\ (2)$　$S_e = 2.18\ (16)$

(4) 量的因子の１因子実験（乱塊法）　$S_M = 4.11\ (5)$　$S_e^* = 1.17\ (14)$

$S_R = 2.89\ (1)$　$S_B = 1.22\ (4)$　$S_{LOF} = 0.21\ (2)$　$S_e = 0.96\ (12)$

［モデルのあてはめ］

「y」と「投与量」「ブロック」



表示3.2.3

2.89 + 1.22 = 4.11
1+4=5

分散分析

要因	自由度	平方和	平均平方	F値
モデル	5	4.1100000	0.822000	9.8359
誤差	14	1.1700000	0.083571	p値(Prob>F)
全体(修正済み)	19	5.2800000		0.0003*

JMP［二変量の関係］（別々）

p.121

● 分散分析表

［二変量の関係］
「y」と「投与量」

§2.1
表示 2.1.8
p.83

あてはまりの悪さ(LOF)

要因	自由度	平方和	平均平方	F値
あてはまりの悪さ(LOF)	2	0.2100000	0.105000	0.7706
純粋誤差	16	2.1800000	0.136250	p値(Prob>F)
合計誤差	18	2.3900000		0.4791

乱塊法の
解ではない

ブロックの
平方和を含む

p > 0.20

［モデルのあてはめ］では、
LOF の出力はない（Excel で作成）

表示 3.2.2（改変）

分散分析表　　JMPの出力に対応

要因	平方和	自由度	平均平方	F 比	p 値	F 比*	p 値*
水準間	3.10	3	1.033				
1次	2.89	1	2.890	36.125	0.0001	34.5812	0.0000
LOF	0.21	2	0.105	1.313	0.3051		
ブロック	1.22	4	0.305	3.812	0.0318	3.6496	0.0308
残差	0.96	12	0.080	1.000			
全体	5.28	19					
残差*	1.17	14	0.084			1.0000	

LOF の検定には、
見逃す危険 β を考慮して
有意水準 0.20 を用いる
（§2.1 p.81）

JMP ［二変量の関係］［モデルのあてはめ］

p.121

●分散分析表

[モデルのあてはめ]
「y」と「投与量」「ブロック」

表示 3.2.3

効果の検定

要因	パラメータ数	自由度	平方和	F値	p値(Prob>F)
ブロック	4	4	1.2200000	3.6496	0.0308*
投与量	1	1	2.8900000	34.5812	<.0001*

LOFを含んだ
残差 1.17 に対する
F 検定の結果

表示 3.2.2（改変）

分散分析表　　JMPの出力に対応

要因	平方和	自由度	平均平方	F比	p値	F比*	p値*
水準間	3.10	3	1.033				
1次	2.89	1	2.890	36.125	0.0001	34.5812	0.0000
LOF	0.21	2	0.105	1.313	0.3051		
ブロック	1.22	4	0.305	3.812	0.0318	3.6496	0.0308
残差	0.96	12	0.080	1.000			
全体	5.28	19					
残差*	1.17	14	0.084			1.0000	

LOF を誤差にプールして検定
LOF が有意である場合、
結果は慎重に取り扱う

0.21 + 0.96 = 1.17

JMP ［二変量の関係］ ［モデルのあてはめ］

p.121

●分散分析表

量的因子の１因子実験（乱塊法）

$S_M = 4.11\ (5)$　　$S_e^* = 1.17\ (14)$

$S_R = 2.89\ (1)$　　$S_B = 1.22\ (4)$　　$S_{LOF} = 0.21\ (2)$　　$S_e = 0.96\ (12)$

表示 3.2.2

LOF を誤差にプールして検定
LOF が有意である場合、
結果は慎重に取り扱う

分散分析表　　JMPの出力に対応

要因	平方和	自由度	平均平方	F比	p値	F比*	p値*
水準間	3.10	3	1.033				
1次	2.89	1	2.890	36.125	0.0001	34.5812	0.0000
LOF	0.21	2	0.105	1.313	0.3051		
ブロック	1.22	4	0.305	3.812	0.0318	3.6496	0.0308
残差	0.96	12	0.080	1.000			
全体	5.28	19					
残差*	1.17	14	0.084			1.0000	

0.21 + 0.96 = 1.17

JMP ［二変量の関係］ ［モデルのあてはめ］

p.121

●パラメータ推定値

[二変量の関係]
「y」と「投与量」

パラメータ推定値

項	推定値	標準誤差	t値	p値(Prob>|t|)
切片	10.39	0.136341	76.21	<.0001*
投与量	0.034	0.007288	4.67	0.0002*

[モデルのあてはめ]
「y」と「投与量」「ブロック」

全水準の推定値

名義尺度の要因においては、全水準に対して推定値が求められている

項	推定値	標準誤差	t値	p値(Prob>|t|)
切片	10.39	0.108167	96.06	<.0001*
投与量	0.034	0.005782	5.88	<.0001*
ブロック[B1]	0.3	0.129284	2.32	0.0359*
ブロック[B2]	-0.3	0.129284	-2.32	0.0359*
ブロック[B3]	-0.25	0.129284	-1.93	0.0736
ブロック[B4]	3.553e-16	0.129284	0.00	1.0000
ブロック[B5]	0.25	0.129284	1.93	0.0736

JMP ［二変量の関係］ ［モデルのあてはめ］

p.121

●パラメータ推定値

モデル式の推定式

$$y_{ij} = (b_0 + b_1 x_i) + c_j + e_{ij} \quad (3.2.2)$$

↓

予測式

$$\hat{y}_{ij} = (b_0 + b_1 x_i) + c_j = \hat{y}_i + c_j$$

予測値の計算例

$$\hat{y}_{11} = (10.39 + 0.034 \times 0) + 0.3 = 10.69$$

$$\hat{y}_{22} = (10.39 + 0.034 \times 10) - 0.3 = 10.43$$

$$\hat{y}_{45} = (10.39 + 0.034 \times 30) + 0.25 = 11.66$$

（各水準（$x_i = 0, 210, 20, 30$）における回帰直線上の予測値）

パラメータ推定値

項	推定値	標準誤差	t値	p値(Prob>|t|)
切片	10.39	0.136341	76.21	<.0001*
投与量	0.034	0.007288	4.67	0.0002*

全水準の推定値

名義尺度の要因においては、全水準に対して推定値が求められている

項	推定値	標準誤差	t値	p値(Prob>|t|)
切片	10.39	0.108167	96.06	<.0001*
投与量	0.034	0.005782	5.88	<.0001*
ブロック[B1]	0.3	0.129284	2.32	0.0359*
ブロック[B2]	-0.3	0.129284	-2.32	0.0359*
ブロック[B3]	-0.25	0.129284	-1.93	0.0736
ブロック[B4]	3.553e-16	0.129284	0.00	1.0000
ブロック[B5]	0.25	0.129284	1.93	0.0736

JMP ［二変量の関係］ ［モデルのあてはめ］

●パラメータ推定値

[二変量の関係]
「y」と「投与量」

[モデルのあてはめ]
「y」と「投与量」「ブロック」

推定値は同じ
標準誤差は異なる
　乱塊法の値が小さい

同じ　異なる

パラメータ推定値

項	推定値	標準誤差	t値	p値(Prob>|t|)
切片	10.39	0.136341	76.21	<.0001*
投与量	0.034	0.007288	4.67	0.0002*

全水準の推定値

名義尺度の要因においては、全水準に対して推定値が求められている

項	推定値	標準誤差	t値	p値(Prob>|t|)
切片	10.39	0.108167	96.06	<.0001*
投与量	0.034	0.005782	5.88	<.0001*
ブロック[B1]	0.3	0.129284	2.32	0.0359*
ブロック[B2]	-0.3	0.129284	-2.32	0.0359*
ブロック[B3]	-0.25	0.129284	-1.93	0.0736
ブロック[B4]	3.553e-16	0.129284	0.00	1.0000
ブロック[B5]	0.25	0.129284	1.93	0.0736

JMP ［二変量の関係］［モデルのあてはめ］

p.121

●誤差の標準偏差の推定値

誤差の標準偏差（RMSE）：残差標準偏差、回帰モデルの誤差 ε の標準偏差 σ の推定値 s

（第１部 §4.3 p.233, §4.4 p.246）

［二変量の関係］ブロック因子を考慮しない

あてはめの要約	
R2乗	0.547348
自由度調整R2乗	0.522201
誤差の標準偏差(RMSE)	0.364387
Yの平均	10.9
オブザベーション(または重みの合計)	20

残差標準偏差

［モデルのあてはめ］ブロック因子を考慮した乱塊法

あてはめの要約	
R2乗	0.778409
自由度調整R2乗	0.699269
誤差の標準偏差(RMSE)	0.289087
Yの平均	10.9
オブザベーション(または重みの合計)	20

量的因子の１因子実験（乱塊法）のモデル

$$y_{ij} = \beta_0 + \beta_1 x_i + \gamma_j + \varepsilon_{ij} \quad (3.2.1)$$

$$\varepsilon_{ij} \sim \mathrm{N}(0, \sigma^2)$$

$\sigma \sim s = 0.364$
$\sigma \sim s = 0.289$

JMP［二変量の関係］［モデルのあてはめ］

p.121

●誤差の標準偏差の推定値

誤差の標準偏差（RMSE）：残差標準偏差、回帰モデルの誤差 ε の標準偏差 σ の推定値 s

（第１部 §4.3 p.233, §4.4 p.246）

［二変量の関係］ブロック因子を考慮しない

$s=\sqrt{0.1328}$
$=0.3644$

あてはめの要約

R2乗	0.547348
自由度調整R2乗	0.522201
誤差の標準偏差(RMSE)	0.364387
Yの平均	10.9
オブザベーション(または重みの合計)	20

分散分析

要因	自由度	平方和	平均平方	F値
モデル	1	2.8900000	2.89000	21.7657
誤差	18	2.3900000	0.13278	p値(Prob>F)
全体(修正済み)	19	5.2800000		0.0002*

［モデルのあてはめ］ブロック因子を考慮した乱塊法

$s=\sqrt{0.0836}$
$=0.2891$

あてはめの要約

R2乗	0.778409
自由度調整R2乗	0.699269
誤差の標準偏差(RMSE)	0.289087
Yの平均	10.9
オブザベーション(または重みの合計)	20

分散分析

要因	自由度	平方和	平均平方	F値
モデル	5	4.1100000	0.822000	9.8359
誤差	14	1.1700000	0.083571	p値(Prob>F)
全体(修正済み)	19	5.2800000		0.0003*

JMP ［二変量の関係］ ［モデルのあてはめ］

p.121

●パラメータ推定値の標準誤差

$$s.e.[b_0] \approx \sqrt{\left(\frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{S_{xx}}\right)}\, s = \sqrt{\left(\frac{1}{20} + \frac{15^2}{2500}\right)}\, s = 0.3742s$$

（第１部 §4.4 p.237）

$$s.e.[b_1] \approx \frac{s}{\sqrt{S_{xx}}} = \frac{s}{\sqrt{2500}} = 0.02s \qquad S_{xx} = \sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 = 2500$$

［二変量の関係］ブロック因子を考慮しない

$s = \sqrt{0.1328}$
$= 0.3644$

$$s.e.[b_0] \approx 0.3742s = 0.3742 \times 0.3644 = 0.1363$$

$$s.e.[b_1] \approx 0.02s = 0.02 \times 0.3644 = 0.00729$$

［モデルのあてはめ］ブロック因子を考慮した乱塊法

$s = \sqrt{0.0836}$
$= 0.2891$

$$s.e.[b_0] \approx 0.3742s = 0.3742 \times 0.2891 = 0.1082$$

$$s.e.[b_1] \approx 0.02s = 0.02 \times 0.2891 = 0.00578$$

パラメータ推定値

項	推定値	標準誤差
切片	10.39	0.136341
投与量	0.034	0.007288

全水準の推定値

名義尺度の要因においては、全水準に対して
る

項	推定値	標準誤差
切片	10.39	0.108167
投与量	0.034	0.005782

p.122

（3）§1 から §3.2 までのまとめ

平方和と自由度の分解

§1 から §3.2 までのまとめ

p.122

●平方和と自由度の分解

同一の観測値について、４種類の異なる実験で得られたと仮定して解析、結果を比較

(a) 質的因子の１因子実験　　表示 1.1.1

薬剤	繰り返し 1	2	3	4	5	平均
A1	10.8	9.9	9.7	10.4	10.7	10.30
A2	10.7	10.6	11.0	10.8	10.9	10.80
A3	11.4	10.7	10.9	11.3	11.7	11.20
A4	11.9	11.2	11.0	11.1	11.3	11.30
						10.90

同一の観測値

(b) 量的因子の１因子実験　　表示 2.2.1

投与量	繰り返し 1	2	3	4	5	平均
0	10.8	9.9	9.7	10.4	10.7	10.30
10	10.7	10.6	11.0	10.8	10.9	10.80
20	11.4	10.7	10.9	11.3	11.7	11.20
30	11.9	11.2	11.0	11.1	11.3	11.30
						10.90

同一の観測値

(c) 質的因子の１因子実験（乱塊法）　表示 3.1.1

薬剤	ブロック B1	B2	B3	B4	B5	平均
A1	10.8	9.9	9.7	10.4	10.7	10.30
A2	10.7	10.6	11.0	10.8	10.9	10.80
A3	11.4	10.7	10.9	11.3	11.7	11.20
A4	11.9	11.2	11.0	11.1	11.3	11.30
平均	11.20	10.60	10.65	10.90	11.15	10.90

同一の観測値

(d) 量的因子の１因子実験（乱塊法）

投与量	ブロック B1	B2	B3	B4	B5	平均
0	10.8	9.9	9.7	10.4	10.7	10.30
10	10.7	10.6	11.0	10.8	10.9	10.80
20	11.4	10.7	10.9	11.3	11.7	11.20
30	11.9	11.2	11.0	11.1	11.3	11.30
平均	11.20	10.60	10.65	10.90	11.15	10.90

同一の観測値

§1 から §3.2 までのまとめ

p.122

●平方和と自由度の分解

同一の観測値について、４種類の異なる実験で得られたと仮定して解析、結果を比較

(a) 質的因子の１因子実験　表示 1.1.1

質的因子

薬剤	繰り返し 1	2	3	4	5	平均
A1	10.8	9.9	9.7	10.4	10.7	10.30
A2	10.7	10.6	11.0	10.8	10.9	10.80
A3	11.4	10.7	10.9	11.3	11.7	11.20
A4	11.9	11.2	11.0	11.1	11.3	11.30
						10.90

(b) 量的因子の１因子実験　表示 2.2.1

量的因子

投与量	繰り返し 1	2	3	4	5	平均
0	10.8	9.9	9.7	10.4	10.7	10.30
10	10.7	10.6	11.0	10.8	10.9	10.80
20	11.4	10.7	10.9	11.3	11.7	11.20
30	11.9	11.2	11.0	11.1	11.3	11.30
						10.90

(c) 質的因子の１因子実験（乱塊法）　表示 3.1.1

薬剤	ブロック B1	B2	B3	B4	B5	平均
A1	10.8	9.9	9.7	10.4	10.7	10.30
A2	10.7	10.6	11.0	10.8	10.9	10.80
A3	11.4	10.7	10.9	11.3	11.7	11.20
A4	11.9	11.2	11.0	11.1	11.3	11.30
平均	11.20	10.60	10.65	10.90	11.15	10.90

(d) 量的因子の１因子実験（乱塊法）

投与量	ブロック B1	B2	B3	B4	B5	平均
0	10.8	9.9	9.7	10.4	10.7	10.30
10	10.7	10.6	11.0	10.8	10.9	10.80
20	11.4	10.7	10.9	11.3	11.7	11.20
30	11.9	11.2	11.0	11.1	11.3	11.30
平均	11.20	10.60	10.65	10.90	11.15	10.90

§1 から §3.2 までのまとめ

p.122

●平方和と自由度の分解

同一の観測値について、４種類の異なる実験で得られたと仮定して解析、結果を比較

(a) 質的因子の１因子実験　表示 1.1.1

薬剤	繰り返し 1	2	3	4	5	平均
A1	10.8	9.9	9.7	10.4	10.7	10.30
A2	10.7	10.6	11.0	10.8	10.9	10.80
A3	11.4	10.7	10.9	11.3	11.7	11.20
A4	11.9	11.2	11.0	11.1	11.3	11.30
						10.90

水準内で移動可

(b) 量的因子の１因子実験　表示 2.2.1

投与量	繰り返し 1	2	3	4	5	平均
0	10.8	9.9	9.7	10.4	10.7	10.30
10	10.7	10.6	11.0	10.8	10.9	10.80
20	11.4	10.7	10.9	11.3	11.7	11.20
30	11.9	11.2	11.0	11.1	11.3	11.30
						10.90

(c) 質的因子の１因子実験（乱塊法）　表示 3.1.1

薬剤	ブロック B1	B2	B3	B4	B5	平均
A1	10.8	9.9	9.7	10.4	10.7	10.30
A2	10.7	10.6	11.0	10.8	10.9	10.80
A3	11.4	10.7	10.9	11.3	11.7	11.20
A4	11.9	11.2	11.0	11.1	11.3	11.30
平均	11.20	10.60	10.65	10.90	11.15	10.90

水準内で移動不可

平均値に意味あり

(d) 量的因子の１因子実験（乱塊法）

投与量	ブロック B1	B2	B3	B4	B5	平均
0	10.8	9.9	9.7	10.4	10.7	10.30
10	10.7	10.6	11.0	10.8	10.9	10.80
20	11.4	10.7	10.9	11.3	11.7	11.20
30	11.9	11.2	11.0	11.1	11.3	11.30
平均	11.20	10.60	10.65	10.90	11.15	10.90

§1 から §3.2 までのまとめ

●平方和と自由度の分解

同一の観測値について、４種類の異なる実験で得られたと仮定して解析、結果を比較

同一の観測値

(a) 質的因子の１因子実験　表示 1.1.1

薬剤	繰り返し 1	2	3	4	5	平均
A1	10.8	9.9	9.7	10.4	10.7	10.30
A2	10.7	10.6	11.0	10.8	10.9	10.80
A3	11.4	10.7	10.9	11.3	11.7	11.20
A4	11.9	11.2	11.0	11.1	11.3	11.30
						10.90

(b) 量的因子の１因子実験　表示 2.2.1

投与量	繰り返し 1	2	3	4	5	平均
0	10.8	9.9	9.7	10.4	10.7	10.30
10	10.7	10.6	11.0	10.8	10.9	10.80
20	11.4	10.7	10.9	11.3	11.7	11.20
30	11.9	11.2	11.0	11.1	11.3	11.30
						10.90

(c) 質的因子の１因子実験（乱塊法）　表示 3.1.1

薬剤	ブロック B1	B2	B3	B4	B5	平均
A1	10.8	9.9	9.7	10.4	10.7	10.30
A2	10.7	10.6	11.0	10.8	10.9	10.80
A3	11.4	10.7	10.9	11.3	11.7	11.20
A4	11.9	11.2	11.0	11.1	11.3	11.30
平均	11.20	10.60	10.65	10.90	11.15	10.90

(d) 量的因子の１因子実験（乱塊法）

投与量	ブロック B1	B2	B3	B4	B5	平均
0	10.8	9.9	9.7	10.4	10.7	10.30
10	10.7	10.6	11.0	10.8	10.9	10.80
20	11.4	10.7	10.9	11.3	11.7	11.20
30	11.9	11.2	11.0	11.1	11.3	11.30
平均	11.20	10.60	10.65	10.90	11.15	10.90

§1 から §3.2 までのまとめ

●平方和と自由度の分解

同一の観測値について、４種類の異なる実験で得られたと仮定して解析、結果を比較

(a) 質的因子の１因子実験　表示 1.1.8

要因	平方和	自由度	平均平方	F 比	p 値
薬剤	3.10	3	1.033	7.584	0.0022
残差	2.18	16	0.136	1.000	
全体	5.28	19			

(b) 量的因子の１因子実験　表示 2.1.4

要因	平方和	自由度	平均平方	F 比	p 値
投与量	3.10	3	1.033	7.584	0.0022
1次	2.89	1	2.890	21.211	0.0003
LOF	0.21	2	0.105	0.771	0.4791
残差	2.18	16	0.136	1.000	
全体	5.28	19			

(c) 質的因子の１因子実験（乱塊法）　表示 3.1.4

要因	平方和	自由度	平均平方	F 比	p 値
薬剤	3.10	3	1.033	12.917	0.0005
ブロック	1.22	4	0.305	3.812	0.0318
残差	0.96	12	0.080	1.000	
全体	5.28	19			

(d) 量的因子の１因子実験（乱塊法）　表示 3.2.2

要因	平方和	自由度	平均平方	F 比	p 値
投与量	3.10	3	1.033		
1次	2.89	1	2.890	36.125	0.0001
LOF	0.21	2	0.105	1.313	0.3051
ブロック	1.22	4	0.305	3.812	0.0318
残差	0.96	12	0.080	1.000	
全体	5.28	19			

§1 から §3.2 までのまとめ

p.122

●平方和と自由度の分解

同一の観測値について、４種類の異なる実験で得られたと仮定して解析、結[illegible]較

水準間の平方和・自由度を
回帰成分と LOF に分解

(a) 質的因子の１因子実験　　表示 1.1.8

要因	平方和	自由度	平均平方	*F* 比	*p* 値
薬剤	3.10	3	1.033	7.584	0.0022
残差	2.18	16	0.136	1.000	
全体	5.28	19			

(b) 量的因子の１因子実験　　表示 2.1.4

要因	平方和	自由度	平均平方	F 比	p 値
投与量	3.10	3	1.033	7.584	0.0022
1次	2.89	1	2.890	21.211	0.0003
LOF	0.21	2	0.105	0.771	0.4791
残差	2.18	16	0.136	1.000	
全体	5.28	19			

(c) 質的因子の１因子実験（乱塊法）　　表示 3.1.4

要因	平方和	自由度	平均平方	*F* 比	*p* 値
薬剤	3.10	3	1.033	12.917	0.0005
ブロック	1.22	4	0.305	3.812	0.0318
残差	0.96	12	0.080	1.000	
全体	5.28	19			

(d) 量的因子の１因子実験（乱塊法）　　表示 3.2.2

要因	平方和	自由度	平均平方	*F* 比	*p* 値
投与量	3.10	3	1.033		
1次	2.89	1	2.890	36.125	0.0001
LOF	0.21	2	0.105	1.313	0.3051
ブロック	1.22	4	0.305	3.812	0.0318
残差	0.96	12	0.080	1.000	
全体	5.28	19			

§1 から §3.2 までのまとめ

p.122

●平方和と自由度の分解

同一の観測値について、４種類の異なる実験で得られたと仮定して解析、結果を比較

(a) 質的因子の１因子実験　表示 1.1.8

要因	平方和	自由度	平均平方	*F* 比	*p* 値
薬剤	3.10	3	1.033	7.584	0.0022
残差	2.18	16	0.136	1.000	
全体	5.28	19			

(b) 量的因子の１因子実験　表示 2.1.4

要因	平方和	自由度	平均平方	F 比	p 値
投与量	3.10	3	1.033	7.584	0.0022
1次	2.89	1	2.890	21.211	0.0003
LOF	0.21	2	0.105	0.771	0.4791
残差	2.18	16	0.136	1.000	
全体	5.28	19			

(c) 質的因子の１因子実験（乱塊法）　表示 3.1.4

要因	平方和	自由度	平均平方	*F* 比	*p* 値
薬剤	3.10	3	1.033	12.917	0.0005
ブロック	1.22	4	0.305	3.812	0.0318
残差	0.96	12	0.080	1.000	
全体	5.28	19			

(d) 量的因子の１因子実験（乱塊法）　表示 3.2.2

要因	平方和	自由度	平均平方	*F* 比	*p* 値
投与量	3.10	3	1.033		
1次	2.89	1	2.890	36.125	0.0001
LOF	0.21	2	0.105	1.313	0.3051
ブロック	1.22	4	0.305	3.812	0.0318
残差	0.96	12	0.080	1.000	
全体	5.28	19			

残差の平方和･自由度から
ブロックの影響が除去される

§1 から §3.2 までのまとめ

p.122

● 平方和と自由度の分解

同一の観測値について、４種類の異なる実験で得られたと仮定して解析、

水準間の平方和･自由度を回帰成分と LOF に分解

(a) 質的因子の１因子実験　　表示 1.1.8

要因	平方和	自由度	平均平方	F 比	p 値
薬剤	3.10	3	1.033	7.584	0.0022
残差	2.18	16	0.136	1.000	
全体	5.28	19			

(b) 量的因子の１因子実験　　表示 2.1.4

要因	平方和	自由度	平均平方	F 比	p 値
投与量	3.10	3	1.033	7.584	0.0022
1次	2.89	1	2.890	21.211	0.0003
LOF	0.21	2	0.105	0.771	0.4791
残差	2.18	16	0.136	1.000	
全体	5.28	19			

(c) 質的因子の１因子実験（乱塊法）　　表示 3.1.4

要因	平方和	自由度	平均平方	F 比	p 値
薬剤	3.10	3	1.033	12.917	0.0005
ブロック	1.22	4	0.305	3.812	0.0318
残差	0.96	12	0.080	1.000	
全体	5.28	19			

(d) 量的因子の１因子実験（乱塊法）　　表示 3.2.2

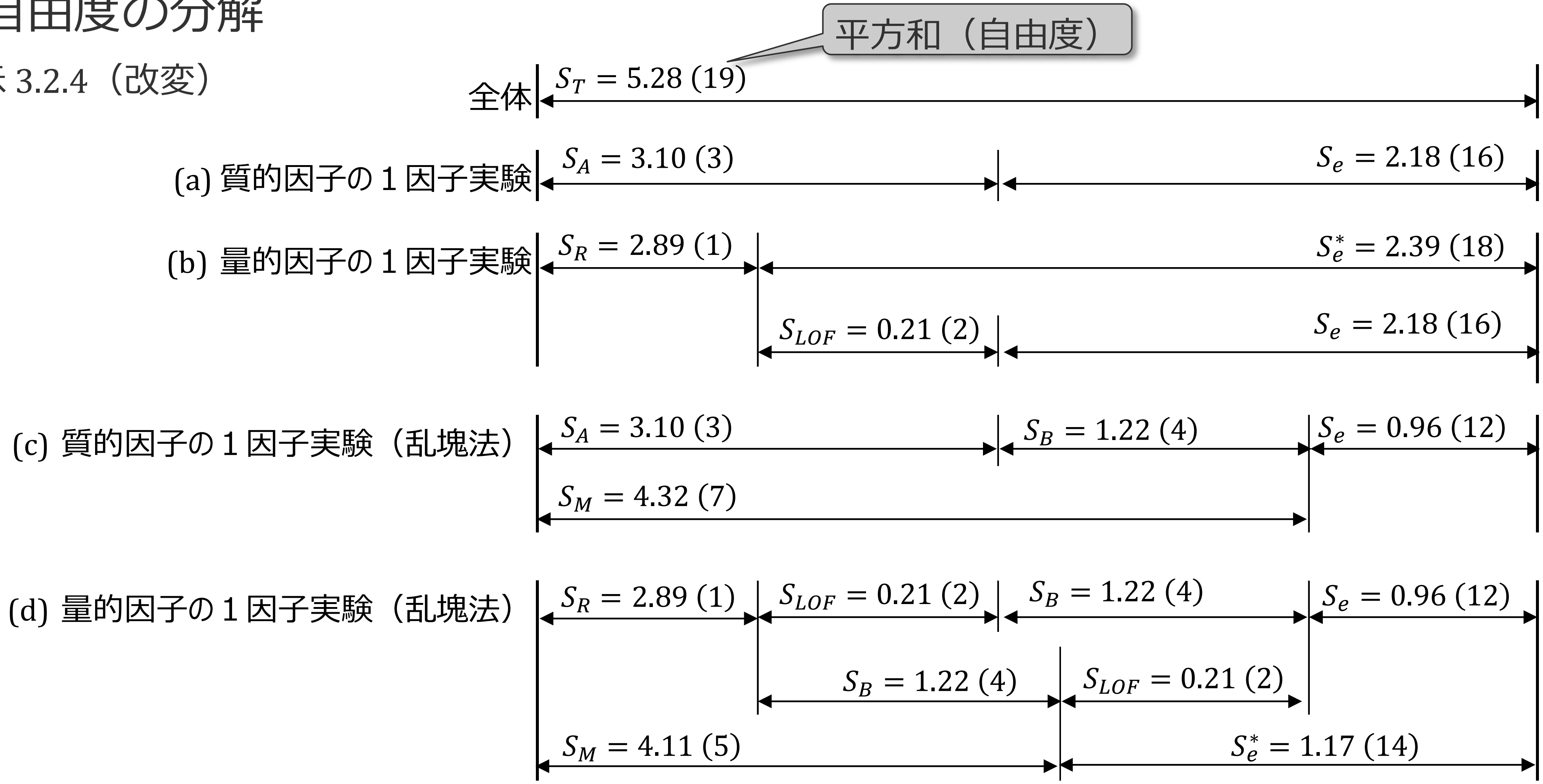
要因	平方和	自由度	平均平方	F 比	p 値
投与量	3.10	3	1.033		
1次	2.89	1	2.890	36.125	0.0001
LOF	0.21	2	0.105	1.313	0.3051
ブロック	1.22	4	0.305	3.812	0.0318
残差	0.96	12	0.080	1.000	
全体	5.28	19			

残差の平方和･自由度からブロックの影響を除去

§1 から §3.2 までのまとめ

●平方和と自由度の分解

表示 3.2.4（改変）

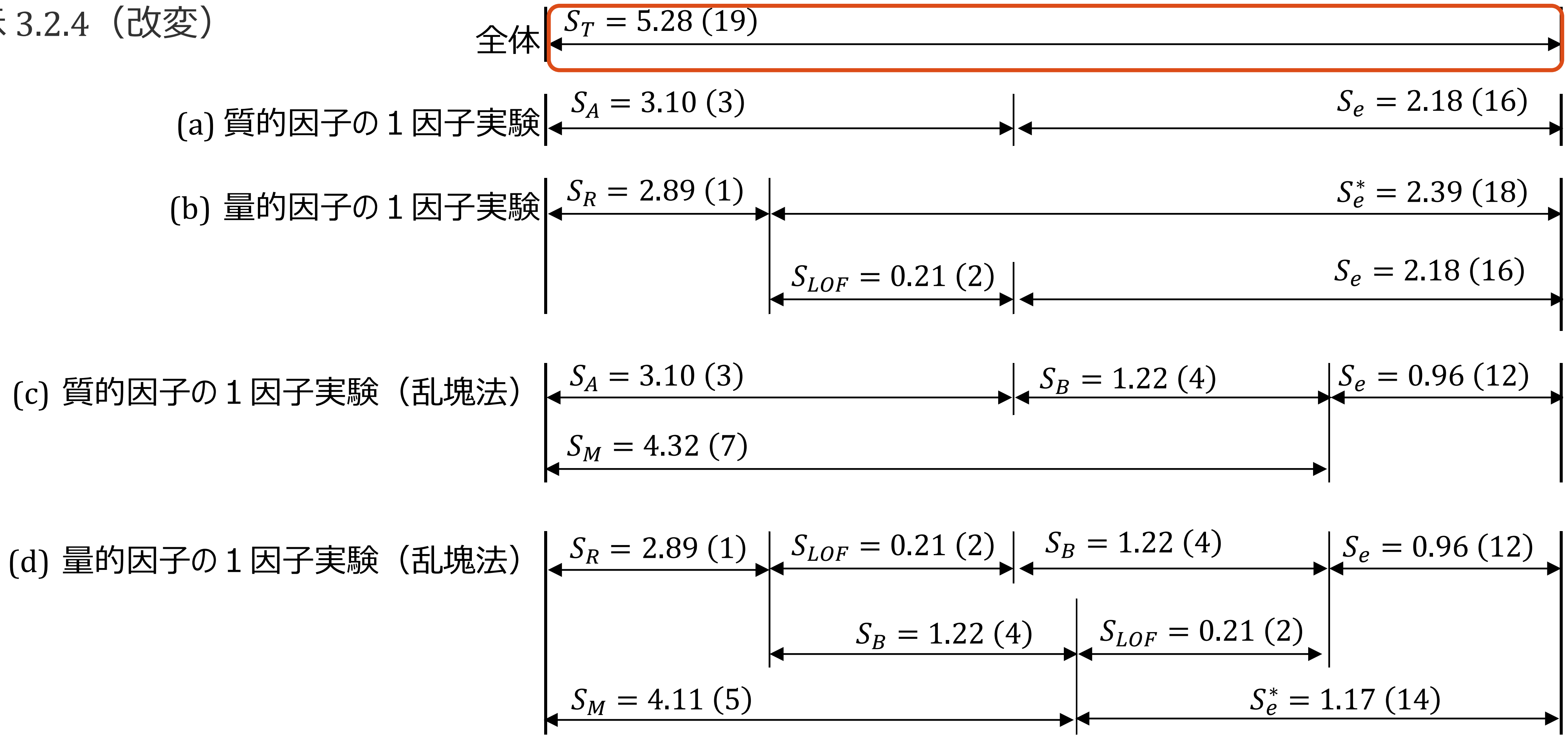


§1 から §3.2 までのまとめ

p.122

●平方和と自由度の分解

表示 3.2.4（改変）

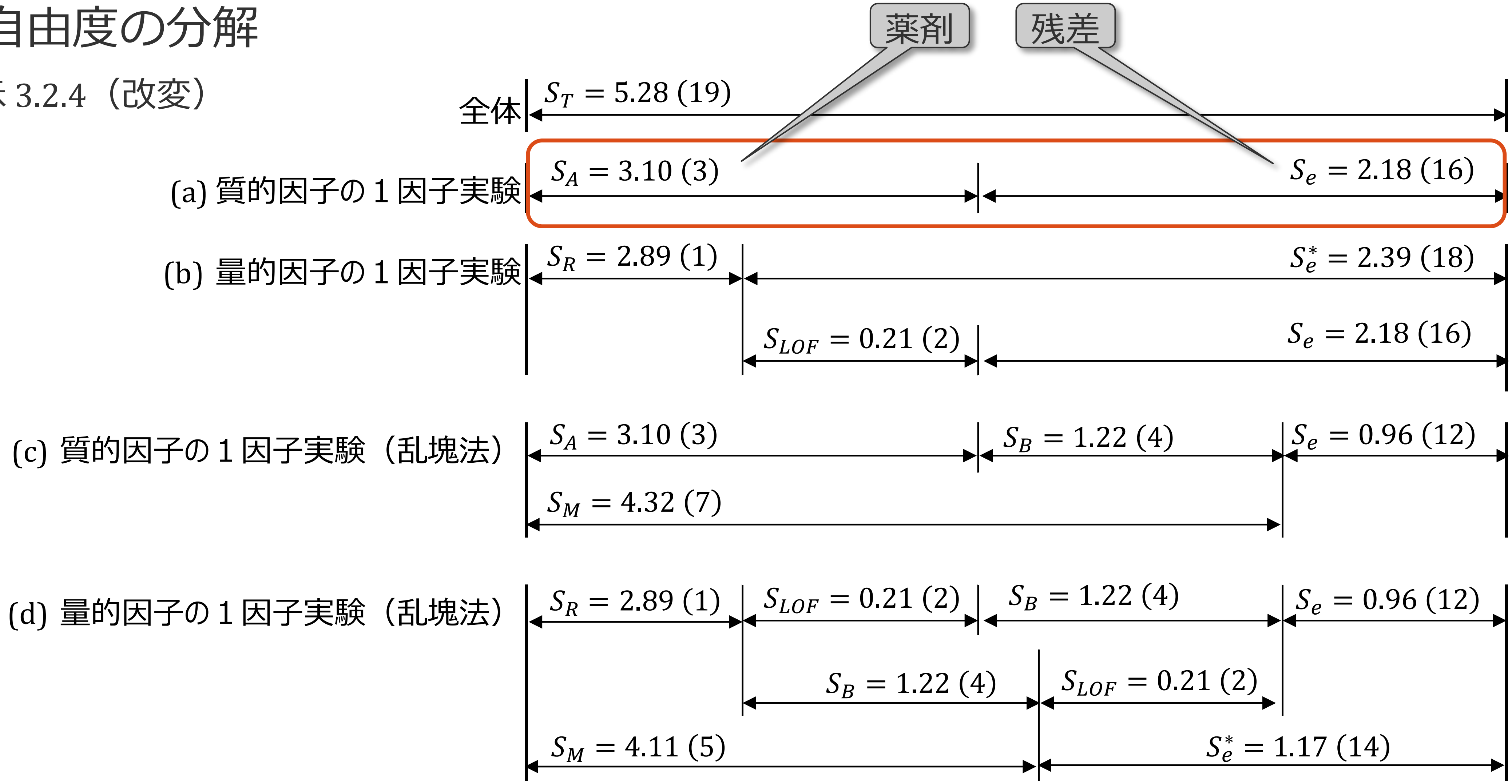


§1 から §3.2 までのまとめ

p.122

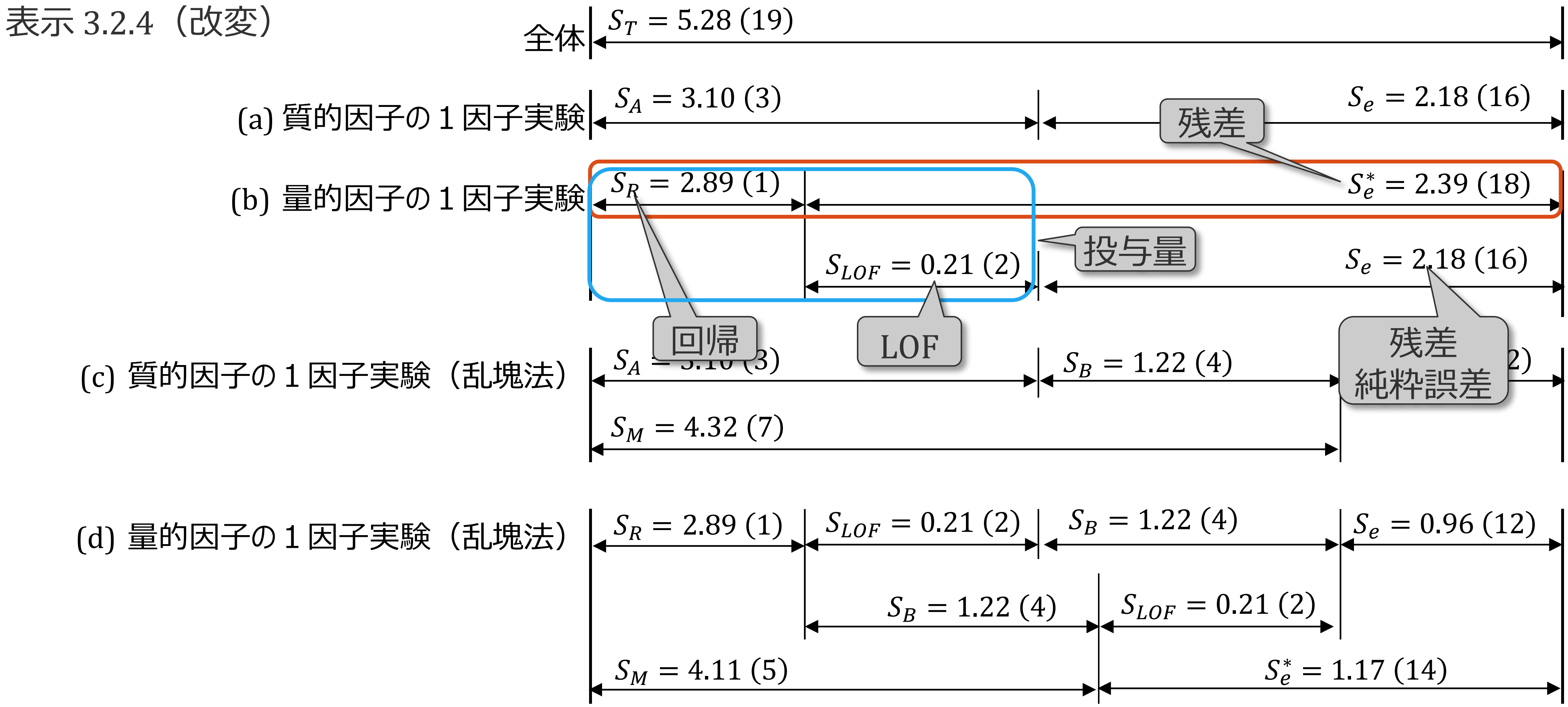
● 平方和と自由度の分解

表示 3.2.4（改変）



§1 から §3.2 までのまとめ

●平方和と自由度の分解

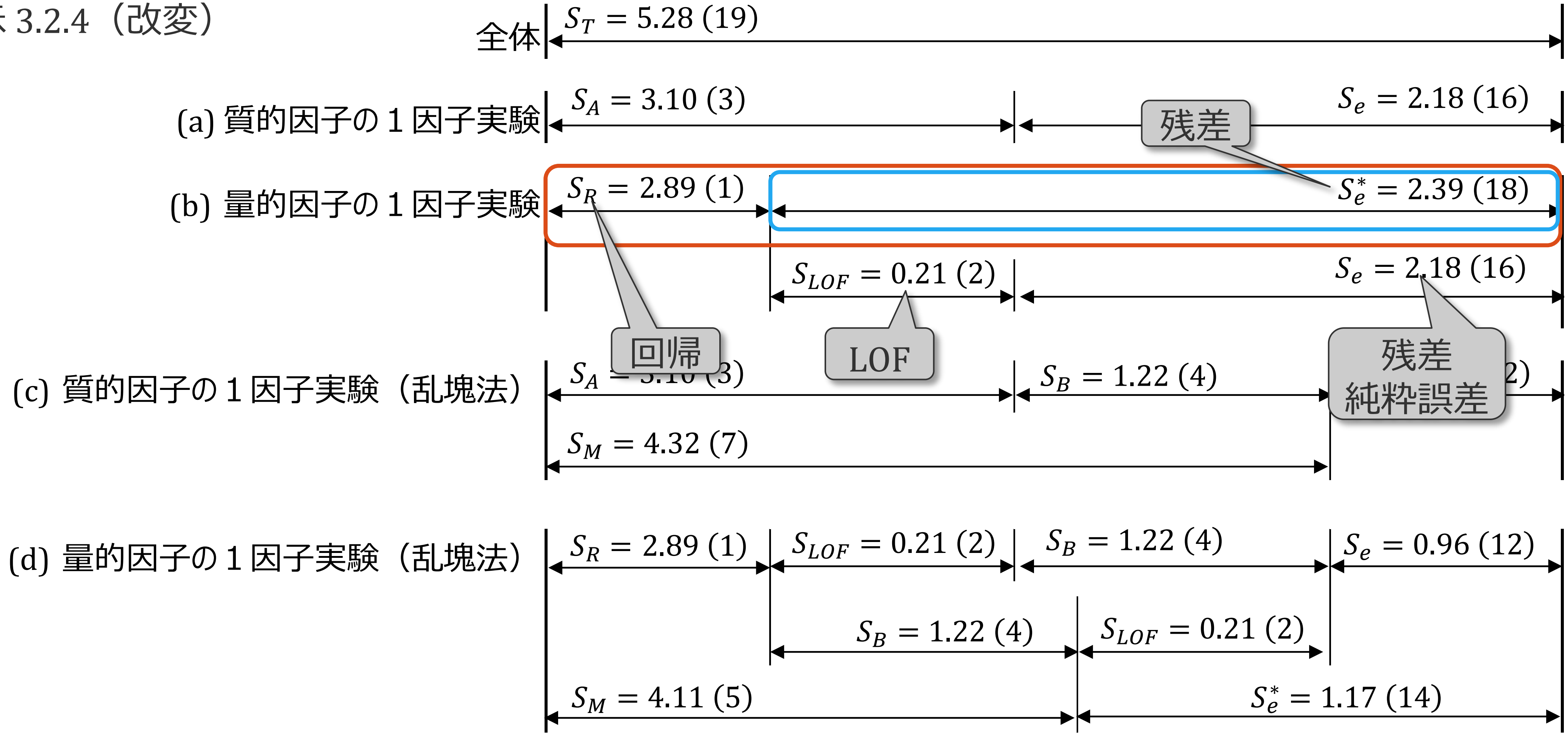


§1 から §3.2 までのまとめ

p.122

●平方和と自由度の分解

表示 3.2.4（改変）

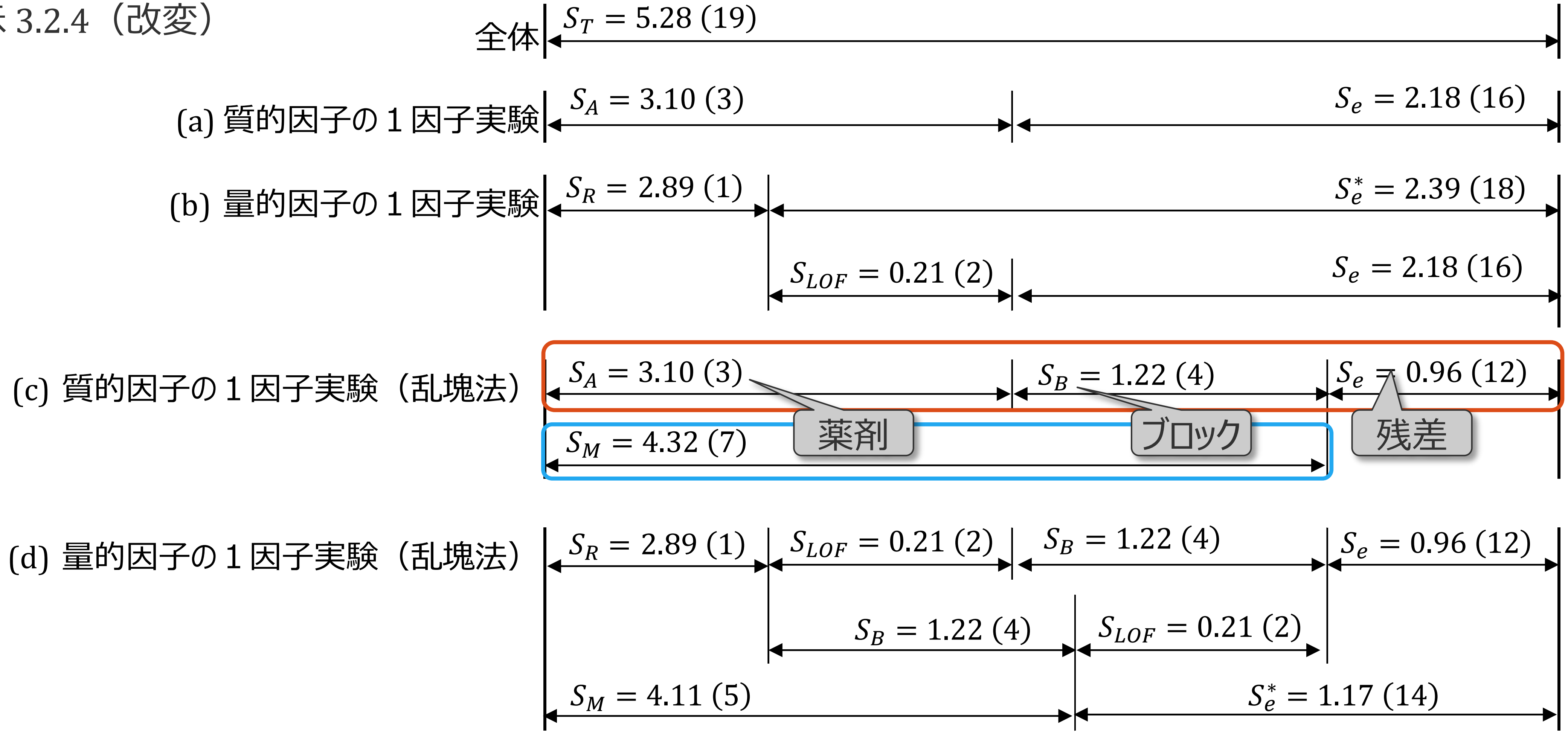


§1 から §3.2 までのまとめ

p.122

●平方和と自由度の分解

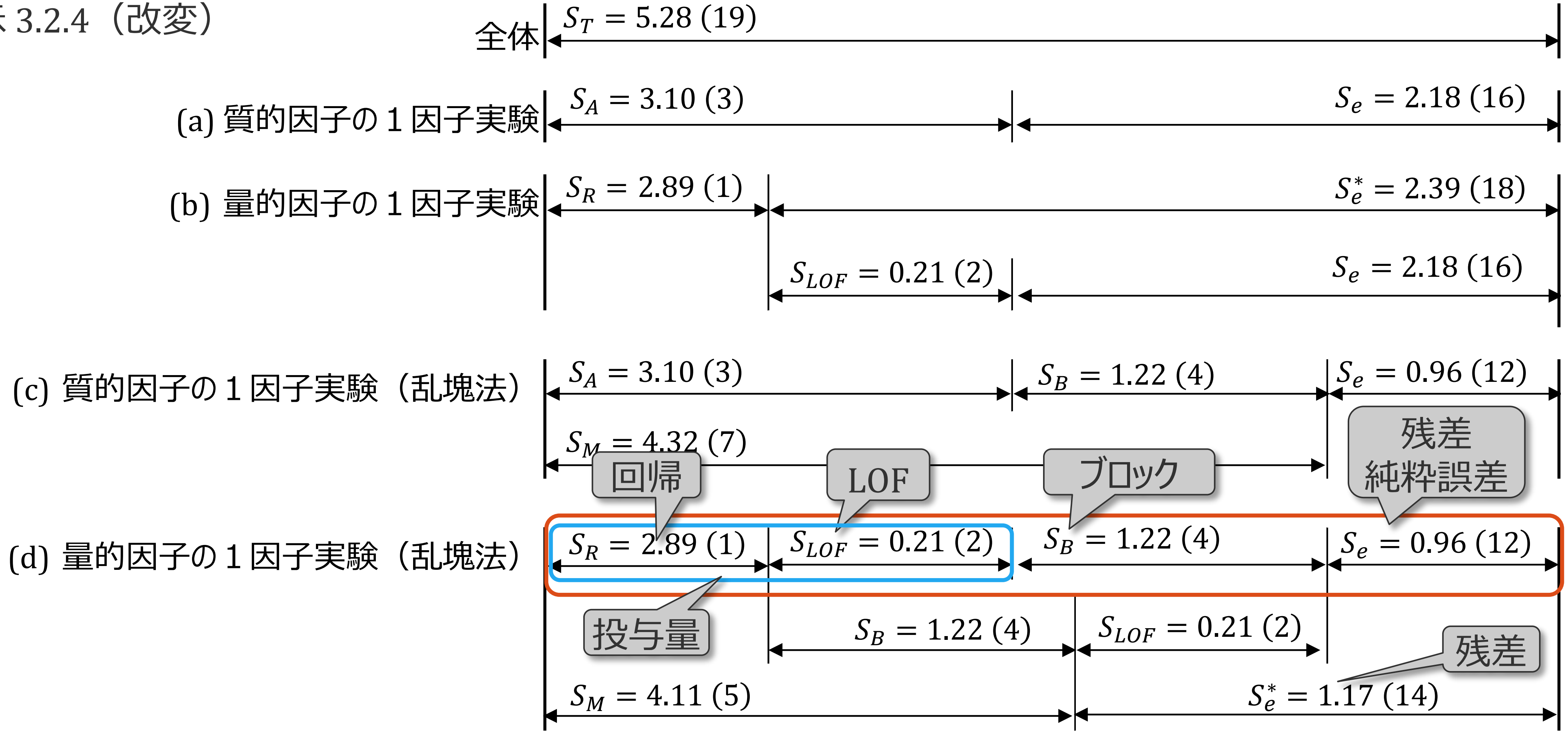
表示 3.2.4（改変）



§1 から §3.2 までのまとめ

●平方和と自由度の分解

表示 3.2.4（改変）

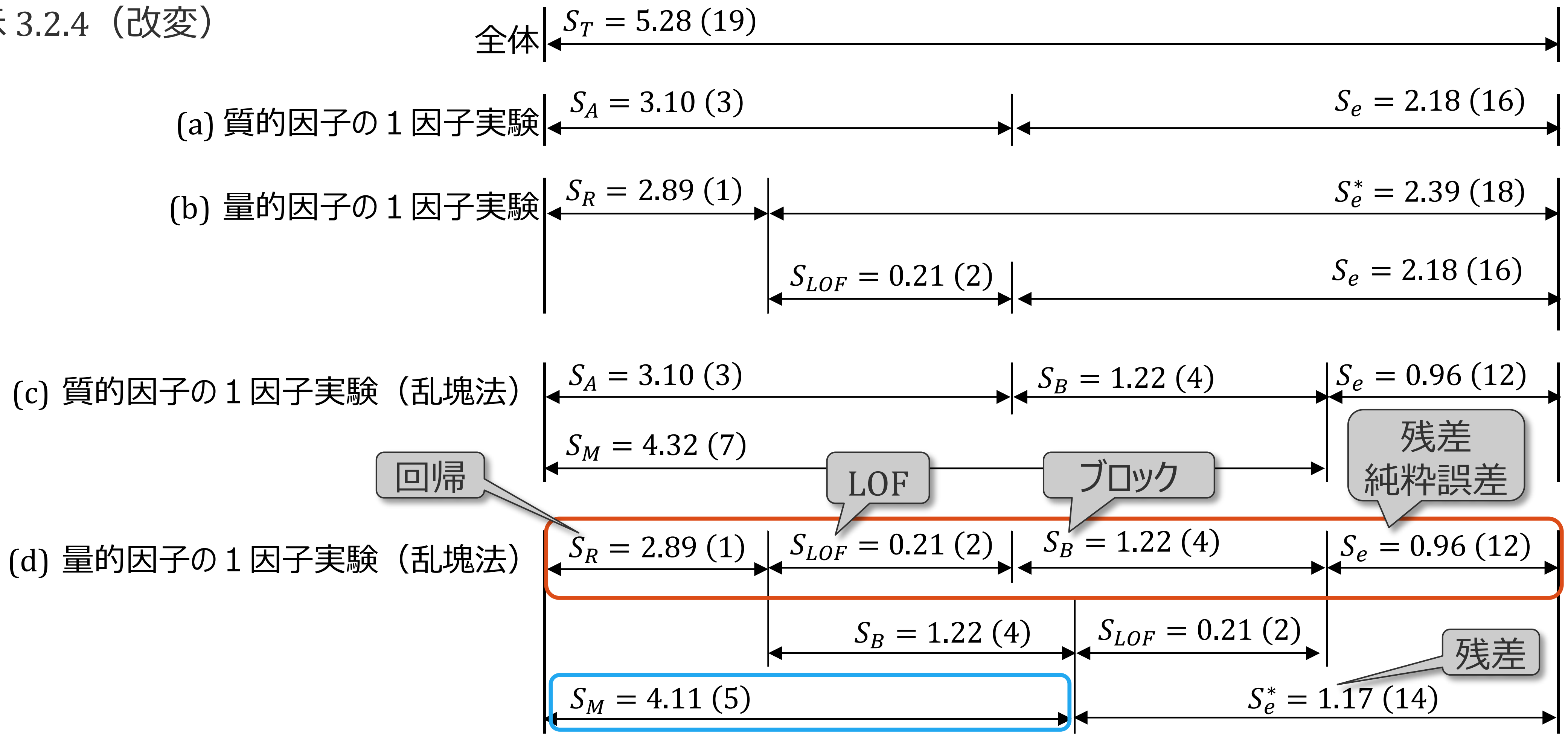


§1 から §3.2 までのまとめ

p.122

●平方和と自由度の分解

表示 3.2.4（改変）

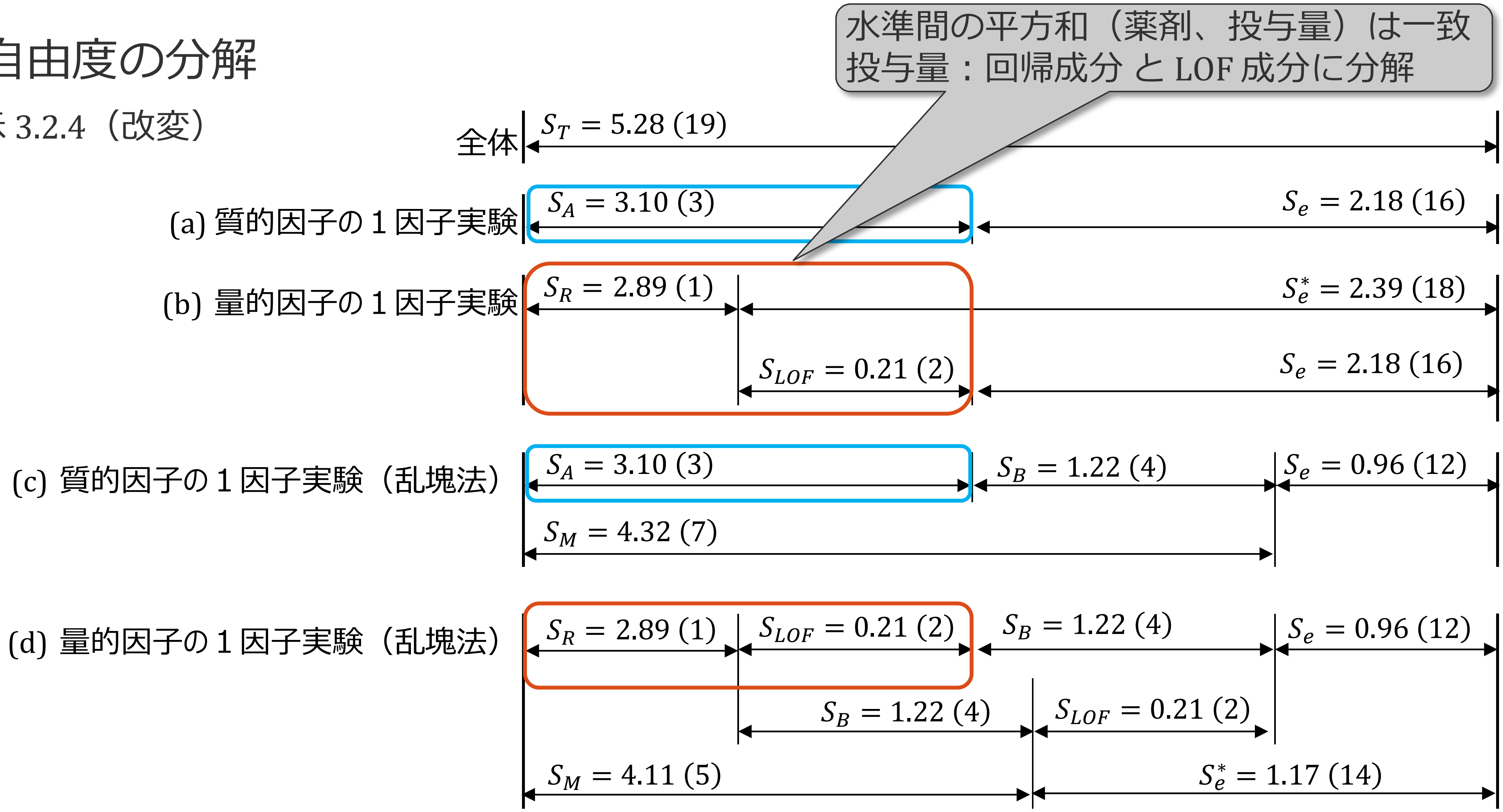


§1 から §3.2 までのまとめ

p.122

●平方和と自由度の分解

表示 3.2.4（改変）

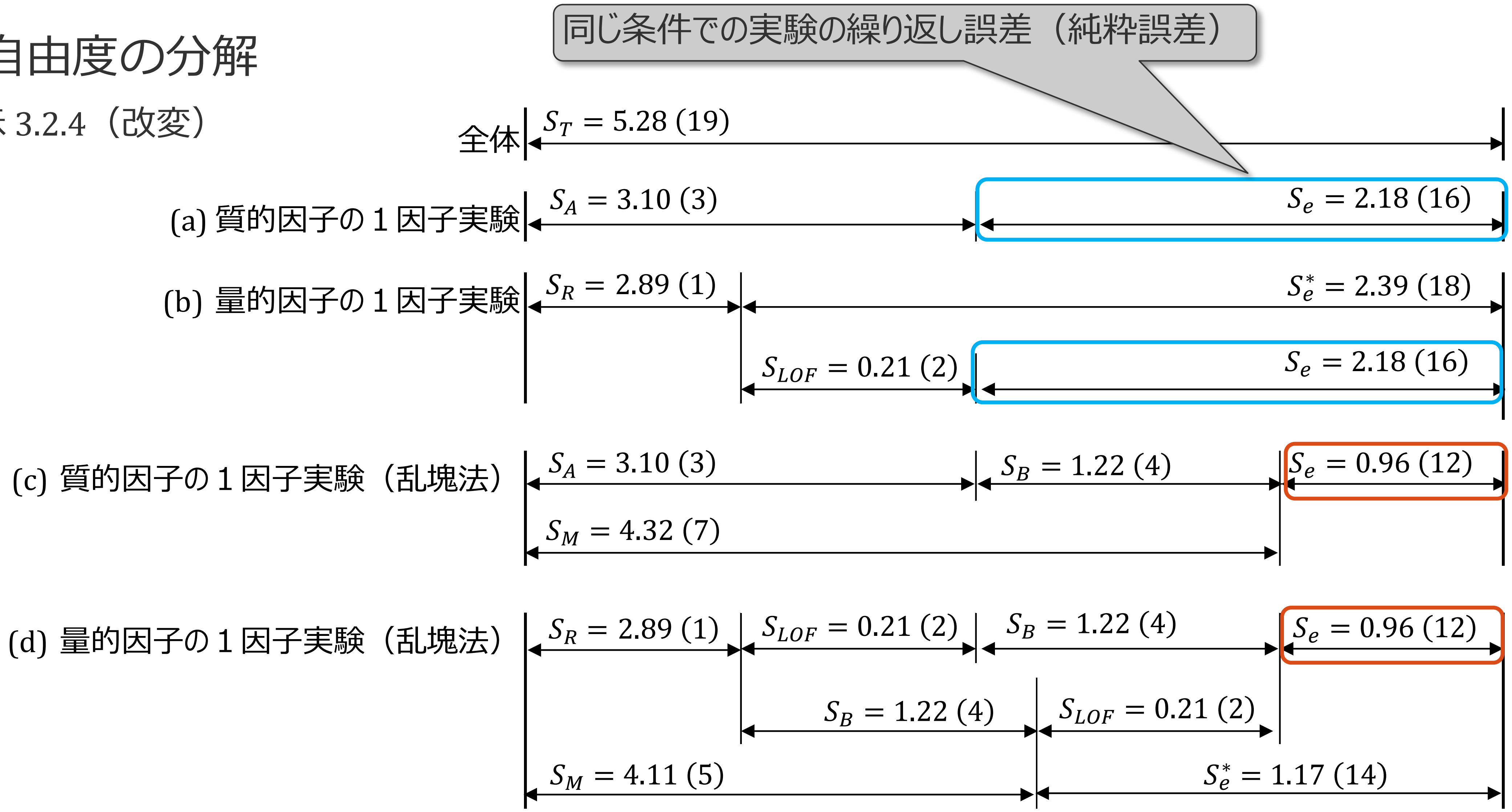


§1 から §3.2 までのまとめ

p.122

●平方和と自由度の分解

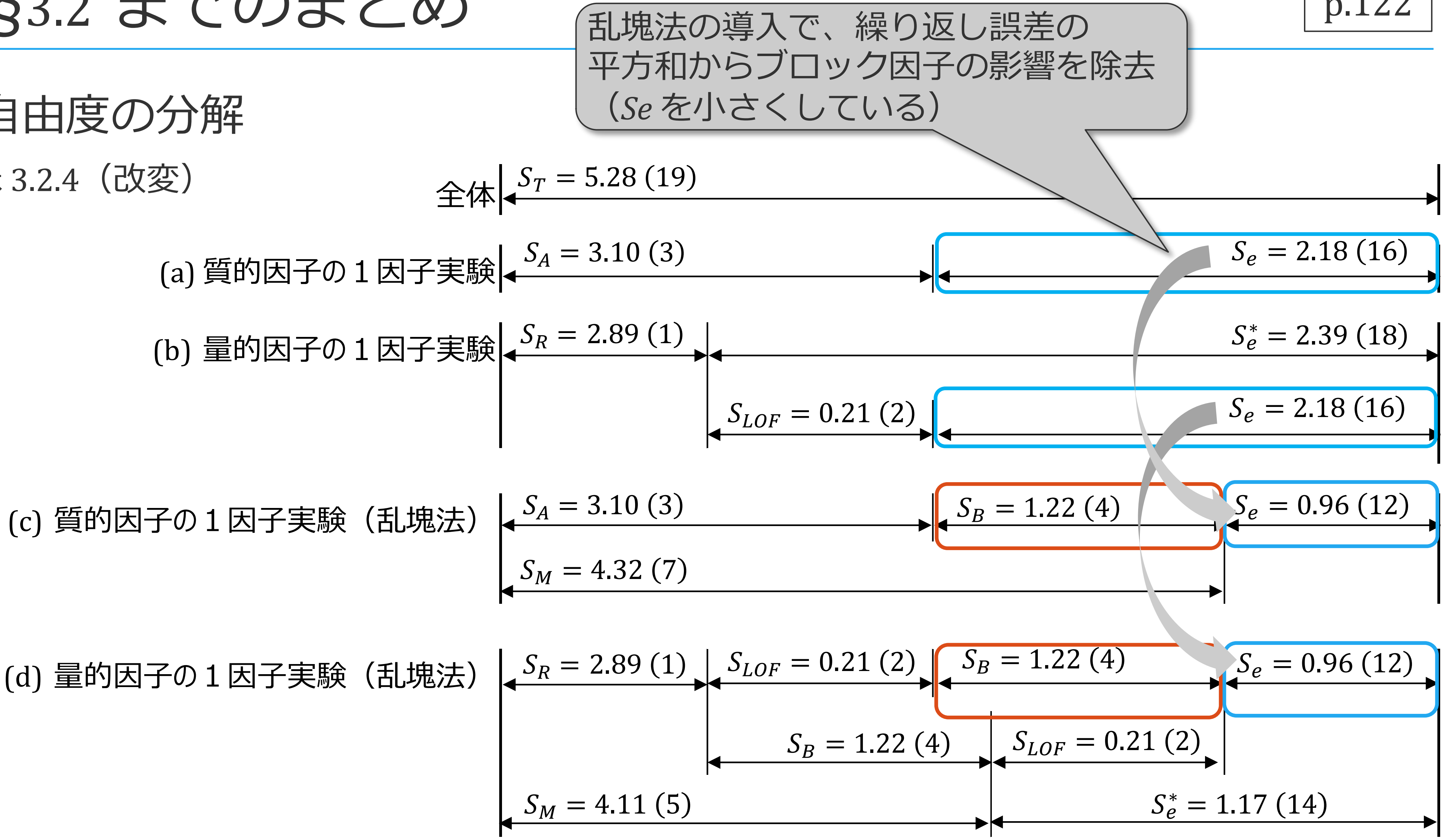
表示 3.2.4（改変）



§1 から §3.2 までのまとめ

●平方和と自由度の分解

表示 3.2.4（改変）

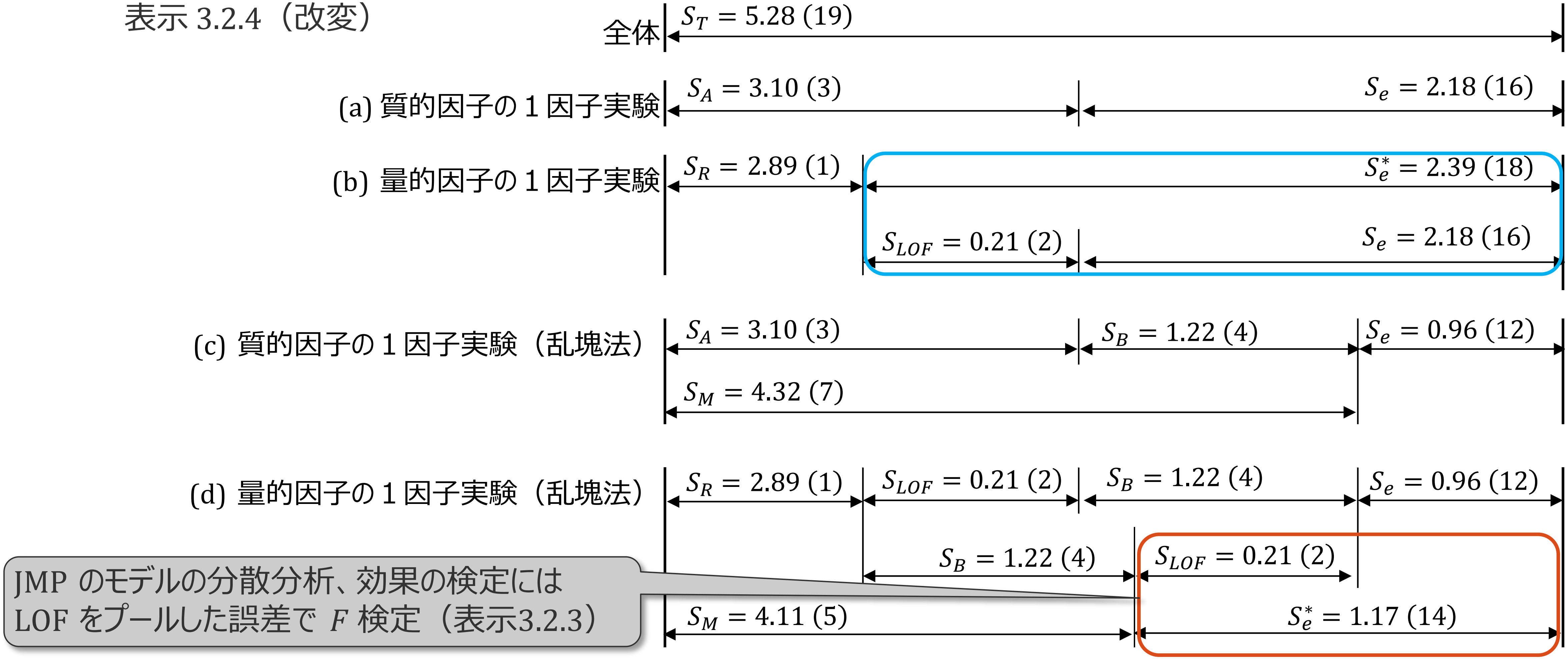


§1 から §3.2 までのまとめ

p.122

●平方和と自由度の分解

表示 3.2.4（改変）



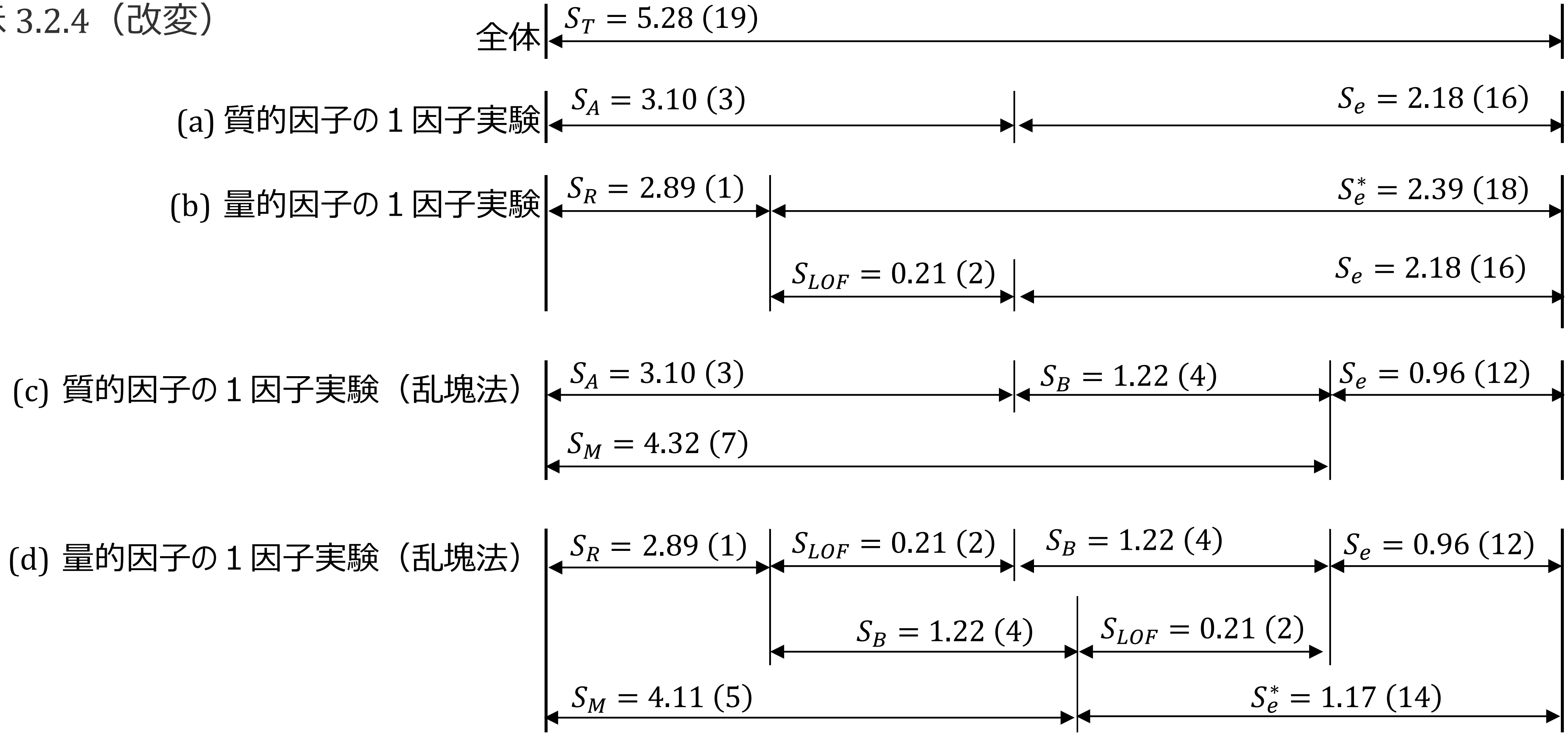
§1 から §3.2 までのまとめ

p.122

●平方和と自由度の分解

以下の関係が成立するのは、欠測値がなく、**バランスが取れている場合**
（次節でアンバランスな場合を取り上げる）

表示 3.2.4（改変）



まとめ

p.122

●量的因子の乱塊法

残差平方和が、ブロック因子の平方和と、残差平方和に分解される

ブロック因子として系統的な誤差を取り除く

残差平方和が小さくなる

残差自由度も減少（ブロック因子の自由度の分）

→　一般的には残差平均平方は小さくなり，主効果の検出力が増加

→　推定値の標準誤差が縮小

●平方和と自由度の分解

質的因子の１因子実験

量的因子の１因子実験

質的因子の１因子実験（乱塊法）

量的因子の１因子実験（乱塊法）

これらの平方和の自由度の分解について、十分理解して次節に進むこと

- 作成　片瀬雅彦
- 監修　松本一彦、長谷文雄
- 作成時期　2019年8月28日
- 改訂　2020年2月15日、2023年10月8日