



## 5 2 因子実験

### 5.1 2 因子実験の基礎

#### テキスト

芳賀敏郎（2014）医薬品開発のための統計解析

第2部 実験計画法 改訂版、サイエンティスト社、p.294



## 第2部 実験計画法

---

- 1 因子実験・・・質的因子
  - 1.1 繰り返し数が等しい場合、1.2 繰り返し数が異なる場合
  - 1.3 多重比較、1.4 ばらつきを特性値とする実験
  - 1.5 ノンパラメトリック検定
- 量的因子
  - 2.1 直線関係の場合、2.2 非直線関係の場合
  - 2.3 ダミー変数による質的因子の効果の推定
- 乱塊法・・・3.1 質的因子の乱塊法、3.2 量的因子の乱塊法、3.3 欠測値のある場合
- 共分散分析・・・4.1 共分散分析の目的、4.2 解析手順、4.3 医薬品開発における共分散分析の例
- 2 因子実験・・・5.1 2 因子実験の基礎**、5.2 質的因子×質的因子、5.3 質的因子×量的因子
- 5.4 質的因子×量的因子（変形）、5.5 量的因子×量的因子
- 多因子実験・・・6.1 多因子実験の基礎、6.2 スクリーニング計画、6.3 応答曲面計画
- 変量模型ほか・・・7.1 1 因子実験、7.2 枝分れ実験、7.3 乱塊法の拡張、7.4 経時データ、7.5 交差試験

# 第2部 実験計画法

## 1 因子実験

- 質的因子
  - 1.1 繰り返し数が等しい場合、1.2 繰り返し数が異なる場合
  - 1.3 多重比較、1.4 ばらつきを特性値とする実験
  - 1.5 ノンパラメトリック検定
- 量的因子
  - 2.1 直線関係の場合、2.2 非直線関係の場合
  - 2.3 ダミー変数による質的因子の効果の推定

1 因子実験の事例  
(2 因子以上に拡張可)

## 乱塊法

- 3.1 質的因子の乱塊法、3.2 量的因子の乱塊法、3.3 欠測値のある場合

## 共分散分析

- 4.1 共分散分析の目的、4.2 解析手順、4.3 医薬品開発における共分散分析の例

## 2 因子実験

- 5.1 **2 因子実験の基礎**、5.2 質的因子×質的因子、5.3 質的因子×量的因子
- 5.4 質的因子×量的因子 (変形)、5.5 量的因子×量的因子

## 多因子実験

- 6.1 多因子実験の基礎、6.2 スクリーニング計画、6.3 応答局面計画

## 変量モデルほか

- 7.1 1 因子実験、7.2 枝分れ実験、7.3 乱塊法の拡張、7.4 経時データ、7.5 交差試験



## 5.1 2 因子実験の基礎

p.169

- (1) 2 因子実験とは
- (2) 主効果と交互作用
- (3) 主効果と交互作用の表し方

テキストの  
該当ページ

使用するファイル

Excel ファイル：「DE改5-2 因子.xlsx」

サイエンティスト社ホームページからダウンロード

JMP 10.0.2 の出力を表示

★プレゼンテーションの  
スピーカーノートを、  
PDF の注釈に変換してあります



# (1) 2因子実験とは

2因子実験のデータの形  
(質的因子×質的因子の事例)



# 2 因子実験とは

## ●質的因子の 1 因子実験、質的因子の 2 因子実験

1 因子実験

因子：薬剤

因子

水準

薬剤	繰り返し			
	1	2	3	4
A0	11.0	10.7	11.4	10.9
A1	11.3	11.3	10.9	11.2
A2	11.8	12.2	12.1	10.8
A3	11.5	12.0	12.4	11.0

観測値

1つの質的因子「薬剤」の水準を変化させる実験

2 因子実験

因子：薬剤  
：雌雄

水準

水準

雌雄	薬剤	繰り返し			
		1	2	3	4
(雄)	A0	11.0	10.7	11.4	10.9
	A1	11.3	11.3	10.9	11.2
	A2	11.8	12.2	12.1	10.8
	A3	11.5	12.0	12.4	11.0
(雌)	A0	10.2	10.8	10.5	10.2
	A1	10.9	11.3	10.3	10.4
	A2	10.5	10.8	10.8	11.1
	A3	10.9	10.5	11.3	11.6

2つの質的因子「薬剤」「雌雄」の水準を組み合わせ、同時に変化させる実験



# 2 因子実験とは

## ●質的因子の 1 因子実験、質的因子の 2 因子実験

1 因子実験  
因子：薬剤

薬剤	繰り返し			
	1	2	3	4
A0	11.0	10.7	11.4	10.9
A1	11.3	11.3	10.9	11.2
A2	11.8	12.2	12.1	10.8
A3	11.5	12.0	12.4	11.0

1 因子実験 (乱塊法)  
制御因子：薬剤  
+ ブロック因子  
(§ 3)

薬剤	ブロック			
	R1	R2	R3	R4
A0	11.0	10.7	11.4	10.9
A1	11.3	11.3	10.9	11.2
A2	11.8	12.2	12.1	10.8
A3	11.5	12.0	12.4	11.0

2 因子実験  
因子：薬剤  
：雌雄

雌雄	薬剤	繰り返し			
		1	2	3	4
(雄)	A0	11.0	10.7	11.4	10.9
	A1	11.3	11.3	10.9	11.2
	A2	11.8	12.2	12.1	10.8
	A3	11.5	12.0	12.4	11.0
(雌)	A0	10.2	10.8	10.5	10.2
	A1	10.9	11.3	10.3	10.4
	A2	10.5	10.8	10.8	11.1
	A3	10.9	10.5	11.3	11.6

ブロック内で  
水準が1つずつ



# 2 因子実験とは

## ●質的因子の 1 因子実験、質的因子の 2 因子実験

ブロック因子

1 因子実験  
因子：薬剤

薬剤	繰り返し			
	1	2	3	4
A0	11.0	10.7	11.4	10.9
A1	11.3	11.3	10.9	11.2
A2	11.8	12.2	12.1	10.8
A3	11.5	12.0	12.4	11.0

1 因子実験 (乱塊法)  
制御因子：薬剤  
+ ブロック因子  
(§3)

薬剤	ブロック			
	R1	R2	R3	R4
A0	11.0	10.7	11.4	10.9
A1	11.3	11.3	10.9	11.2
A2	11.8	12.2	12.1	10.8
A3	11.5	12.0	12.4	11.0

2 因子実験  
因子：薬剤  
：雌雄

雌雄	薬剤	繰り返し			
		1	2	3	4
(雄)	A0	11.0	10.7	11.4	10.9
	A1	11.3	11.3	10.9	11.2
	A2	11.8	12.2	12.1	10.8
	A3	11.5	12.0	12.4	11.0
(雌)	A0	10.2	10.8	10.5	10.2
	A1	10.9	11.3	10.3	10.4
	A2	10.5	10.8	10.8	11.1
	A3	10.9	10.5	11.3	11.6

共分散分析  
制御因子 + 補助因子 (§4)

1 つの制御因子にブロック因子や補助因子が加わっても、2 因子実験とはいわない

乱塊法、共分散分析は 2 因子以上の実験に拡張できる

# 2 因子実験とは

## ●質的因子の1因子実験、質的因子の2因子実験

1 因子実験  
因子：薬剤

薬剤	繰り返し			
	1	2	3	4
A0	11.0	10.7	11.4	10.9
A1	11.3	11.3	10.9	11.2
A2	11.8	12.2	12.1	10.8
A3	11.5	12.0	12.4	11.0

1 因子実験 (乱塊法)  
制御因子：薬剤  
+ ブロック因子  
(§3)

薬剤	ブロック			
	R1	R2	R3	R4
A0	11.0	10.7	11.4	10.9
A1	11.3	11.3	10.9	11.2
A2	11.8	12.2	12.1	10.8
A3	11.5	12.0	12.4	11.0

ブロック因子

2 因子実験  
因子：薬剤  
：雌雄

雌雄	薬剤	繰り返し			
		1	2	3	4
B1 (雄)	A0	11.0	10.7	11.4	10.9
	A1	11.3	11.3	10.9	11.2
	A2	11.8	12.2	12.1	10.8
	A3	11.5	12.0	12.4	11.0
B2 (雌)	A0	10.2	10.8	10.5	10.2
	A1	10.9	11.3	10.3	10.4
	A2	10.5	10.8	10.8	11.1
	A3	10.9	10.5	11.3	11.6

完全無作為化法  
(全体で無作為化)

乱塊法  
(ブロック内で無作為化)

完全無作為化法  
1 因子や 2 因子などの全てのデータの  
実験順序が無作為化実験方法



# 2 因子実験とは

## ●質的因子の 1 因子実験、質的因子の 2 因子実験

1 因子実験  
因子：薬剤

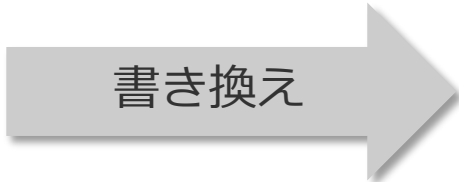
薬剤	繰り返し			
	1	2	3	4
A0	11.0	10.7	11.4	10.9
A1	11.3	11.3	10.9	11.2
A2	11.8	12.2	12.1	10.8
A3	11.5	12.0	12.4	11.0

1 因子実験 (乱塊法)  
制御因子：薬剤  
+ ブロック因子  
(§ 3)

薬剤	ブロック			
	R1	R2	R3	R4
A0	11.0	10.7	11.4	10.9
A1	11.3	11.3	10.9	11.2
A2	11.8	12.2	12.1	10.8
A3	11.5	12.0	12.4	11.0

2 因子実験  
因子：薬剤  
：雌雄

雌雄	薬剤	繰り返し			
		1	2	3	4
B1 (雄)	A0	11.0	10.7	11.4	10.9
	A1	11.3	11.3	10.9	11.2
	A2	11.8	12.2	12.1	10.8
	A3	11.5	12.0	12.4	11.0
B2 (雌)	A0	10.2	10.8	10.5	10.2
	A1	10.9	11.3	10.3	10.4
	A2	10.5	10.8	10.8	11.1
	A3	10.9	10.5	11.3	11.6



雌雄	薬剤			
	A0	A1	A2	A3
B1 (雄)	11.0	11.3	11.8	11.5
	10.7	11.3	12.2	12.0
	11.4	10.9	12.1	12.4
	10.9	11.2	10.8	11.0
B2 (雌)	10.2	10.9	10.5	10.9
	10.8	11.3	10.8	10.5
	10.5	10.3	10.8	11.3
	10.2	10.4	11.1	11.6

# 2 因子実験とは

## ●質的因子の1 因子実験、質的因子の2 因子実験

1 因子実験  
因子：薬剤

薬剤	繰り返し			
	1	2	3	4
A0	11.0	10.7	11.4	10.9
A1	11.3	11.3	10.9	11.2
A2	11.8	12.2	12.1	10.8
A3	11.5	12.0	12.4	11.0

1 因子実験 (乱塊法)  
制御因子：薬剤  
+ ブロック因子  
(§ 3)

薬剤	ブロック			
	R1	R2	R3	R4
A0	11.0	10.7	11.4	10.9
A1	11.3	11.3	10.9	11.2
A2	11.8	12.2	12.1	10.8
A3	11.5	12.0	12.4	11.0

1 元配置実験 (データの形式)

2 因子実験  
因子：薬剤  
：雌雄

雌雄	薬剤	繰り返し			
		1	2	3	4
B1 (雄)	A2	11.8	12.2	12.1	10.8
	A3	11.5	12.0	12.4	11.0
	A0	10.2	10.8	10.5	10.2
	A1	10.9	11.3	10.3	10.4
B2 (雌)	A2	10.5	10.8	10.8	11.1
	A3	10.9	10.5	11.3	11.6

2 元配置実験 (データの形式)

上：繰り返しのない 2 元配置実験  
下：繰り返しのある 2 元配置実験

書き換え

繰り返し

雌雄	薬剤			
	A0	A1	A2	A3
B1 (雄)	11.0	11.3	11.8	11.5
	10.7	11.3	12.2	12.0
	11.4	10.9	12.1	12.4
	10.9	11.2	10.8	11.0
B2 (雌)	10.2	10.9	10.5	10.9
	10.8	11.3	10.8	10.5
	10.5	10.3	10.8	11.3
	10.2	10.4	11.1	11.6

# 2 因子実験とは

- JMP [分析] > [二変量の関係] (補足)

The screenshot illustrates the JMP workflow for a 2-factor experiment. It shows the menu path [分析] > [二変量の関係] (補足). The selection panel on the left highlights the '一元配置' (One-Factor) analysis option. The plot window displays a dot plot of 'y' versus '群' (Group) with groups A1, A2, and A3. The results window shows a diamond plot of 'y' versus '群' with groups A1, A2, A3, and A4, and an ANOVA table with R-squared = 0.587121.

群	Y
A1	9.5
A1	10.0
A1	10.5
A1	10.8
A1	11.0
A1	11.2
A1	11.5
A1	11.8
A1	12.0
A2	10.5
A2	10.8
A2	11.0
A2	11.2
A2	11.5
A2	11.8
A2	12.0
A3	11.0
A3	11.2
A3	11.5
A3	11.8
A3	12.0
A4	11.0
A4	11.2
A4	11.5
A4	11.8
A4	12.0



# 2 因子実験とは

## ● 2 因子実験の因子の組合せ

質的因子×質的因子 (§5.2)

雌雄	薬剤			
	A0	A1	A2	A3
雄	11.0	11.3	11.8	11.5
	10.7	11.3	12.2	12.0
	11.4	10.9	12.1	12.4
	10.9	11.2	10.8	11.0
雌	10.2	10.9	10.5	10.9
	10.8	11.3	10.8	10.5
	10.5	10.3	10.8	11.3
	10.2	10.4	11.1	11.6

質的因子×量的因子 (§5.3)

雌雄	投与量	効果	雌雄	投与量	効果
	(x)	(y)		(x)	(y)
雄	0	11.0	雌	0	10.2
	0	10.7		0	10.8
	0	11.4		0	10.5
	0	10.9		0	10.2
	1	11.3		1	10.9
	1	11.3		1	11.3
	1	10.9		1	10.3
	1	11.2		1	10.4
	2	11.8		2	10.5
	2	12.2		2	10.8
	2	12.1		2	10.8
	2	10.8		2	11.1
3	11.5	3	10.9		
3	12.0	3	10.5		
3	12.4	3	11.3		
3	11.0	3	11.6		

量的因子×量的因子 (§5.4)

薬剤A	薬剤B			
	0	1	2	3
0	10.0	11.6	11.6	12.0
	10.3	12.2	12.2	11.5
2	11.3	12.1	12.4	10.1
	11.5	12.9	11.0	11.8
4	10.9	10.5	10.4	8.0
	11.3	10.8	11.0	7.5

注) 薬剤A, Bの投与量

質的因子と量的因子の組合せは3通り  
解析の考え方や手順が大きく異なる



## (2) 主効果と交互作用

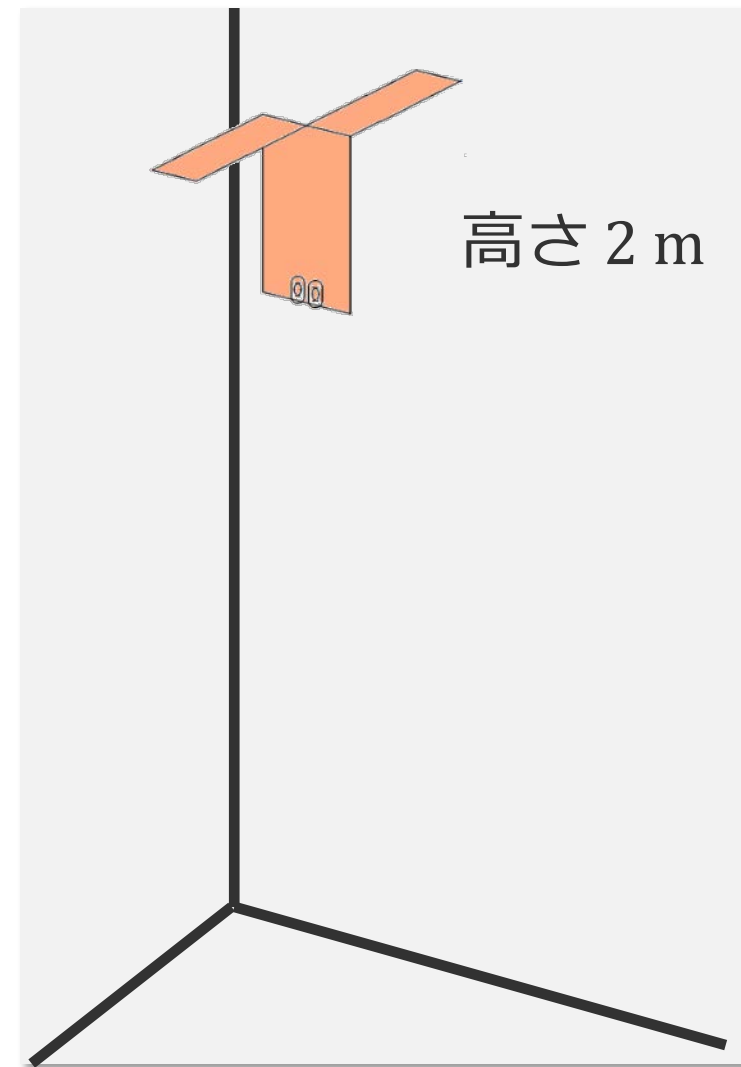
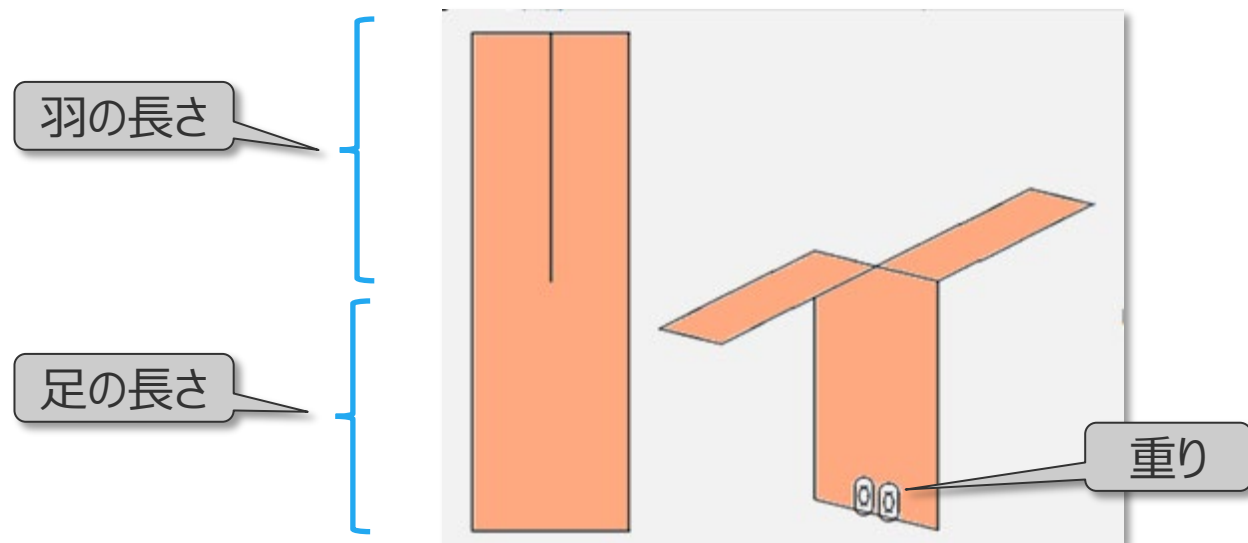
交互作用の意味  
(質的因子×質的因子の事例)



# 1 因子実験と 2 因子実験

## ●事例（課題 5.1）

紙ヘリコプター実験（第1部 [§1.5](#)）を取り上げる  
紙ヘリコプターの「羽の長さ」と「足の長さ」の2要因を考える  
滞空時間が長くなるようにしたい  
それぞれの最適値をどのように推定するか？  
ただし、紙の全長は自由、羽の長さとは足の長さは独立に決める





# 1 因子実験と 2 因子実験

## ●事例（課題 5.1）

紙ヘリコプター実験で、「羽の長さ」と「足の長さ」の最適値を推定する

### 実験 1

- (1) 「足の長さ」を適当な値に固定し、「羽の長さ」を変えた**1 因子実験**で最適値を推定
- (2) 「羽の長さ」を推定した最適値に固定し、「足の長さ」を変えた**1 因子実験**で最適値を推定
- (3) この「羽の長さ」と「足の長さ」の組合せを最適値とする

### 実験 2

「羽の長さ」と「足の長さ」の 2 要因を同時に取り上げて、  
両者を組み合わせて同時に変化させる **2 因子実験**を行い最適値を推定

実験 2 を行わなければならない → 「交互作用」が存在するから  
「交互作用」は 2 因子実験を行わないと知り得ない



## ●交互作用を説明する事例

2種類の鎮痛剤 (A, B) を単独または併用して投与し、鎮痛効果が持続する時間を測定  
薬の無投与を第1水準 ( $A_1, B_1$ ) , 薬の投与を第2水準 ( $A_2, B_2$ )、単独投与と併用投与を行う

- 無投与 ( $A_1, B_1$ ) : 0 時間
- A のみ投与 ( $A_2, B_1$ ) : 8 時間 (A の単独効果)
- B のみ投与 ( $A_1, B_2$ ) : 6 時間 (B の単独効果)
- A + B 投与 ( $A_2, B_2$ ) : ? (A と B の併用効果)

両方の記号を併用  
 $(A_1, A_2) = (A1, A2)$   
 $(B_1, B_2) = (B1, B2)$

この事例は、質的因子×質的因子の実験

この事例は、本節の最後まで利用

## ●交互作用を説明する事例

2種類の鎮痛剤（A, B）を単独または併用して投与し、鎮痛効果が持続する時間を測定  
薬の無投与を第1水準（ $A_1, B_1$ ）, 薬の投与を第2水準（ $A_2, B_2$ ）、単独投与と併用投与を行う

無投与 ( $A_1, B_1$ ) : 0 時間

Aのみ投与 ( $A_2, B_1$ ) : 8 時間 (Aの単独効果)

Bのみ投与 ( $A_1, B_2$ ) : 6 時間 (Bの単独効果)

A + B 投与 ( $A_2, B_2$ ) : ? (AとBの併用効果)

この事例は、質的因子×質的因子の実験

この事例は、本節の最後まで利用

表示 5.11 (一部)

	B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>
無投与		
A <sub>1</sub>	0	6
A <sub>2</sub>	8	?

Callouts:

- 無投与 (points to the top-left cell)
- Bのみ投与 Bの単独の効果 (points to the cell with value 6)
- Aのみ投与 Aの単独の効果 (points to the cell with value 8)
- A+B 併用投与 (points to the cell with value ?)

## ●効果の加法性、拮抗効果、相乗効果

2 薬剤の併用投与の効果について、

(a) 効果の加法性：単独効果の和になる（単純に考えた場合の期待される効果）

(b) 拮抗効果：単独効果の和よりも小さくなる（相互の足の引っ張り合い）

(c) 相乗効果：単独効果の和よりも大きくなる（相互の助け合い）

} 交互作用

表示 5.11  
(一部)

	B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>
A <sub>1</sub>	0	6
A <sub>2</sub>	8	14

↓ +8

→  
+6

### (a) 効果の加法性

単独効果と同じ

Aの効果：+8 = 8

Bの効果：+6 = 6

	B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>
A <sub>1</sub>	0	6
A <sub>2</sub>	8	10

↓ +4

→  
+2

### (b) 拮抗効果

単独効果より小さい

Aの効果：+4 < 8

Bの効果：+2 < 6

	B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>
A <sub>1</sub>	0	6
A <sub>2</sub>	8	18

↓ +12

→  
+10

### (c) 相乗効果

単独効果より大きい

Aの効果：+12 > 8

Bの効果：+10 > 6

# 交互作用とは

## ●効果の加法性、拮抗効果、相乗効果

2薬剤の併用投与の効果について、

- (a) 効果の加法性：単独効果の和になる（単純に考えた場合の期待される効果）
- (b) 拮抗効果：単独効果の和よりも小さくなる（相互の足の引っ張り合い）
- (c) 相乗効果：単独効果の和よりも大きくなる（相互の助け合い）

鎮痛剤 A の効果は、  
鎮痛剤 B を投与したときと投与しないときとで異なる  
(A,B を替えて言い換えることも可)

交互作用

表示 5.11  
(一部)

	B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>
A <sub>1</sub>	0	6
A <sub>2</sub>	8	14

↓ +8

→  
+6

### (a) 効果の加法性

単独効果と同じ

Aの効果：+8 = 8

Bの効果：+6 = 6

	B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>
A <sub>1</sub>	0	6
A <sub>2</sub>	8	10

↓ +4

→  
+2

### (b) 拮抗効果

単独効果より小さい

Aの効果：+4 < 8

Bの効果：+2 < 6

	B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>
A <sub>1</sub>	0	6
A <sub>2</sub>	8	18

↓ +12

→  
+10

### (c) 相乗効果

単独効果より大きい

Aの効果：+12 > 8

Bの効果：+10 > 6

# 交互作用とは

## ●効果の加法性、拮抗効果、相乗効果

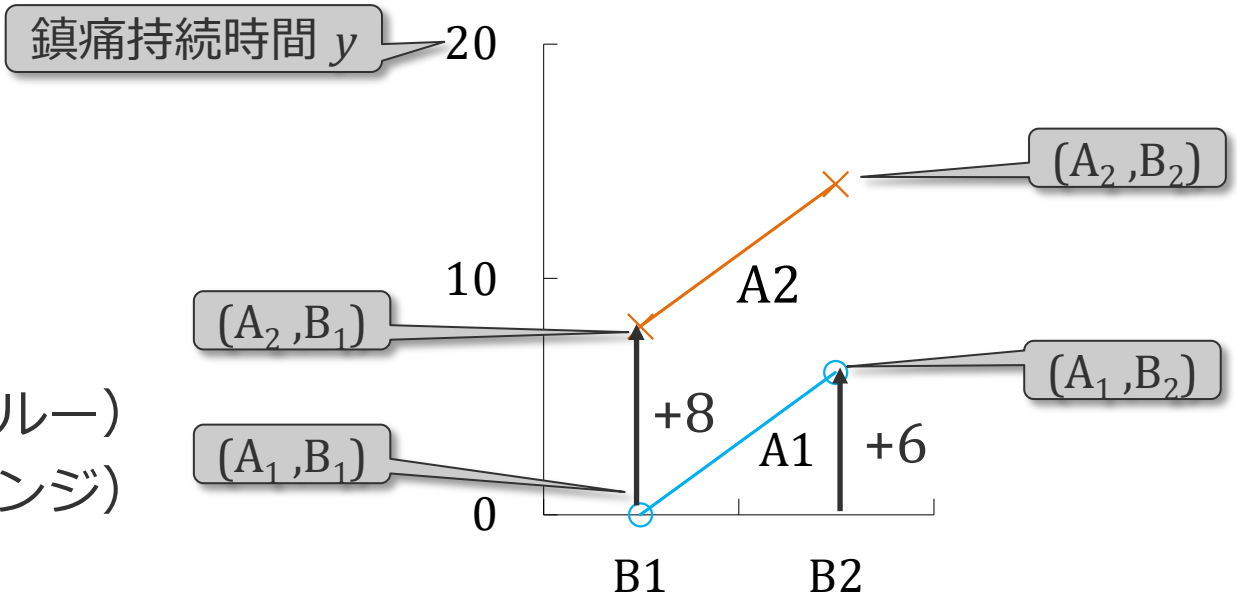
効果の加法性が成立する場合のグラフ化

横軸： $B_1 \dots B$  無投与

$B_2 \dots B$  投与

$A_1$  の線： $(A_1, B_1) - (A_1, B_2) \dots A$  無投与 (ブルー)

$A_2$  の線： $(A_2, B_1) - (A_2, B_2) \dots A$  投与 (オレンジ)



効果の加法性が成立

	$B_1$	$B_2$
$A_1$	0	6
$A_2$	8	14

→ +6 (under B1 to B2)  
↓ +8 (between A1 and A2 at B1)

# 交互作用とは

## ●効果の加法性、拮抗効果、相乗効果

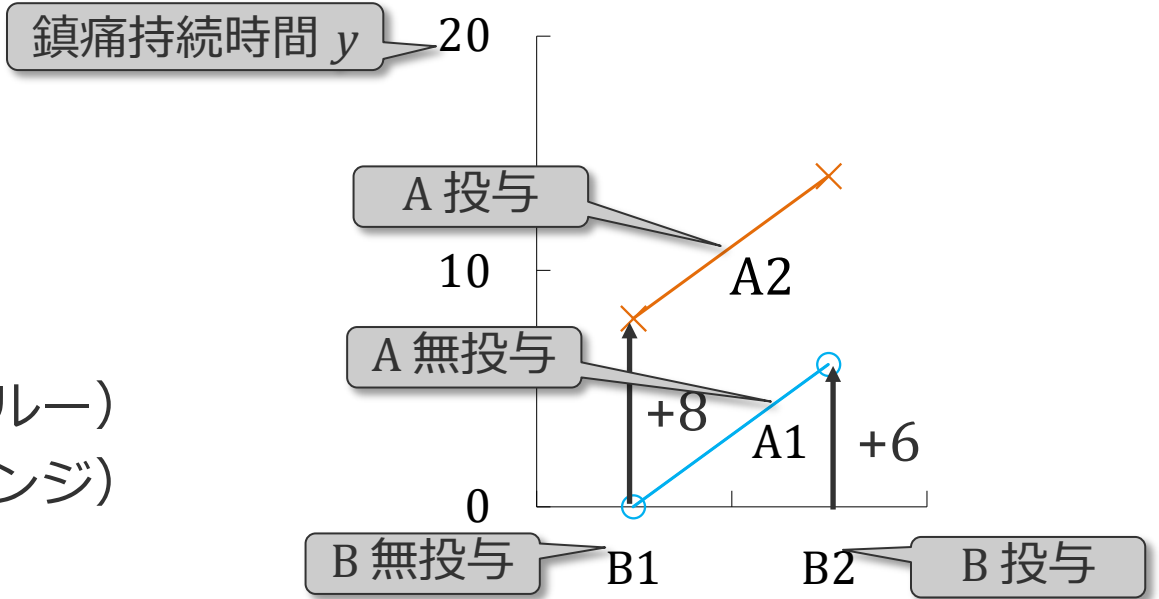
効果の加法性が成立する場合のグラフ化

横軸： $B_1$ ・・・B無投与

$B_2$ ・・・B投与

$A_1$ の線： $(A_1, B_1) - (A_1, B_2)$ ・・・A無投与（ブルー）

$A_2$ の線： $(A_2, B_1) - (A_2, B_2)$ ・・・A投与（オレンジ）



効果の加法性が成立

	$B_1$	$B_2$
$A_1$	0	6
$A_2$	8	14

Annotations: A vertical arrow between  $A_1$  and  $A_2$  at  $B_2$  is labeled '+8'. A horizontal arrow between  $A_1$  and  $A_2$  at  $B_1$  is labeled '+6'.

## ●効果の加法性、拮抗効果、相乗効果

効果の加法性が成立する場合のグラフ化

横軸：B<sub>1</sub> . . . B 無投与

B<sub>2</sub> . . . B 投与

A<sub>1</sub> の線：(A<sub>1</sub>, B<sub>1</sub>) - (A<sub>1</sub>, B<sub>2</sub>) . . . A 無投与 (ブルー)

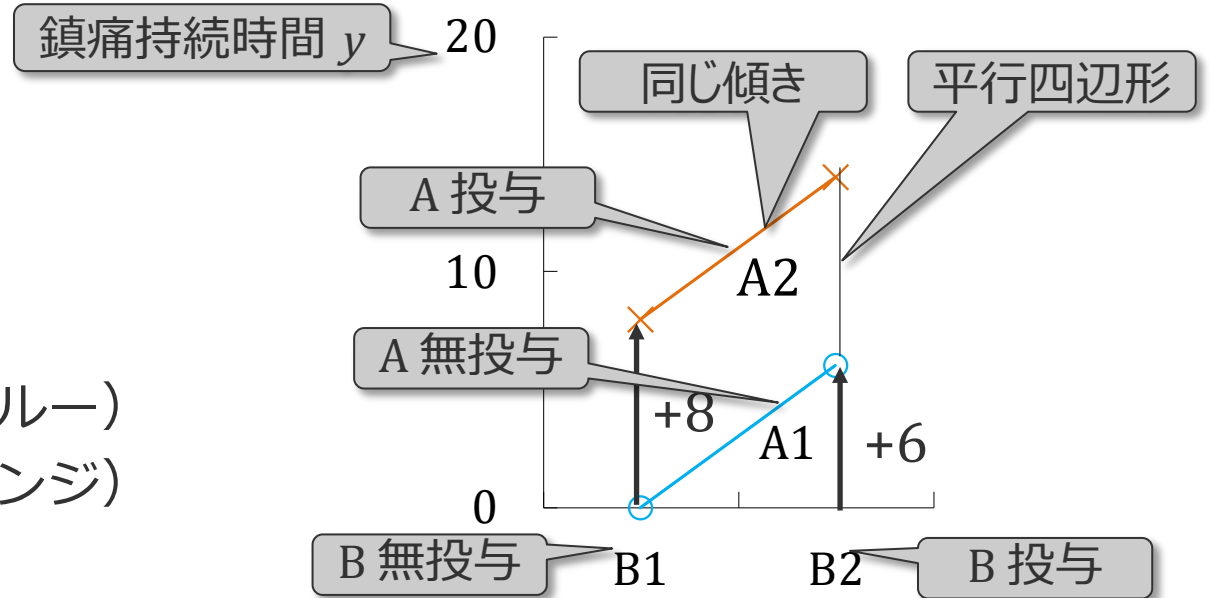
A<sub>2</sub> の線：(A<sub>2</sub>, B<sub>1</sub>) - (A<sub>2</sub>, B<sub>2</sub>) . . . A 投与 (オレンジ)

A<sub>1</sub> の線と A<sub>2</sub> の線の傾きは等しい

上下に移動して重ね合わせることができる

4 点を結んだ形は平行四辺形

効果の加法性が成立

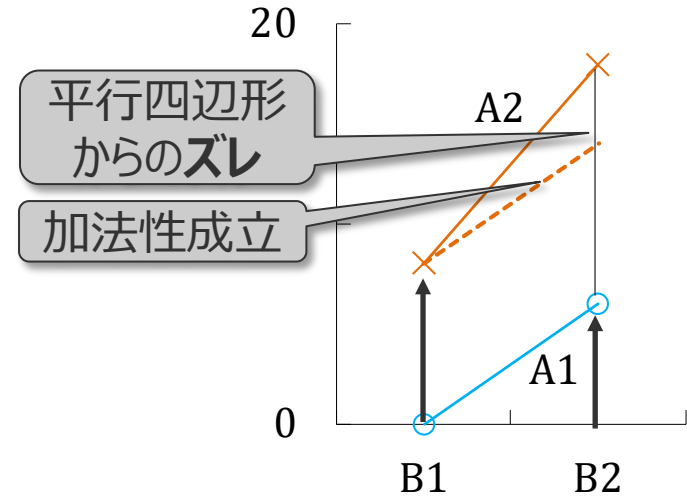
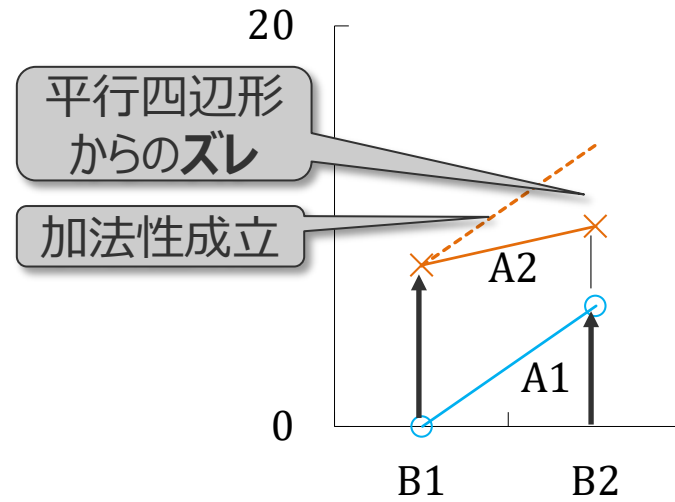
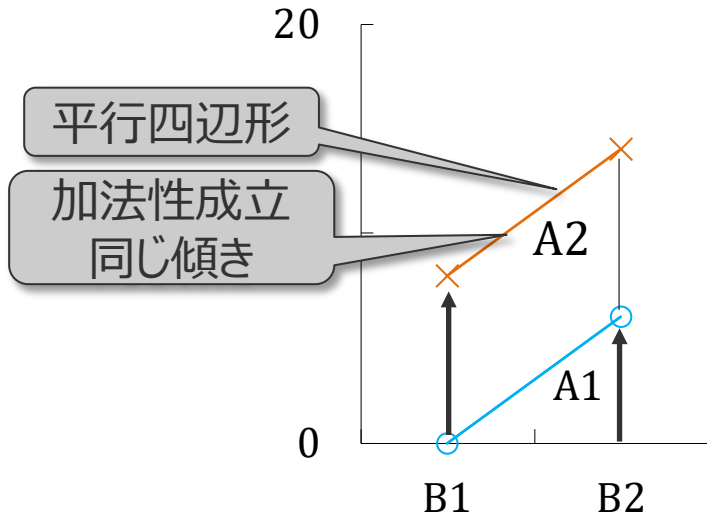


	B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>
A <sub>1</sub>	0	6
A <sub>2</sub>	8	14

→ +6 (horizontal arrow between columns)

↓ +8 (vertical arrow between rows)

# 交互作用とは



表示 5.1.1

	B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>
A <sub>1</sub>	0	6
A <sub>2</sub>	8	14

↓ +8

→ +6

**(a) 効果の加法性**  
 単独の効果と同じ  
 Aの効果 : +8 = 8  
 Bの効果 : +6 = 6

	B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>
A <sub>1</sub>	0	6
A <sub>2</sub>	8	10

↓ +4

→ +2

**(b) 拮抗効果**  
 単独の効果より小さい  
 Aの効果 : +4 < 8  
 Bの効果 : +2 < 6

平行四辺形からのズレ

	B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>
A <sub>1</sub>	0	6
A <sub>2</sub>	8	18

↓ +12

→ +10

**(c) 相乗効果**  
 単独の効果より大きい  
 Aの効果 : +12 > 8  
 Bの効果 : +10 > 6

平行四辺形からのズレ



## ●効果の加法性、拮抗効果、相乗効果

2 薬剤の併用投与の効果について、

(a) 効果の加法性：単独の効果の和になる（単純に考えた場合の期待される効果）

(b) 拮抗効果：単独の効果の和よりも小さくなる（相互の足の引っ張り合い）

(c) 相乗効果：単独の効果の和よりも大きくなる（相互の助け合い）

} 交互作用

これらは、実験計画法での「交互作用」の定義

AとBが量的因子の場合、生物学的な拮抗効果・相乗効果の定義は、これとは異なる考え方が必要

→ 第3部「非線形モデル」[§2.3](#)



### (3) 主効果と交互作用の表し方

交互作用：効果の加法性からのズレ  
(平行四辺形からのズレ)

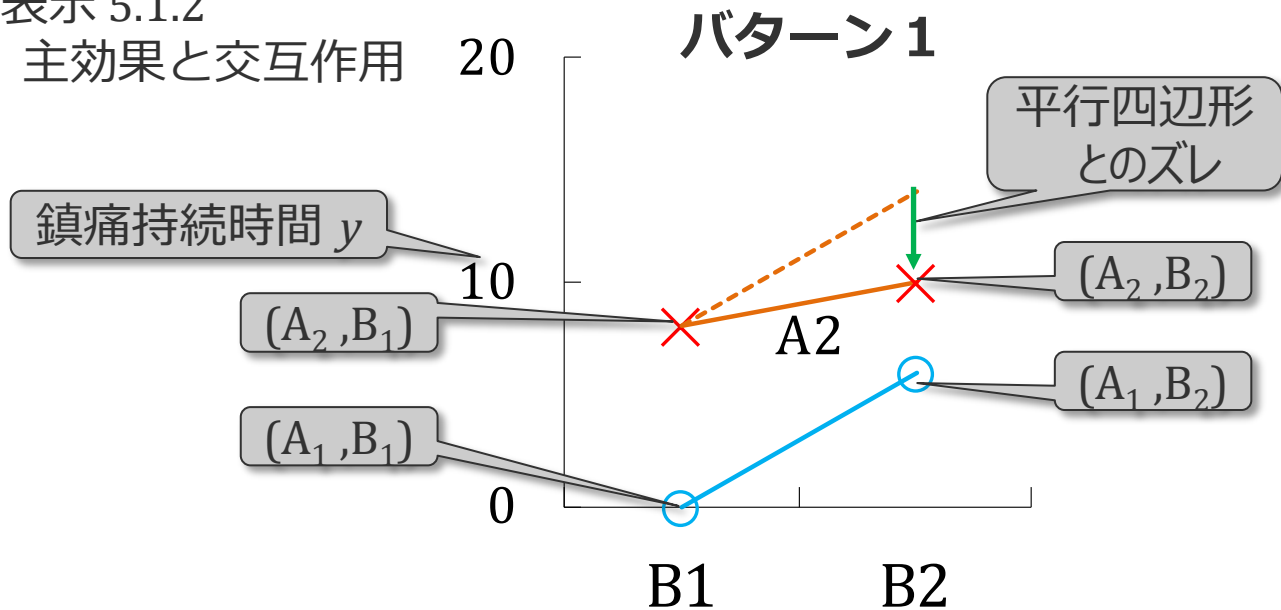
●交互作用を定義する2通りのパターン (拮抗効果の例)

相乗効果でも同じ

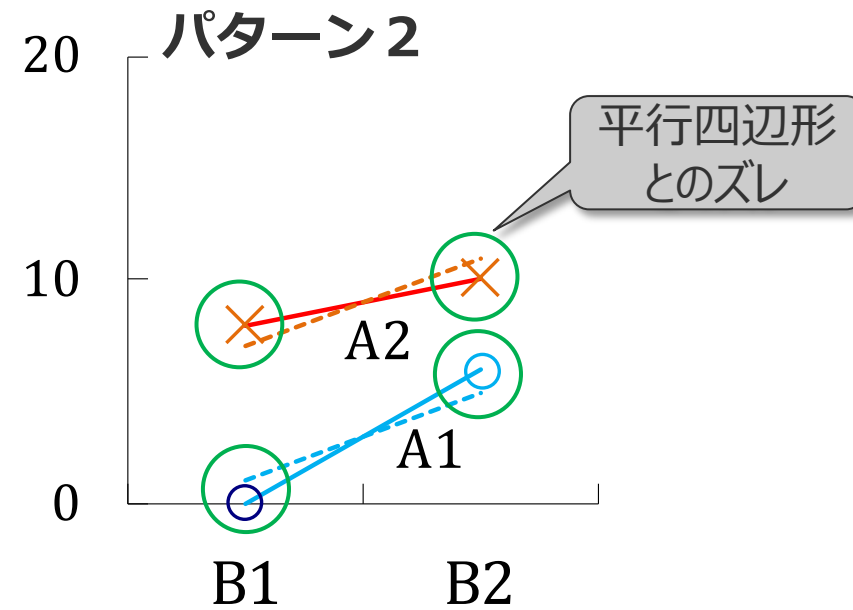
効果の加法性が成立する場合 (交互作用がない場合)、4点を結ぶ形は平行四辺形  
 交互作用 (拮抗作用) がある場合、4点を結ぶ形は平行四辺形からのズレがある

表示 5.1.2

主効果と交互作用



平行四辺形からのズレ (交互作用) を (A2, B2) にしわ寄せして定義



平行四辺形からのズレ (交互作用) を全体に分散して定義

## ●交互作用の定義方法：パターン1

基準を  $(A_1, B_1)$  とする

A の効果：B を  $B_1$  に固定したときの  $A_1$  と  $A_2$  の差：8

B の効果：A を  $A_1$  に固定したときの  $B_1$  と  $B_2$  の差：6

A+B の期待される効果（加法性が成立）： $0 + 8 + 6 = 14$

交互作用：観測値と期待される効果の差： $10 - 14 = -4$

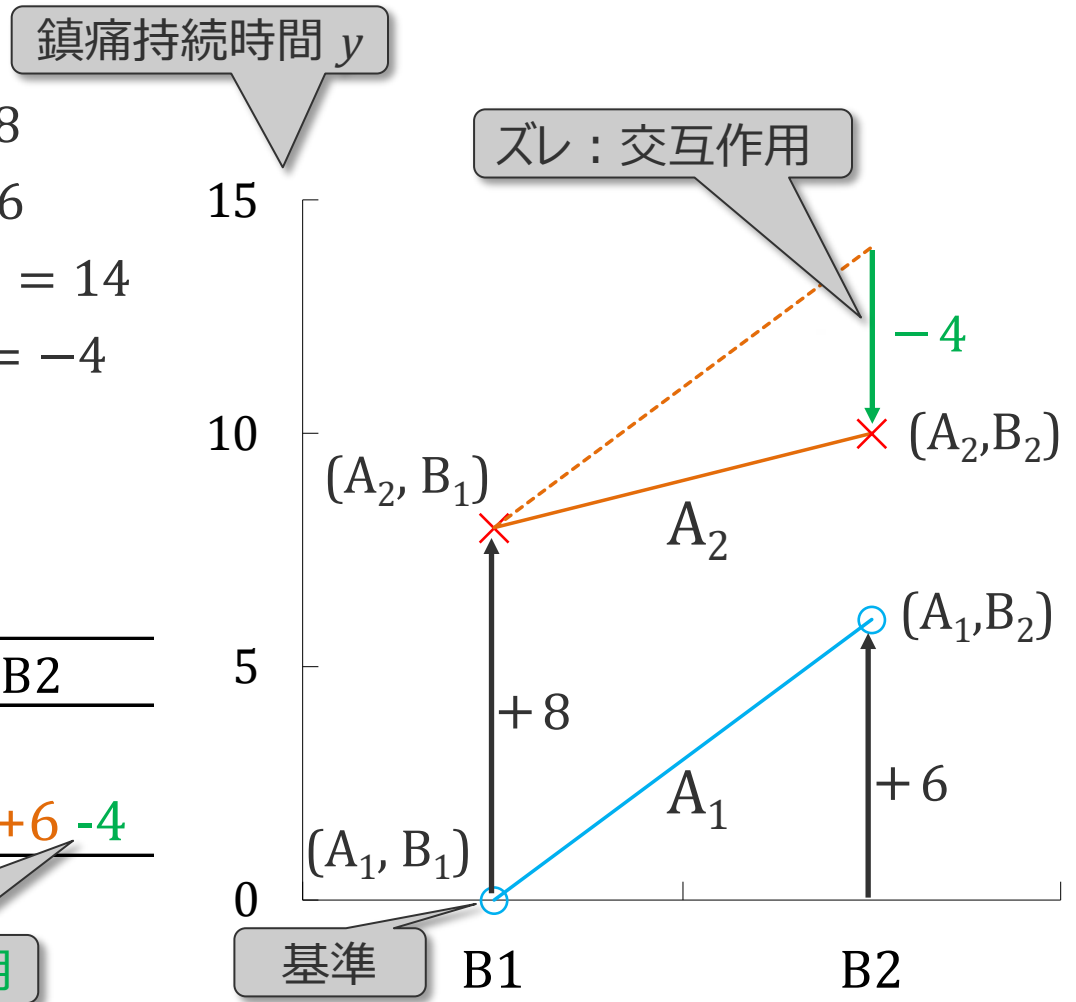
表示 5.1.2 主効果と交互作用（上）

		データ			
		B1	B2	データの分解	
A1		0	6	A1	0      0+6
A2		8	10	A2	0+8      0+8+6 -4

基準 (0)      A の効果 (8)      B の効果 (6)      A+B の効果 (14)

基準 + 効果 + 交互作用 (10)

表示 5.1.2 主効果と交互作用（上）



## ●交互作用の定義方法：パターン1

基準を  $(A_1, B_1)$  とする

A の効果：B を  $B_1$  に固定したときの  $A_1$  と  $A_2$  の差：8

B の効果：A を  $A_1$  に固定したときの  $B_1$  と  $B_2$  の差：6

A+B の期待される効果（加法性が成立）： $0 + 8 + 6 = 14$

交互作用：観測値と期待される効果の差： $10 - 14 = -4$

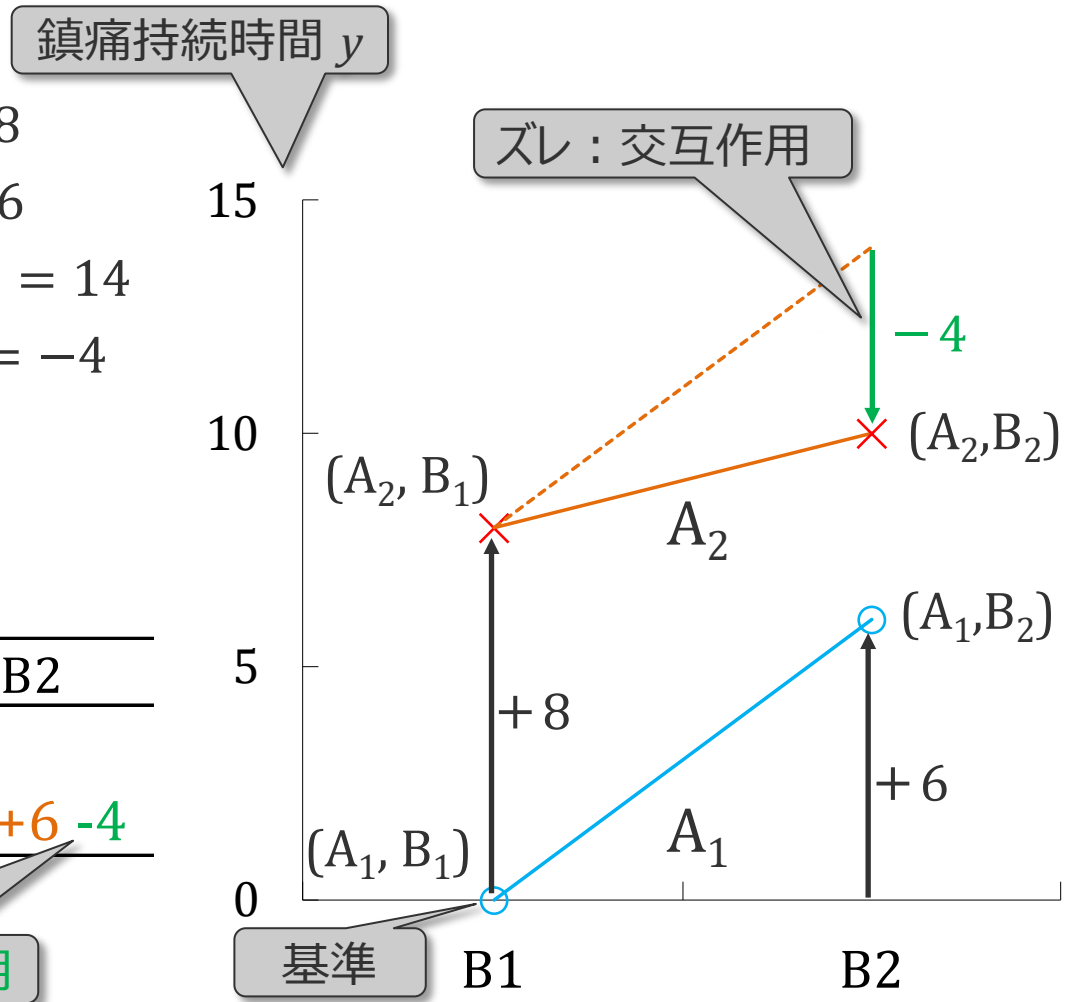
表示 5.1.2 主効果と交互作用（上）

		データ			
		B1	B2	データの分解	
A1		0	6	A1	0      0+6
A2		8	10	A2	0+8      0+8+6 -4

基準 (0)    A の効果 (8)    B の効果 (6)    A+B の効果 (14)

基準 + 効果 + 交互作用 (10)

表示 5.1.2 主効果と交互作用（上）



# 主効果と交互作用

## ●A の平均的な効果

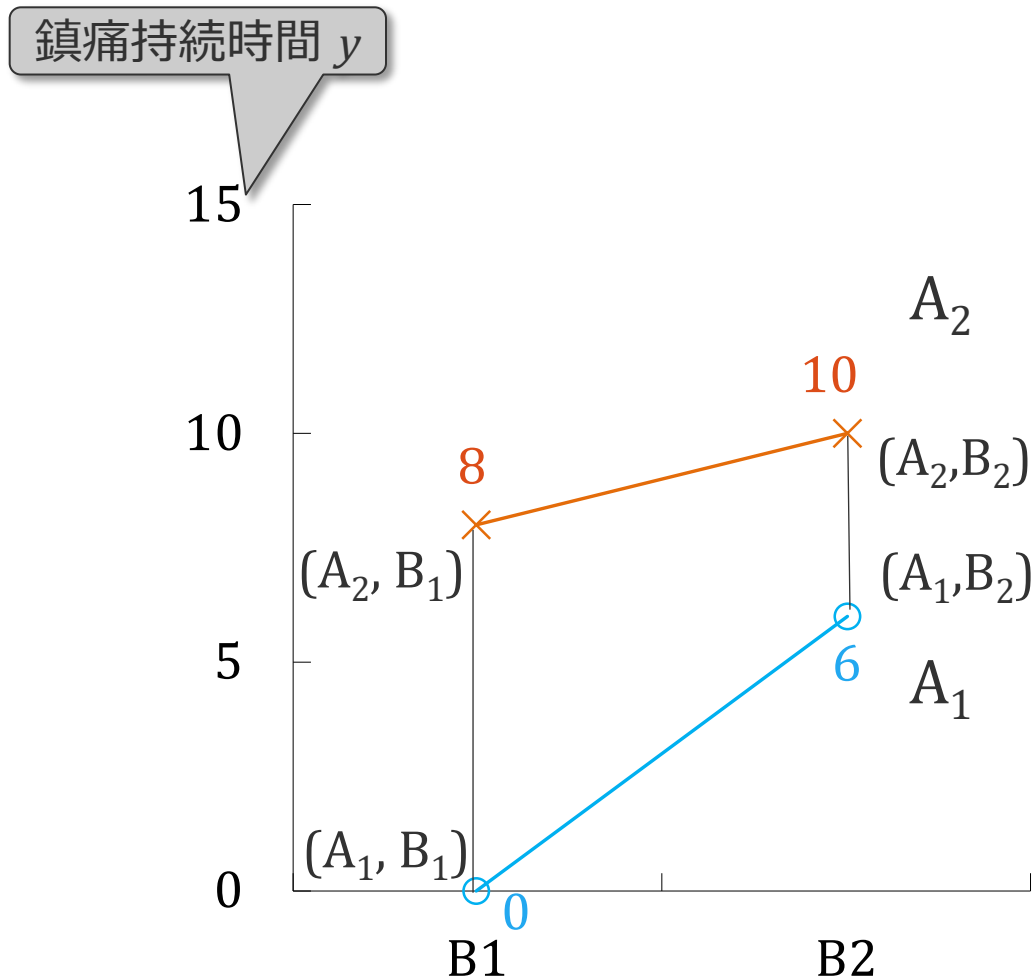
- $A_1$  の水準平均 :  $(0 + 6)/2 = 3$
- $A_2$  の水準平均 :  $(8 + 10)/2 = 9$
- A の平均的な効果 :  $9 - 3 = 6$
- $B_1$  での A の効果 :  $8 - 0 = 8$
- $B_2$  での A の効果 :  $10 - 6 = 4$
- A の平均的な効果 :  $(8 + 4)/2 = 6$

表示 5.1.2 主効果と交互作用 (下)

データ				
	B1	B2	平均	主効果
A1	0	6	3	-3
A2	8	10	9	3
平均	4	8	6	
主効果	-2	2		

総平均

表示 5.1.2 主効果と交互作用 (下)



## ●A の平均的な効果

- A<sub>1</sub> の水準平均 :  $(0 + 6)/2 = 3$
- A<sub>2</sub> の水準平均 :  $(8 + 10)/2 = 9$
- A の平均的な効果 :  $9 - 3 = 6$
- B<sub>1</sub> での A の効果 :  $8 - 0 = 8$
- B<sub>2</sub> での A の効果 :  $10 - 6 = 4$
- A の平均的な効果 :  $(8 + 4)/2 = 6$

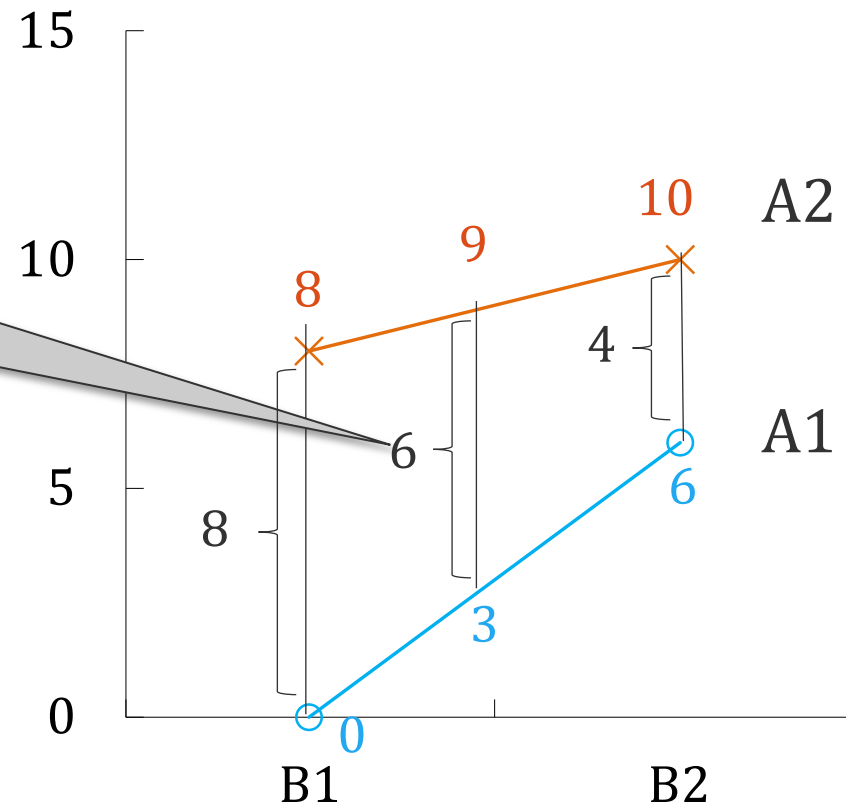
表示 5.1.2 主効果と交互作用 (下)

データ				
	B1	B2	平均	主効果
A1	0	6	3	3
A2	8	10	9	3
平均	4	8	6	
主効果	-2	2		

A の平均的な効果  
 $9 - 3 = 6$   
 $(8 + 4)/2 = 6$

A の平均的な効果  
 $9 - 3 = 6$

総平均



## ●A1 と A2 の主効果

水準平均と総平均の差を「主効果」とする (§1.1 (7) p.26)

A<sub>1</sub> の水準平均 :  $(0 + 6) / 2 = 3$

A<sub>1</sub> の主効果 :  $3 - 6 = -3$

A<sub>2</sub> の水準平均 :  $(8 + 10) / 2 = 9$

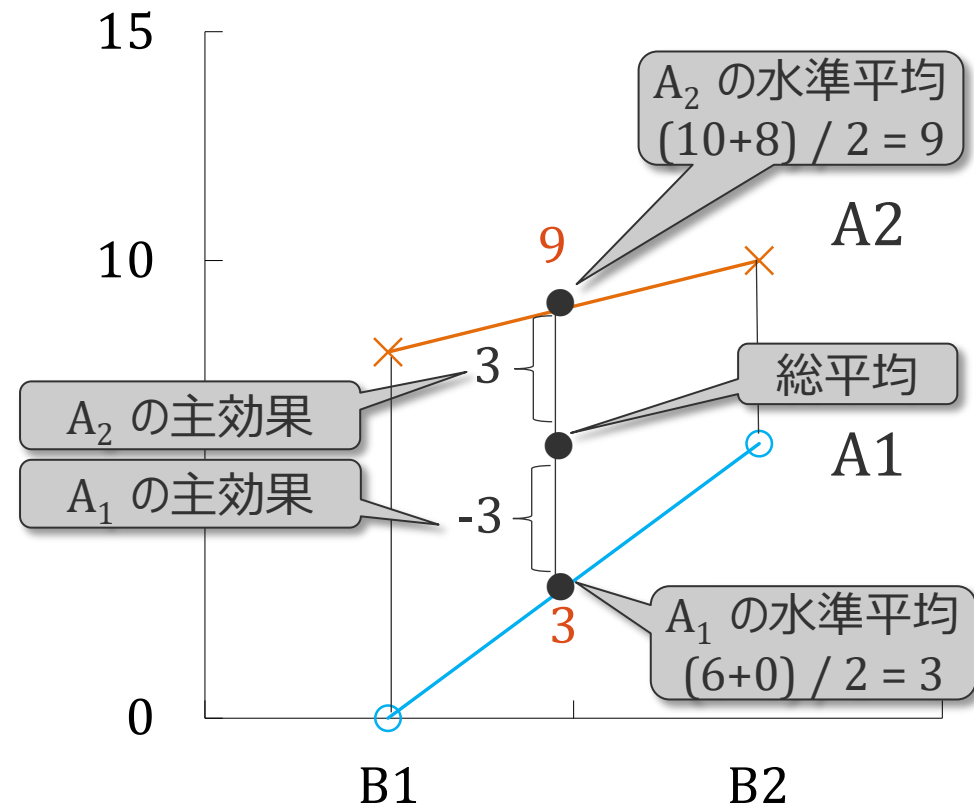
A<sub>2</sub> の主効果 :  $9 - 6 = 3$

A<sub>1</sub> と A<sub>2</sub> の主効果は絶対値が等しく、符号が逆  
(主効果の和は 0)

データ		平均	主効果
	B1	B2	
A1	0	6	3
A2	8	10	9
平均	4	8	6
主効果	-2	2	

Callouts:   
 -3: 平均 - 総平均  
 3: 総平均

表示 5.1.2 主効果と交互作用 (下)



## ●B の平均的な効果

$B_1$  の水準平均 :  $(0 + 8)/2 = 4$

$B_2$  の水準平均 :  $(6 + 10)/2 = 8$

B の平均的な効果 :  $8 - 4 = 4$

$A_1$  での B の効果 :  $6 - 0 = 6$

$A_2$  での B の効果 :  $10 - 8 = 2$

B の平均的な効果 :  $(6 + 2)/2 = 4$

		データ		平均	主効果
		B1	B2		
A1		0	6	3	-3
A2		8	10	9	3
平均		4	8	6	
主効果		-2	2		

Bの平均的な効果

$8 - 4 = 4$

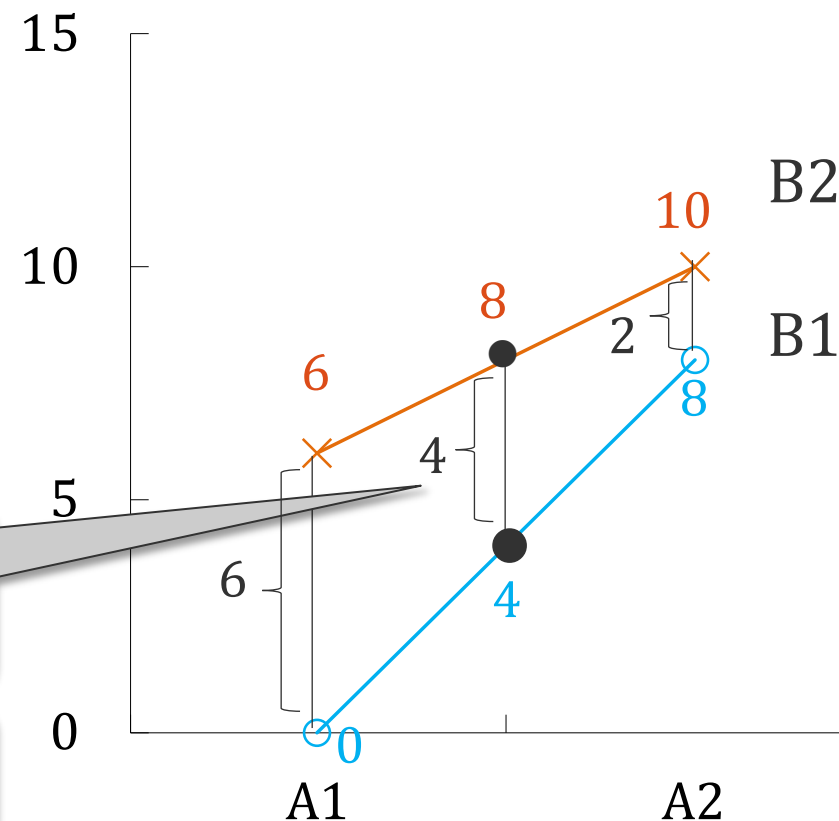
$(6 + 2) / 2 = 4$

Bの平均的な効果

$8 - 4 = 4$

表示 5.1.2 主効果と交互作用 (下)

A と B の入れ替え



## ●B1 と B2 の主効果

水準平均と総平均の差を「主効果」とする ( §1.1 (7) p.26)

$B_1$  の水準平均 :  $(0 + 8) / 2 = 4$

$B_1$  の主効果 :  $4 - 6 = -2$

$B_2$  の水準平均 :  $(6 + 10) / 2 = 8$

$B_2$  の主効果 :  $8 - 6 = 2$

$B_1$  と  $B_2$  の主効果は絶対値が等しく、符号が逆  
(主効果の和は0)

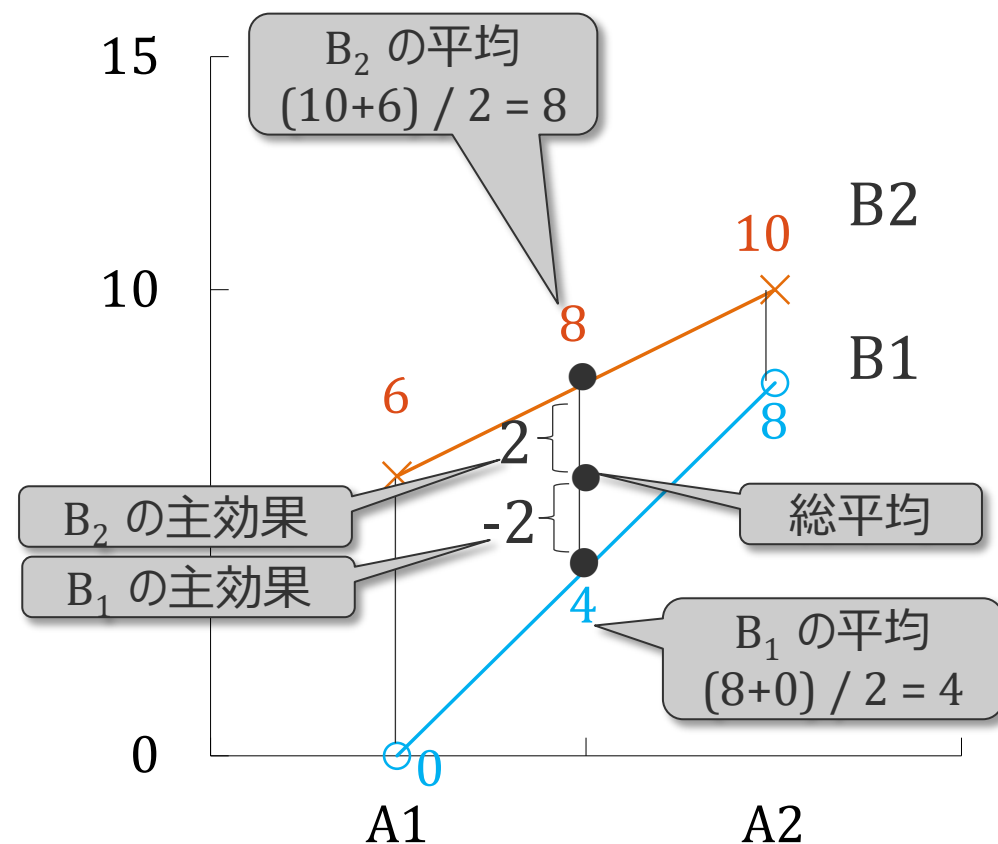
表示 5.1.2

		データ		
	B1	B2	平均	主効果
A1	0	6	3	-3
A2	8	10	9	3
平均	4	8	6	
主効果	-2	2		

総平均 (6) の注釈: 総平均

平均 - 総平均 (-2, 2) の注釈: 平均 - 総平均

表示 5.1.2 主効果と交互作用 (下)



## ●交互作用の表し方：パターン2

効果の加法性が成立する場合 ( §1.1 (7) p.26)

期待される観測値 = 総平均 + Aの主効果 + Bの主効果

$A_1B_1 : 6 + (-3) + (-2) = (1)$  ( )は識別のため

$A_1B_2 : 6 + (-3) + 2 = (5)$

$A_2B_1 : 6 + 3 + (-2) = (7)$

$A_2B_2 : 6 + 3 + 2 = (11)$

実際の観測値

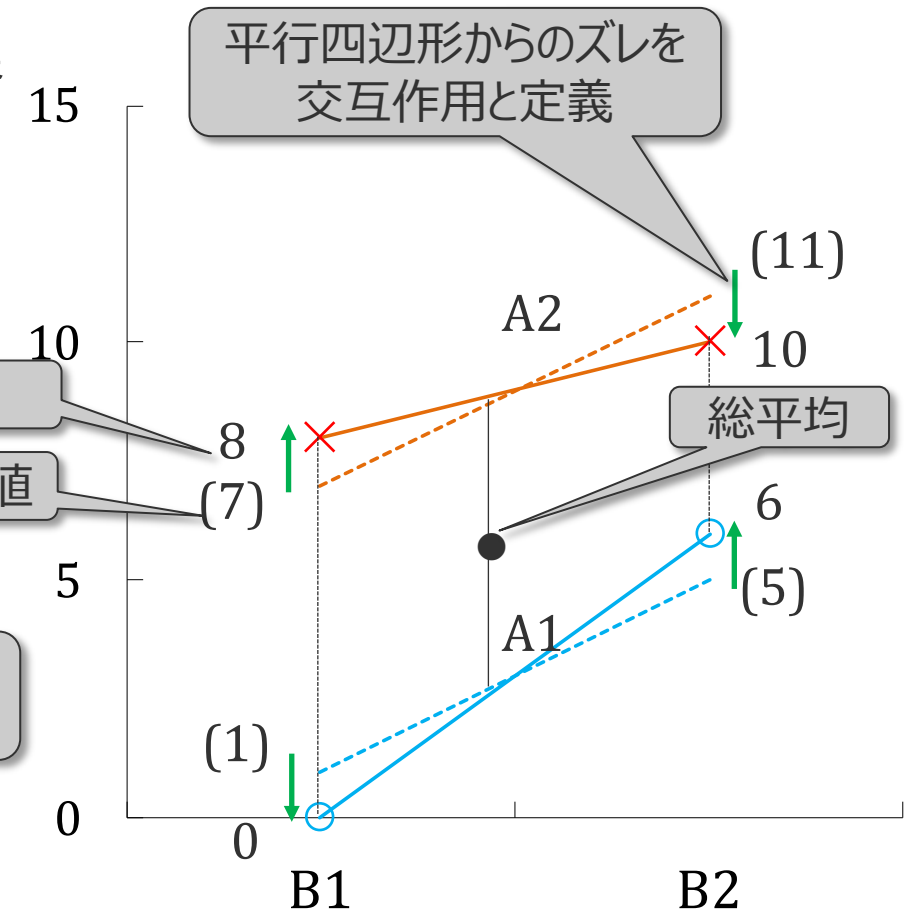
$A_1B_1=0, A_1B_2=6, A_2B_1=8, A_2B_2=10$

表示  
5.1.2

	B1	B2	平均	主効果
A1	0	6	3	-3
A2	8	10	9	3
平均	4	8	6	
主効果	-2	2		

実際の観測値  
期待される観測値  
平行四辺形からのズレを交互作用と定義

表示 5.1.2 主効果と交互作用 (下)



## ●交互作用の表し方：パターン2

効果の加法性が成立する場合 ( §1.1 (7) p.26)

期待される観測値 = 総平均 + Aの主効果 + Bの主効果

$$A_1B_1 : 6 + (-3) + (-2) = (1)$$

$$A_1B_2 : 6 + (-3) + 2 = (5)$$

$$A_2B_1 : 6 + 3 + (-2) = (7)$$

$$A_2B_2 : 6 + 3 + 2 = (11)$$

実際の観測値と期待される観測値との差を交互作用と定義

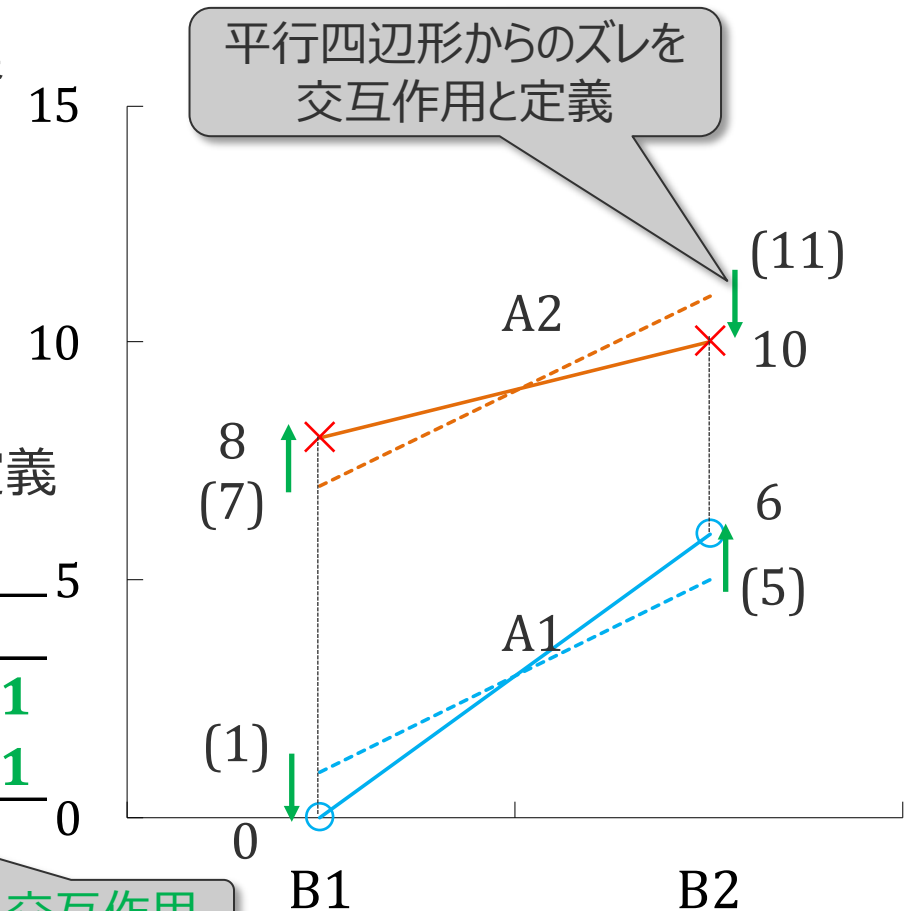
表示  
5.1.2

	データ		平均	主効果
	B1	B2		
A1	0	6	3	-3
A2	8	10	9	3
平均	4	8	6	
主効果	-2	2		

データの分解	
B1	B2
6 -3 -2 -1	6 -3 +2 +1
6+3 -2+1	6+3+2 -1

総平均 + Aの主効果 + Bの主効果 + 交互作用

表示 5.1.2 主効果と交互作用 (下)



# 交互作用の表し方

- 交互作用を表す 2 通りのパターン (拮抗効果を例として)

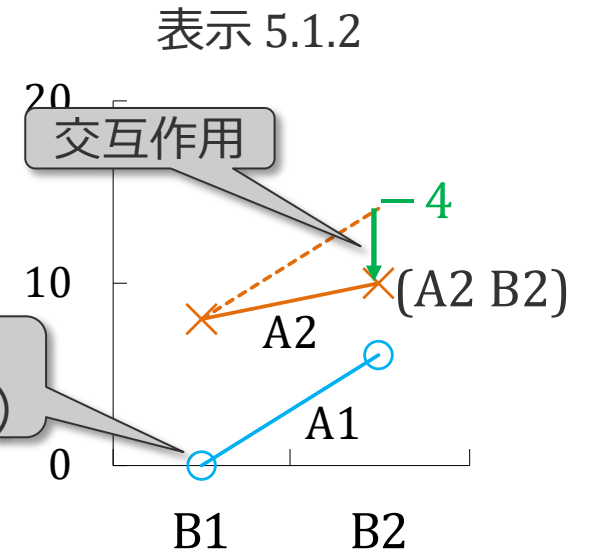
パターン 1

	データ		データの分解	
	B1	B2	B1	B2
A1	0	6	0	0+6
A2	8	10	0+8	0+8+6-4

基準

基準  
(A1, B1)

(A<sub>1</sub>, B<sub>1</sub>) を基準としてデータを分解、交互作用は (A<sub>2</sub>, B<sub>2</sub>) のズレ



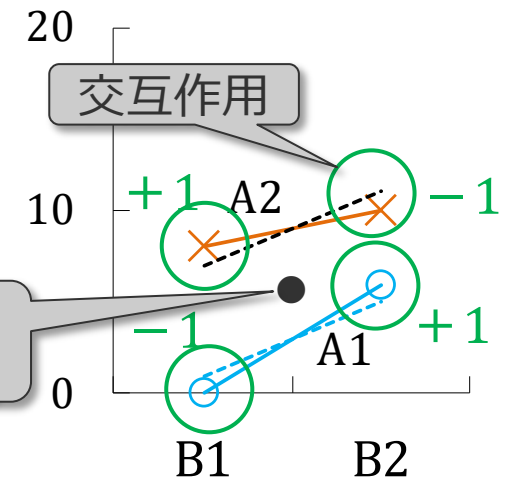
パターン 2

	データ		平均	主効果	データの分解	
	B1	B2			B1	B2
A1	0	6	3	-3	6-3-2-1	6-3+2+1
A2	8	10	9	3	6+3-2+1	6+3+2-1
平均	4	8	6			
主効果	-2	2				

基準

基準  
(総平均)

総平均を基準としてデータを分解、交互作用は 4 点全体に分散



# 主効果と交互作用のモデル

## ● 2 因子実験（質的因子）の観測値

2 因子A、B の実験で観測値  $y_{ijk}$  を得た

水準数  $A_i : a$  (1...i...a)

$B_j : b$  (1...j...b)

各水準の繰り返し数  $n$  (1...k...n)

水準	$B_1$	$B_2$	...	$B_j$	...	$B_b$	主効果
$A_1$	$y_{111}$	$y_{121}$	...	$y_{1j1}$	...	$y_{1b1}$	$\alpha_1$
	$y_{112}$	$y_{122}$	...	$y_{1j2}$	...	$y_{1b2}$	
	...	...	...	...	...	...	
	$y_{11k}$	$y_{12k}$	...	$y_{1jk}$	...	$y_{1bk}$	
	$y_{11n}$	$y_{12n}$	...	$y_{1jn}$	...	$y_{1bn}$	
$A_2$	$y_{211}$	$y_{221}$	...	$y_{2j1}$	...	$y_{2b1}$	$\alpha_2$
	...	...	...	...	...	...	
	$y_{21k}$	$y_{22k}$	...	$y_{2jk}$	...	$y_{2bk}$	
	...	...	...	...	...	...	
	$y_{21n}$	$y_{22n}$	...	$y_{2jn}$	...	$y_{2bn}$	
...	...	...	...	...	...	...	
$A_i$	$y_{i11}$	$y_{i21}$	...	$y_{ij1}$	...	$y_{ib1}$	$\alpha_i$
	...	...	...	...	...	...	
	$y_{i1k}$	$y_{i2k}$	...	$y_{ijk}$	...	$y_{ibk}$	
	...	...	...	...	...	...	
	$y_{i1n}$	$y_{i2n}$	...	$y_{ijn}$	...	$y_{ibn}$	
...	...	...	...	...	...	...	
$A_a$	$y_{a11}$	$y_{a21}$	...	$y_{aj1}$	...	$y_{ab1}$	$\alpha_a$
	...	...	...	...	...	...	
	$y_{a1k}$	$y_{a2k}$	...	$y_{ajk}$	...	$y_{abk}$	
	...	...	...	...	...	...	
	$y_{a1n}$	$y_{a2n}$	...	$y_{ajn}$	...	$y_{abn}$	
主効果	$\beta_1$	$\beta_2$	...	$\beta_j$	...	$\beta_b$	

因子 B の水準が 1~b

水準の組み合わせごとに  
繰り返しが 1~n

因子 A の水準が 1~a

# 主効果と交互作用のモデル

## ● 2 因子実験（質的因子）の観測値

2 因子A、B の実験で観測値  $y_{ijk}$  を得た

水準数  $A_i : a$  (1...i...a)

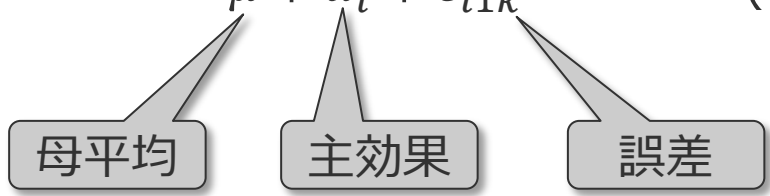
$B_j : b$  (1...j...b)

各水準の繰り返し数  $n$  (1...k...n)

1 因子  $A_i$  の実験としてみた場合のモデル ( $B_1$  のみ)

$$y_{i1k} = \mu_{i1} + \varepsilon_{i1k} \quad (1.1.12)$$

$$= \mu + \alpha_i + \varepsilon_{i1k} \quad (1.1.13)$$



(§1.1 「質的因子の1因子実験」 p.26 参照)

水準	$B_1$	$B_2$	...	$B_j$	...	$B_b$	主効果
$A_1$	$y_{111}$	$y_{121}$	...	$y_{1j1}$	...	$y_{1b1}$	$\alpha_1$
	$y_{112}$	$y_{122}$	...	$y_{1j2}$	...	$y_{1b2}$	
	...	...	...	...	...	...	
	$y_{11k}$	$y_{12k}$	...	$y_{1jk}$	...	$y_{1bk}$	
	$y_{11n}$	$y_{12n}$	...	$y_{1jn}$	...	$y_{1bn}$	
$A_2$	$y_{211}$	$y_{221}$	...	$y_{2j1}$	...	$y_{2b1}$	$\alpha_2$
	...	...	...	...	...	...	
	$y_{21k}$	$y_{22k}$	...	$y_{2jk}$	...	$y_{2bk}$	
	...	...	...	...	...	...	
	$y_{21n}$	$y_{22n}$	...	$y_{2jn}$	...	$y_{2bn}$	
...	...	...	...	...	...	...	
$A_i$	$y_{i11}$	$y_{i21}$	...	$y_{ij1}$	...	$y_{ib1}$	$\alpha_i$
	...	...	...	...	...	...	
	$y_{i1k}$	$y_{i2k}$	...	$y_{ijk}$	...	$y_{ibk}$	
	...	...	...	...	...	...	
	$y_{i1n}$	$y_{i2n}$	...	$y_{ijn}$	...	$y_{ibn}$	
...	...	...	...	...	...	...	
$A_a$	$y_{a11}$	$y_{a21}$	...	$y_{aj1}$	...	$y_{ab1}$	$\alpha_a$
	...	...	...	...	...	...	
	$y_{a1k}$	$y_{a2k}$	...	$y_{ajk}$	...	$y_{abk}$	
	...	...	...	...	...	...	
	$y_{a1n}$	$y_{a2n}$	...	$y_{ajn}$	...	$y_{abn}$	
主効果	$\beta_1$	$\beta_2$	...	$\beta_j$	...	$\beta_b$	

# 主効果と交互作用のモデル

## ● 2 因子実験（質的因子）の観測値

2 因子A、B の実験で観測値  $y_{ijk}$  を得た

水準数  $A_i : a$  (1...i...a)

$B_j : b$  (1...j...b)

各水準の繰り返し数  $n$  (1...k...n)

1 因子  $A_i$  の実験としてみた場合のモデル ( $B_1$  のみ)

$$y_{i1k} = \mu_{i1} + \varepsilon_{i1k} \quad (1.1.12)$$

$$= \mu + \alpha_i + \varepsilon_{i1k} \quad (1.1.13)$$

2 因子実験のモデル

$$y_{ijk} = \mu_{ij} + \varepsilon_{ijk} \quad (5.1.1)$$

$$= \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \varepsilon_{ijk} \quad (5.1.2)$$

母平均

主効果

主効果

交互作用

誤差

水準	$B_1$	$B_2$	...	$B_j$	...	$B_b$	主効果
$A_1$	$y_{111}$	$y_{121}$	...	$y_{1j1}$	...	$y_{1b1}$	$\alpha_1$
	$y_{112}$	$y_{122}$	...	$y_{1j2}$	...	$y_{1b2}$	
	...	...	...	...	...	...	
	$y_{11k}$	$y_{12k}$	...	$y_{1jk}$	...	$y_{1bk}$	
...	$y_{11n}$	$y_{12n}$	...	$y_{1jn}$	...	$y_{1bn}$	...
$A_2$	$y_{211}$	$y_{221}$	...	$y_{2j1}$	...	$y_{2b1}$	$\alpha_2$
	...	...	...	...	...	...	
	$y_{21k}$	$y_{22k}$	...	$y_{2jk}$	...	$y_{2bk}$	
	...	$y_{21n}$	$y_{22n}$	...	$y_{2jn}$	...	
...	...	...	...	...	...	...	
$A_i$	$y_{i11}$	$y_{i21}$	...	$y_{ij1}$	...	$y_{ib1}$	$\alpha_i$
	...	...	...	$y_{ijk}$	...	$y_{ibk}$	
	$y_{i1k}$	$y_{i2k}$	...	...	...	$y_{ibn}$	
	...	$y_{i1n}$	$y_{i2n}$	...	$y_{ijn}$	...	
...	...	...	...	...	...	...	
$A_a$	$y_{a11}$	$y_{a21}$	...	$y_{aj1}$	...	$y_{ab1}$	$\alpha_a$
	...	...	...	...	...	...	
	$y_{a1k}$	$y_{a2k}$	...	$y_{ajk}$	...	$y_{abk}$	
	...	$y_{a1n}$	$y_{a2n}$	...	$y_{ajn}$	...	
...	...	...	...	...	...	...	
主効果	$\beta_1$	$\beta_2$	...	$\beta_j$	...	$\beta_b$	

# 主効果と交互作用のモデル

## ● 2 因子実験（質的因子）の観測値

2 因子A、B の実験で観測値  $y_{ijk}$  を得た

水準数  $A_i : a$  (1...i...a)

$B_j : b$  (1...j...b)

各水準の繰り返し数  $n$  (1...k...n)

1 因子  $A_i$  の実験としてみた場合のモデル ( $B_1$  のみ)

$$y_{i1k} = \mu_{i1} + \varepsilon_{i1k} \quad (1.1.12)$$

$$= \mu + \alpha_i + \varepsilon_{i1k} \quad (1.1.13)$$

2 因子実験のモデル

$$y_{ijk} = \mu_{ij} + \varepsilon_{ijk} \quad (5.1.1)$$

$$= \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \varepsilon_{ijk} \quad (5.1.2)$$

母平均

主効果

主効果

交互作用

誤差

水準	$B_1$	$B_2$	...	$B_j$	...	$B_b$	主効果
$A_1$	$y_{111}$	$y_{121}$	...	$y_{1j1}$	...	$y_{1b1}$	$\alpha_1$
	$y_{112}$	$y_{122}$	...	$y_{1j2}$	...	$y_{1b2}$	
	...	...	...	...	...	...	
	$y_{11k}$	$y_{12k}$	...	$y_{1jk}$	...	$y_{1bk}$	
$A_2$	$y_{211}$	$y_{221}$	...	$y_{2j1}$	...	$y_{2b1}$	$\alpha_2$
	...	...	...	...	...	...	
	$y_{21k}$	$y_{22k}$	...	$y_{2jk}$	...	$y_{2bk}$	
	...	...	...	...	...	...	
...	...	...	...	...	...	...	$\alpha_i$
$A_a$	$y_{a11}$	$y_{a21}$	...	$y_{aj1}$	...	$y_{ab1}$	
	...	...	...	...	...	...	
	$y_{a1k}$	$y_{a2k}$	...	$y_{ajk}$	...	$y_{abk}$	
	...	...	...	...	...	...	
主効果	$\beta_1$	$\beta_2$	...	$\beta_j$	...	$\beta_b$	

$\alpha$  と  $\beta$  の掛け算ではなく、単独の数値を表す  
1つの文字で表してもいいが、2 因子交互作用で  
あることが分かりやすい  
推定値  $(\alpha\beta)_{ij}$  も同様

# 主効果と交互作用のモデル

## ● 2 因子実験（質的因子）の観測値

2 因子A、B の実験で観測値  $y_{ijk}$  を得た

水準数  $A_i : a$  (1...i...a)

$B_j : b$  (1...j...b)

各水準の繰り返し数  $n$  (1...k...n)

1 因子  $A_i$  の実験としてみた場合のモデル ( $B_1$  のみ)

$$y_{i1k} = \mu_{i1} + \varepsilon_{i1k} \quad (1.1.12)$$

$$= \mu + \alpha_i + \varepsilon_{i1k} \quad (1.1.13)$$

2 因子実験のモデル

$$y_{ijk} = \mu_{ij} + \varepsilon_{ijk} \quad (5.1.1)$$

$$= \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \varepsilon_{ijk} \quad (5.1.2)$$

母平均

主効果

主効果

交互作用

誤差

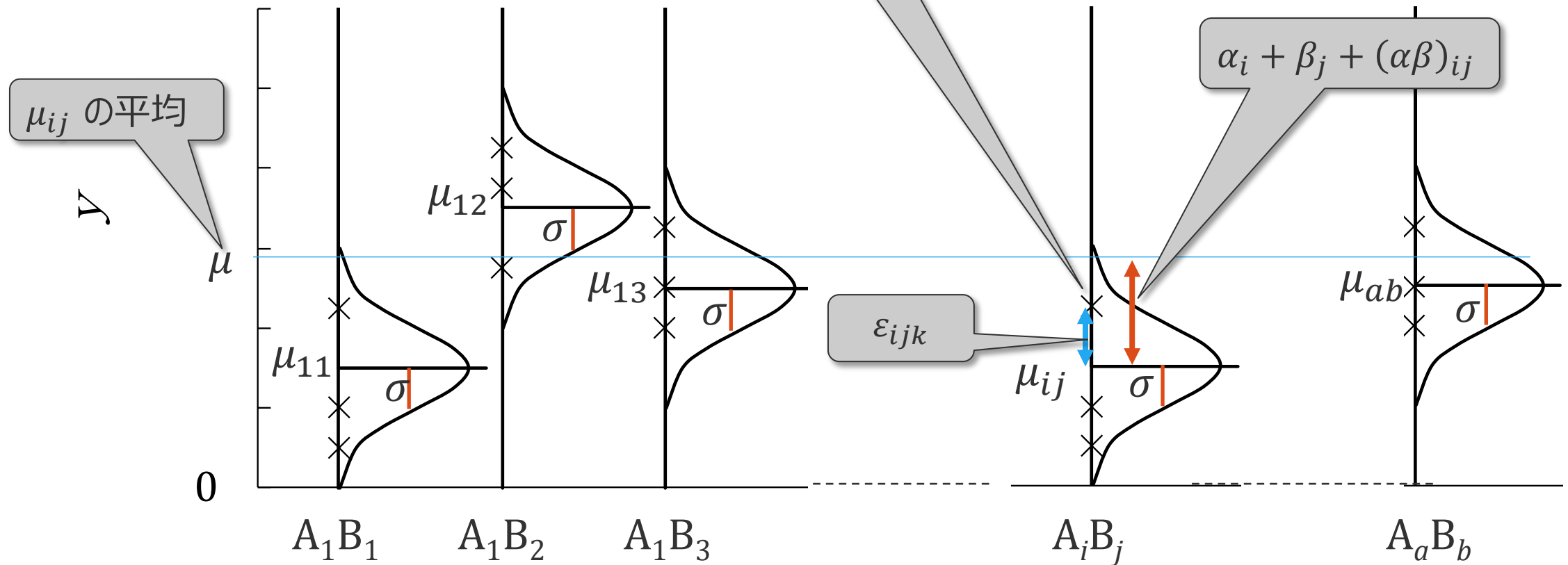
水準	$B_1$	$B_2$	...	$B_j$	...	$B_b$	主効果
$A_1$	$y_{111}$	$y_{121}$	...	$y_{1j1}$	...	$y_{1b1}$	$\alpha_1$
	$y_{112}$	$y_{122}$	...	$y_{1j2}$	...	$y_{1b2}$	
	...	...	...	...	...	...	
	$y_{11k}$	$y_{12k}$	...	$y_{1jk}$	...	$y_{1bk}$	
$A_2$	$y_{211}$	$y_{221}$	...	$y_{2j1}$	...	$y_{2b1}$	$\alpha_2$
	...	...	...	...	...	...	
	$y_{21k}$	$y_{22k}$	...	$y_{2jk}$	...	$y_{2bk}$	
	...	...	...	...	...	...	
$A_a$	$y_{a11}$	$y_{a21}$	...	$y_{aj1}$	...	$y_{ab1}$	$\alpha_a$
	...	...	...	...	...	...	
	$y_{a1k}$	$y_{a2k}$	...	$y_{ajk}$	...	$y_{abk}$	
	...	...	...	...	...	...	
主効果	$\beta_1$	$\beta_2$	...	$\beta_j$	...	$\beta_b$	

$A_i, B_j$  の組合せごとに1つずつの母集団を想定  
 ( $a \times b$  個の等分散の母集団)  
 それぞれから  $n$  個のデータを抽出する  
 $\mu$  は各母平均  $\mu_{ij}$  の平均、 $\varepsilon_{ijk} \sim N(0, \sigma^2)$

# 主効果と交互作用のモデル

## ●母集団のイメージ

$$y_{ijk} = \mu_{ij} + \varepsilon_{ijk} \quad (5.1.1)$$
$$= \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \varepsilon_{ijk} \quad (5.1.2)$$
$$\varepsilon_{ijk} \sim N(0, \sigma^2)$$



## ●主効果の定義、交互作用の定義

$$y_{ijk} = \mu_{ij} + \varepsilon_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \varepsilon_{ijk}$$

(5.1.1) (5.1.2) ([§1.1](#) p.26)

主効果の2通りの定義 (制約条件)

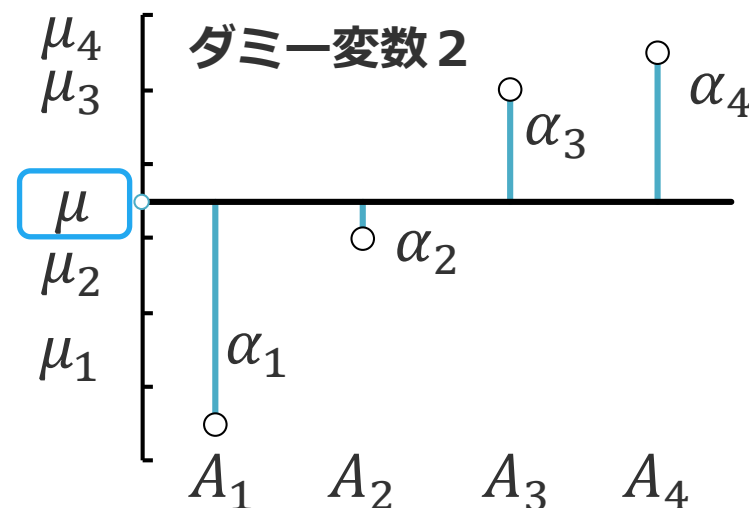
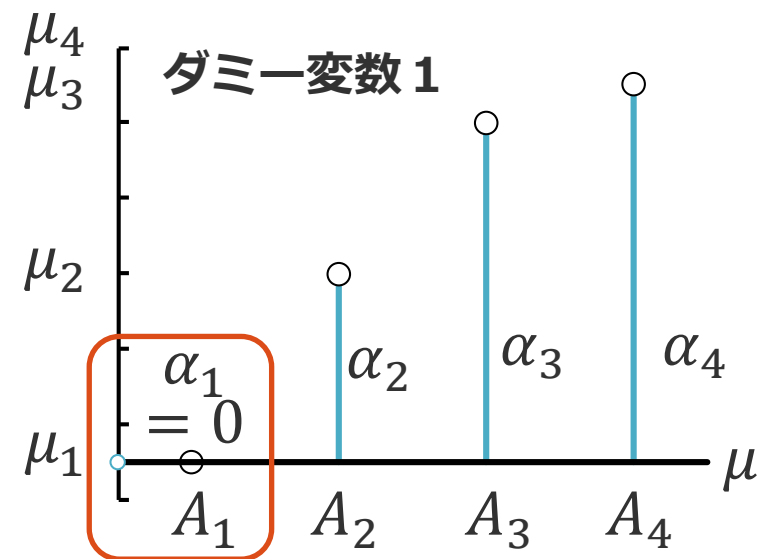
(1)  $\alpha_1 = 0, \quad \beta_1 = 0$  (5.1.3) 右上図 ([§2.3](#) p.99)

(2)  $\sum_i \alpha_i = 0 \quad \sum_j \beta_j = 0$  (5.1.4) 右下図 ([§1.1](#) p.26)

交互作用の2通りの定義 (制約条件)

(1)  $(\alpha\beta)_{1j} = 0, \quad (\alpha\beta)_{i1} = 0$  (5.1.5) . . . パターン1

(2)  $\sum_i (\alpha\beta)_{ij} = 0 \quad \sum_j (\alpha\beta)_{ij} = 0$  (5.1.6) . . . パターン2



## ●交互作用の2通りの定義

### (1) パターン1

$$(\alpha\beta)_{1j} = 0, \quad (\alpha\beta)_{i1} = 0 \quad (5.1.5)$$

$$(\alpha\beta)_{1j} = 0$$

$$(\alpha\beta)_{i1} = 0$$

### (2) パターン2

$$\sum_i (\alpha\beta)_{ij} = 0 \quad \sum_j (\alpha\beta)_{ij} = 0 \quad (5.1.6)$$

$$\sum_j (\alpha\beta)_{ij} = 0$$

$$\sum_i (\alpha\beta)_{ij} = 0$$

式 (5.1.5) の交互作用の定義・・・パターン1

水準	$B_1$	$B_2$	...	$B_j$	...	$B_b$
$A_1$	0	0	...	0	...	0
$A_2$	0	$(\alpha, \beta)_{12}$	...	$(\alpha, \beta)_{2j}$	...	$(\alpha, \beta)_{2b}$
...	...	...	...	...	...	...
$A_i$	0	$(\alpha, \beta)_{i2}$	...	$(\alpha, \beta)_{ij}$	...	$(\alpha, \beta)_{ib}$
...	...	...	...	...	...	...
$A_a$	0	$(\alpha, \beta)_{a2}$	...	$(\alpha, \beta)_{aj}$	...	$(\alpha, \beta)_{ab}$

式 (5.1.6) の交互作用の定義・・・パターン2

水準	$B_1$	$B_2$	...	$B_j$	...	$B_b$	計
$A_1$	$(\alpha, \beta)_{11}$	$(\alpha, \beta)_{12}$	...	$(\alpha, \beta)_{1j}$	...	$(\alpha, \beta)_{1b}$	0
$A_2$	$(\alpha, \beta)_{21}$	$(\alpha, \beta)_{22}$	...	$(\alpha, \beta)_{2j}$	...	$(\alpha, \beta)_{2b}$	0
...	...	...	...	...	...	...	...
$A_i$	$(\alpha, \beta)_{i1}$	$(\alpha, \beta)_{i2}$	...	$(\alpha, \beta)_{ij}$	...	$(\alpha, \beta)_{ib}$	0
...	...	...	...	...	...	...	...
$A_a$	$(\alpha, \beta)_{a1}$	$(\alpha, \beta)_{a2}$	...	$(\alpha, \beta)_{aj}$	...	$(\alpha, \beta)_{ab}$	0
計	0	0	...	0	...	0	

# 主効果と交互作用のモデル

## ●交互作用の2通りの定義

### (1) パターン1

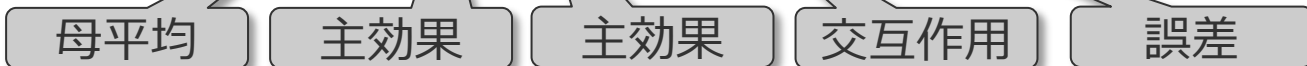
$$(\alpha\beta)_{1j} = 0, \quad (\alpha\beta)_{i1} = 0 \quad (5.1.5)$$

### (2) パターン2

$$\sum_i (\alpha\beta)_{ij} = 0 \quad \sum_j (\alpha\beta)_{ij} = 0 \quad (5.1.6)$$

$$y_{ijk} = \mu_{ij} + \varepsilon_{ijk} \quad (5.1.1)$$

$$= \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \varepsilon_{ijk} \quad (5.1.2)$$



## 式 (5.1.5) の交互作用の定義・・・パターン1

水準	$B_1$	$B_2$	...	$B_j$	...	$B_b$
$A_1$	0	0	...	0	...	0
$A_2$	0	$(\alpha, \beta)_{12}$	...	$(\alpha, \beta)_{2j}$	...	$(\alpha, \beta)_{2b}$
...	...	...	...	...	...	...
$A_i$	0	$(\alpha, \beta)_{i2}$	...	$(\alpha, \beta)_{ij}$	...	$(\alpha, \beta)_{ib}$
...	...	...	...	...	...	...
$A_a$	0	$(\alpha, \beta)_{a2}$	...	$(\alpha, \beta)_{aj}$	...	$(\alpha, \beta)_{ab}$

## 式 (5.1.6) の交互作用の定義・・・パターン2

水準	$B_1$	$B_2$	...	$B_j$	...	$B_b$	計
$A_1$	$(\alpha, \beta)_{11}$	$(\alpha, \beta)_{12}$	...	$(\alpha, \beta)_{1j}$	...	$(\alpha, \beta)_{1b}$	0
$A_2$	$(\alpha, \beta)_{21}$	$(\alpha, \beta)_{22}$	...	$(\alpha, \beta)_{2j}$	...	$(\alpha, \beta)_{2b}$	0
...	...	...	...	...	...	...	...
$A_i$	$(\alpha, \beta)_{i1}$	$(\alpha, \beta)_{i2}$	...	$(\alpha, \beta)_{ij}$	...	$(\alpha, \beta)_{ib}$	0
...	...	...	...	...	...	...	...
$A_a$	$(\alpha, \beta)_{a1}$	$(\alpha, \beta)_{a2}$	...	$(\alpha, \beta)_{aj}$	...	$(\alpha, \beta)_{ab}$	0
計	0	0	...	0	...	0	

# 主効果と交互作用のモデル

## ●主効果と交互作用：パターン1

表示 5.1.2 (上)

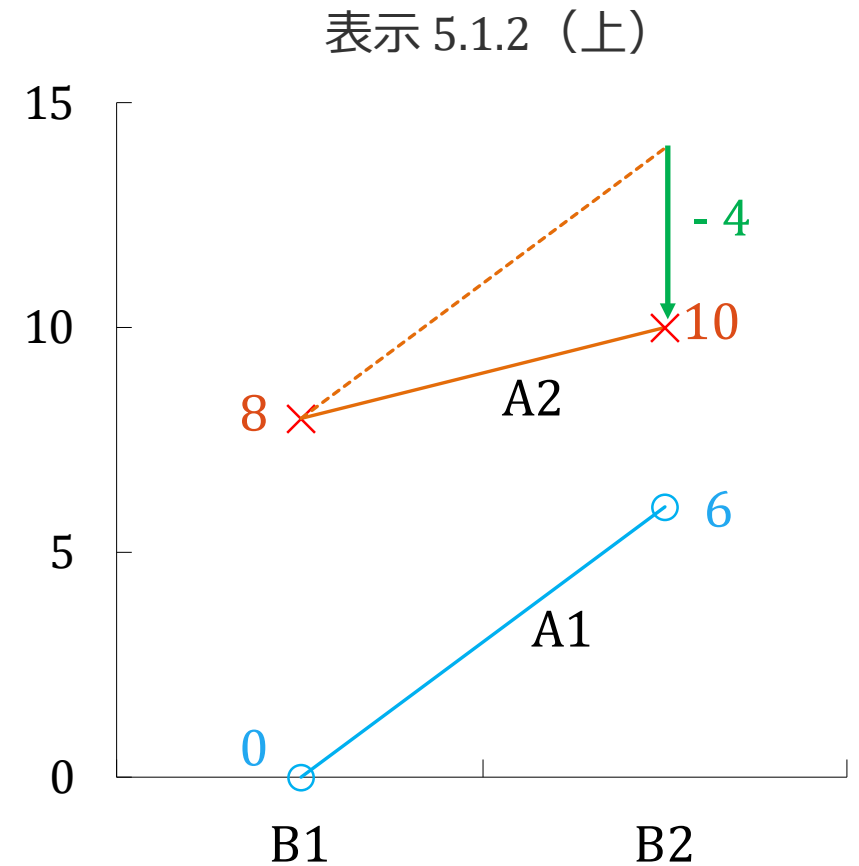
	データ	
	B1	B2
A1	0	6
A2	8	10

データの分解	
B1	B2
0	0+6
0+8	0+8+6 -4

定義  $\alpha_1 = 0, \beta_1 = 0$  (5.1.3)

$(\alpha\beta)_{1j} = 0, (\alpha\beta)_{i1} = 0$  (5.1.5)

モデル式  $y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \varepsilon_{ijk}$  (5.1.2)



$\mu = 0, \begin{pmatrix} \alpha_1 = 0 & \alpha_1 = 0 \\ \alpha_2 = 8 & \alpha_2 = 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \beta_1 = 0 & \beta_2 = 6 \\ \beta_1 = 0 & \beta_2 = 6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} (\alpha\beta)_{11} = 0 & (\alpha\beta)_{12} = 0 \\ (\alpha\beta)_{21} = 0 & (\alpha\beta)_{22} = -4 \end{pmatrix}$  しわ寄せ

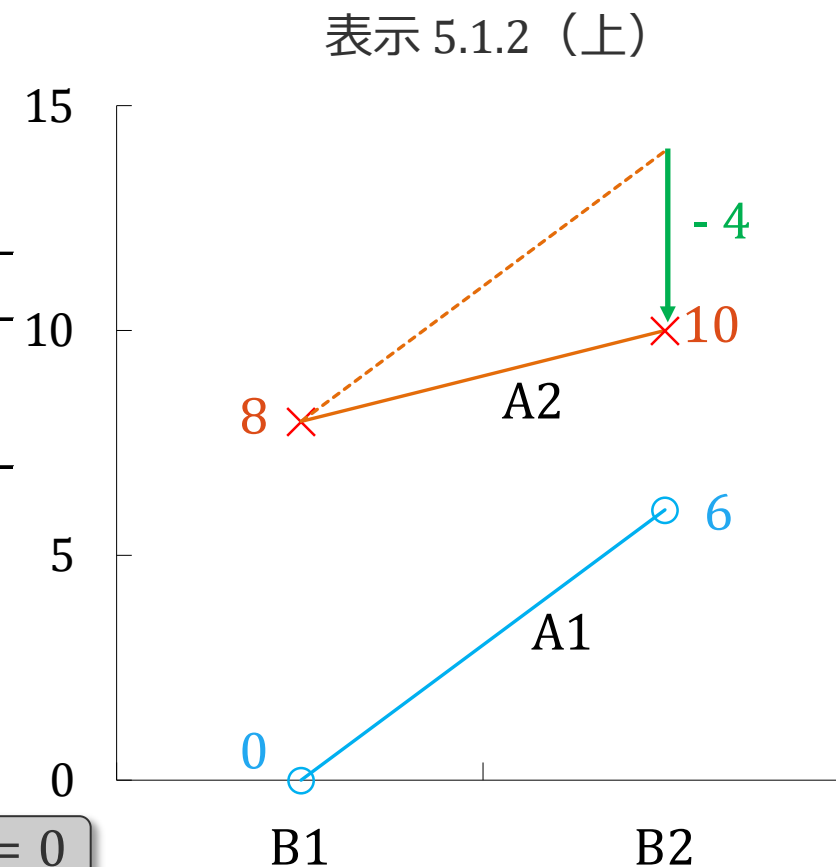
# 主効果と交互作用のモデル

## ●主効果と交互作用：パターン1

表示 5.1.2 (上)

	データ	
	B1	B2
A1	0	6
A2	8	10

データの分解	
B1	B2
0	0+6
0+8	0+8+6 -4



定義  $\alpha_1 = 0, \beta_1 = 0$  (5.1.3)

$(\alpha\beta)_{1j} = 0, (\alpha\beta)_{i1} = 0$  (5.1.5)

モデル式  $y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \varepsilon_{ijk}$  (5.1.2)

$\alpha_1 = 0$        $\beta_1 = 0$        $(\alpha\beta)_{i1} = 0$

$\mu = 0, \left( \begin{matrix} \alpha_1 = 0 & \alpha_1 = 0 \\ \alpha_2 = 8 & \alpha_2 = 8 \end{matrix} \right), \left( \begin{matrix} \beta_1 = 0 & \beta_2 = 6 \\ \beta_1 = 0 & \beta_2 = 6 \end{matrix} \right), \left( \begin{matrix} (\alpha\beta)_{11} = 0 & (\alpha\beta)_{12} = 0 \\ (\alpha\beta)_{21} = 0 & (\alpha\beta)_{22} = -4 \end{matrix} \right)$

$(\alpha\beta)_{1j} = 0$

# 主効果と交互作用のモデル

## ●主効果と交互作用：パターン1

表示 5.1.2 (上)

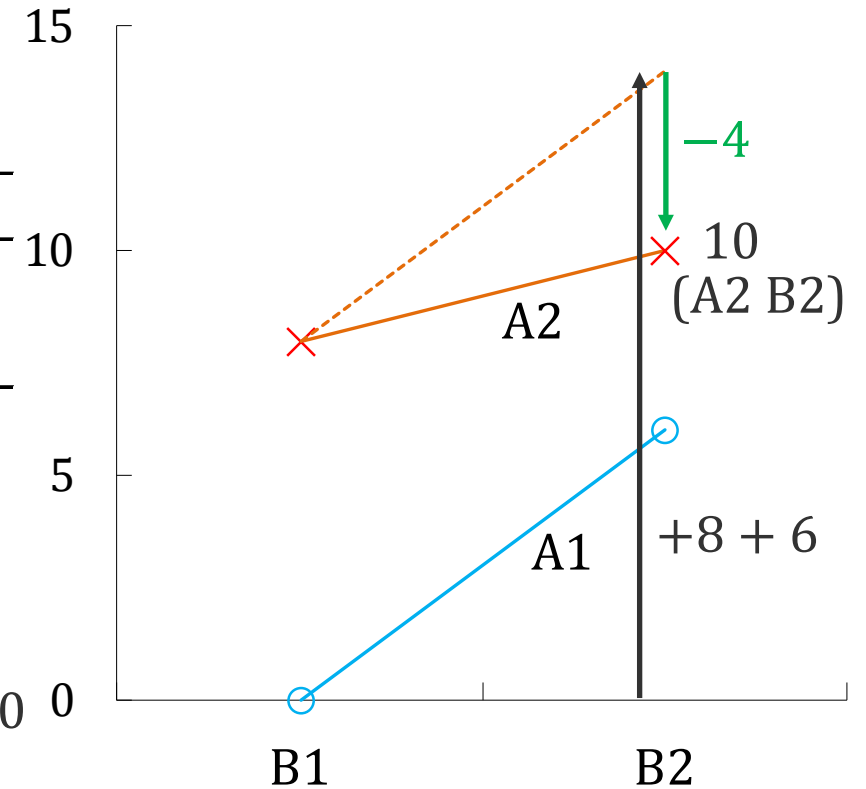
	データ	
	B1	B2
A1	0	6
A2	8	10

データの分解	
B1	B2
0	0+6
0+8	0+8+6 -4

定義  $\alpha_1 = 0, \beta_1 = 0$  (5.1.3)

$(\alpha\beta)_{1j} = 0, (\alpha\beta)_{i1} = 0$  (5.1.5)

予測値  $\hat{y}_{22} = \mu + \alpha_2 + \beta_2 + (\alpha\beta)_{22} = 0 + 8 + 6 + (-4) = 10$



$$\mu = 0, \begin{pmatrix} \alpha_1 = 0 & \alpha_1 = 0 \\ \alpha_2 = 8 & \alpha_2 = 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \beta_1 = 0 & \beta_2 = 6 \\ \beta_1 = 0 & \beta_2 = 6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} (\alpha\beta)_{11} = 0 & (\alpha\beta)_{12} = 0 \\ (\alpha\beta)_{21} = 0 & (\alpha\beta)_{22} = -4 \end{pmatrix}$$

# 主効果と交互作用のモデル

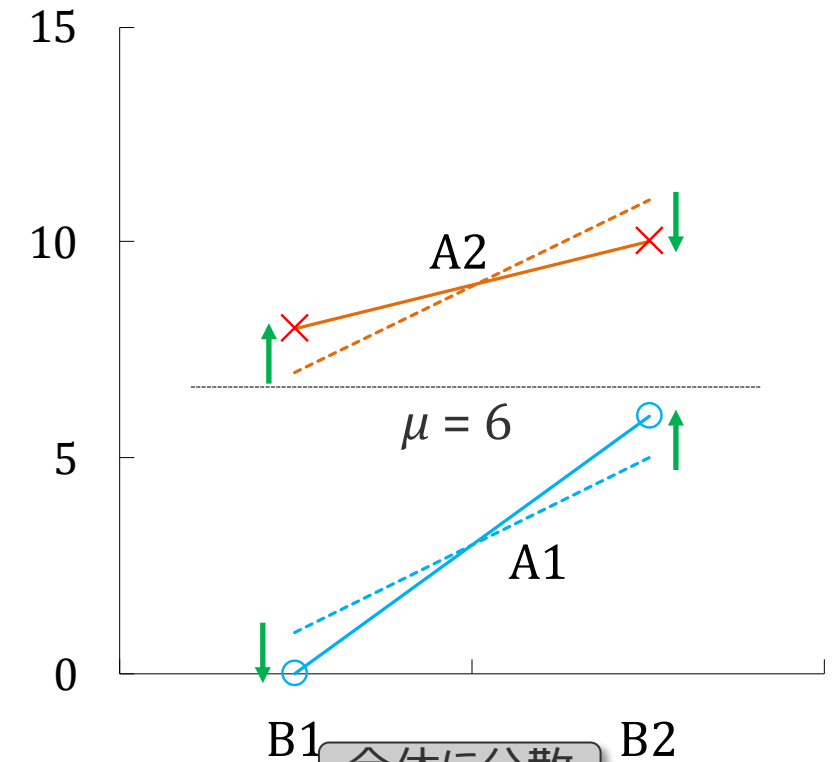
## ●主効果と交互作用：パターン2

表示 5.1.2 (下) データ

	B1	B2	平均	主効果
A1	0	6	3	-3
A2	8	10	9	3
平均	4	8	6	
主効果	-2	2		

データの分解

	B1	B2
A1	6 -3 -2 -1	6 -3 +2 +1
A2	6 +3 -2 +1	6 +3 +2 -1



定義

$$\sum_i \alpha_i = 0, \sum_j \beta_j = 0, \sum_i (\alpha\beta)_{ij} = 0, \sum_j (\alpha\beta)_{ij} = 0$$

(5.1.4) (5.1.6)

モデル式

$$y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \varepsilon_{ijk} \quad (5.1.2)$$

$$\mu = 6, \begin{pmatrix} \alpha_1 = -3 & \alpha_2 = 3 \\ \alpha_1 = -3 & \alpha_2 = 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \beta_1 = -2 & \beta_2 = 2 \\ \beta_1 = -2 & \beta_2 = 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} (\alpha\beta)_{11} = -1 & (\alpha\beta)_{12} = 1 \\ (\alpha\beta)_{21} = 1 & (\alpha\beta)_{22} = -1 \end{pmatrix}$$

# 主効果と交互作用のモデル

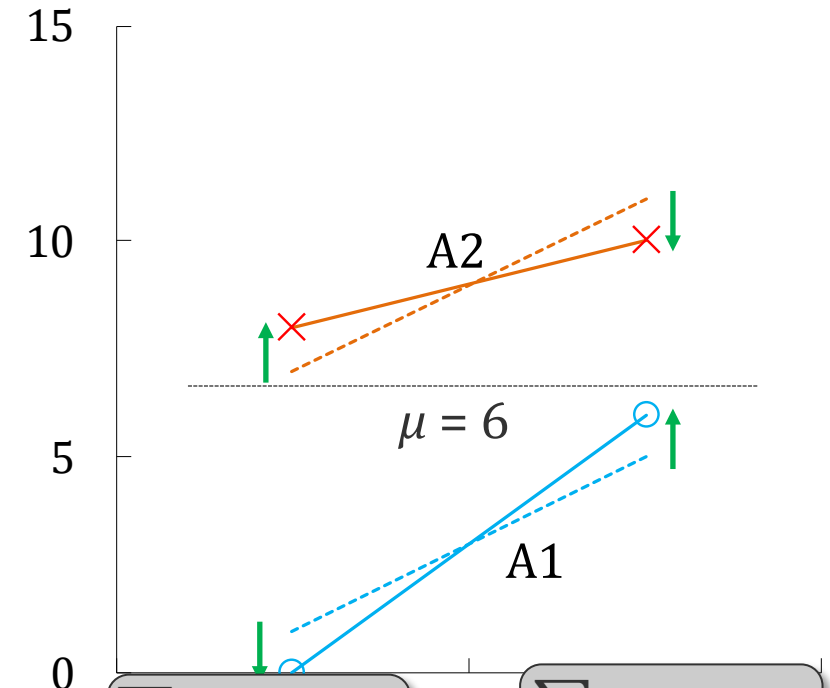
## ●主効果と交互作用：パターン2

表示 5.1.2 (下) データ

	B1	B2	平均	主効果
A1	0	6	3	-3
A2	8	10	9	3
平均	4	8	6	
主効果	-2	2		

データの分解

	B1	B2
A1	6 -3 -2 -1	6 -3 +2 +1
A2	6 +3 -2 +1	6 +3 +2 -1



定義

$$\sum_i \alpha_i = 0, \sum_j \beta_j = 0, \sum_i (\alpha\beta)_{ij} = 0, \sum_j (\alpha\beta)_{ij} = 0$$

(5.1.4) (5.1.6)

モデル式  $y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \varepsilon_{ijk}$  (5.1.2)

$$\sum_i \alpha_i = 0$$

$$\mu = 6, \begin{pmatrix} \alpha_1 = -3 & \alpha_1 = -3 \\ \alpha_2 = 3 & \alpha_2 = 3 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} \beta_1 = -2 & \beta_2 = 2 \\ \beta_1 = -2 & \beta_2 = 2 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} (\alpha\beta)_{11} = -1 & (\alpha\beta)_{12} = 1 \\ (\alpha\beta)_{21} = 1 & (\alpha\beta)_{22} = -1 \end{pmatrix}$$

$$\sum_j \beta_j = 0$$

$$\sum_j (\alpha\beta)_{ij} = 0$$

$$\sum_i (\alpha\beta)_{ij} = 0$$

# 主効果と交互作用のモデル

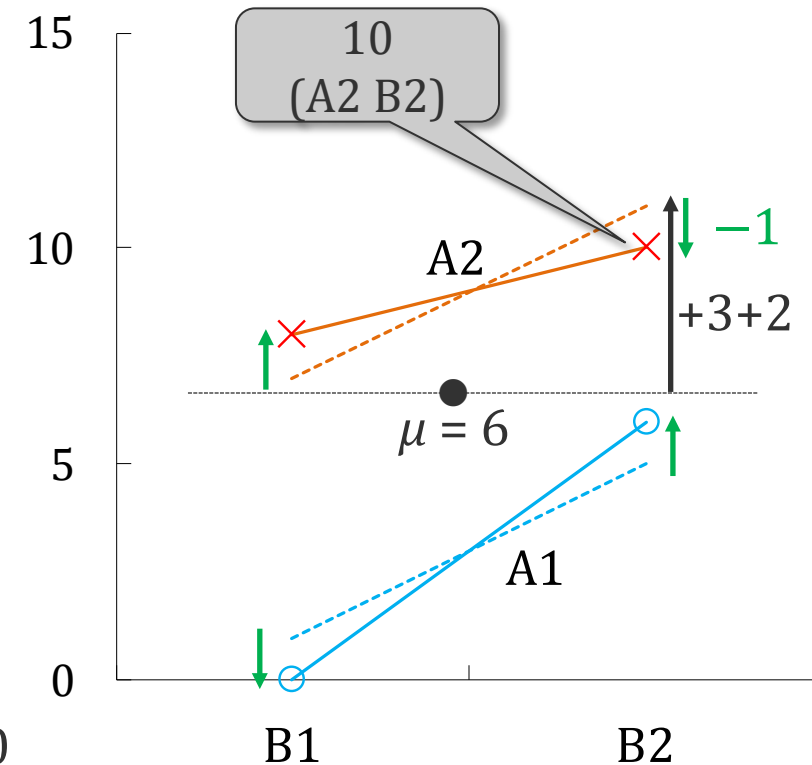
## ●主効果と交互作用：パターン2

表示 5.1.2 (下) データ

	B1	B2	平均	主効果
A1	0	6	3	-3
A2	8	10	9	3
平均	4	8	6	
主効果	-2	2		

データの分解

B1	B2
6 -3 -2 -1	6 -3 +2 +1
6 +3 -2 +1	6 +3 +2 -1



定義

$$\sum_i \alpha_i = 0, \sum_j \beta_j = 0, \sum_i (\alpha\beta)_{ij} = 0, \sum_j (\alpha\beta)_{i1} = 0$$

(5.1.4) (5.1.6)

予測値

$$\hat{y}_{22} = \mu + \alpha_2 + \beta_2 + (\alpha\beta)_{22} = 6 + 3 + 2 + (-1) = 10$$

$$\mu = 6, \begin{pmatrix} \alpha_1 = -3 & \alpha_1 = -3 \\ \alpha_2 = 3 & \alpha_2 = 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \beta_1 = -2 & \beta_2 = 2 \\ \beta_1 = -2 & \beta_2 = 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} (\alpha\beta)_{11} = -1 & (\alpha\beta)_{12} = 1 \\ (\alpha\beta)_{21} = 1 & (\alpha\beta)_{22} = -1 \end{pmatrix}$$

- 交互作用

  - 2 種類の定義

  - 定義の仕方によって異なる交互作用が得られる

- 相乗作用、拮抗作用、交互作用

  - 相乗作用と拮抗作用をまとめて交互作用とした

  - 生物学的な相乗効果と拮抗作用には別の考え方がある (→ 第 3 部)

- ここでは、質的因子の交互作用を説明

  - 量的因子の場合の交互作用は、§5.3 以降



- 作成 片瀬雅彦
- 監修 松本一彦、長谷文雄
- 作成時期 2019年11月1日
- 改訂 2020年8月18日、2023年11月26日