



5 2 因子実験

5.4 2 因子実験（質的因子×量的因子）変形

テキスト

芳賀敏郎（2014）医薬品開発のための統計解析

第2部 実験計画法 改訂版、サイエンティスト社、p.294



第2部 実験計画法

- 1 因子実験・・・質的因子
 - 1.1 繰り返し数が等しい場合、1.2 繰り返し数が異なる場合
 - 1.3 多重比較、1.4 ばらつきを特性値とする実験
 - 1.5 ノンパラメトリック検定
- 量的因子
 - 2.1 直線関係の場合、2.2 非直線関係の場合
 - 2.3 ダミー変数による質的因子の効果の推定
- 乱塊法・・・3.1 質的因子の乱塊法、3.2 量的因子の乱塊法、3.3 欠測値のある場合
- 共分散分析・・・4.1 共分散分析の目的、4.2 解析手順、4.3 医薬品開発における共分散分析の例
- 2 因子実験**・・・5.1 2 因子実験の基礎、5.2 質的因子×質的因子、5.3 質的因子×量的因子
- 5.4 質的因子×量的因子（変形）**、5.5 量的因子×量的因子
- 多因子実験・・・6.1 多因子実験の基礎、6.2 スクリーニング計画、6.3 応答曲面計画
- 変量模型ほか・・・7.1 1 因子実験、7.2 枝分れ実験、7.3 乱塊法の拡張、7.4 経時データ、7.5 交差試験



5.1 2 因子実験（質的因子×量的因子）変形

p.191

- (1) 例題
- (2) Excel による解析
- (3) JMP による解析

テキストの
該当ページ

使用するファイル

Excel ファイル：「DE改5-2因子.xlsx」

JMP ファイル：「5-2因子2.jmp」

サイエンティスト社ホームページからダウンロード

JMP 10.0.2 の出力を表示

★プレゼンテーションの
スピーカーノートを、
PDF の注釈に変換してあります

はじめに

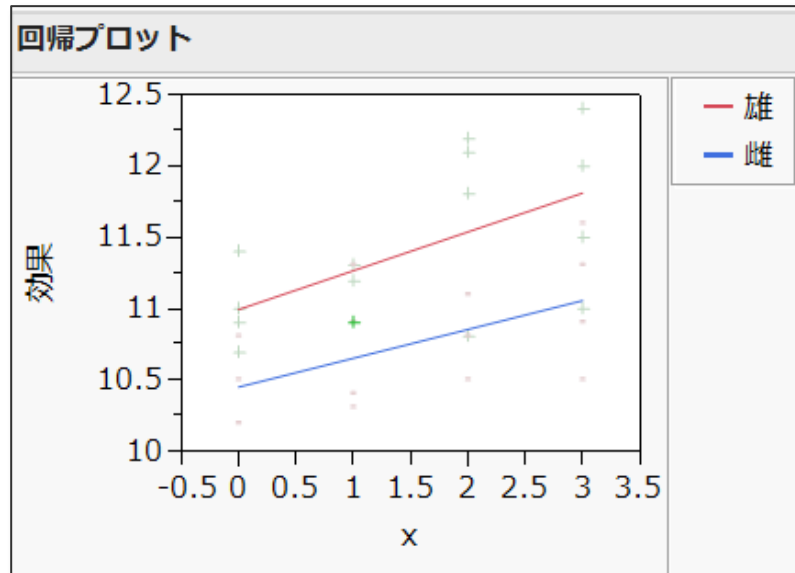
● 2 因子実験（質的因子×量的因子）

2本の直線のあてはめ（繰り返しのある実験）

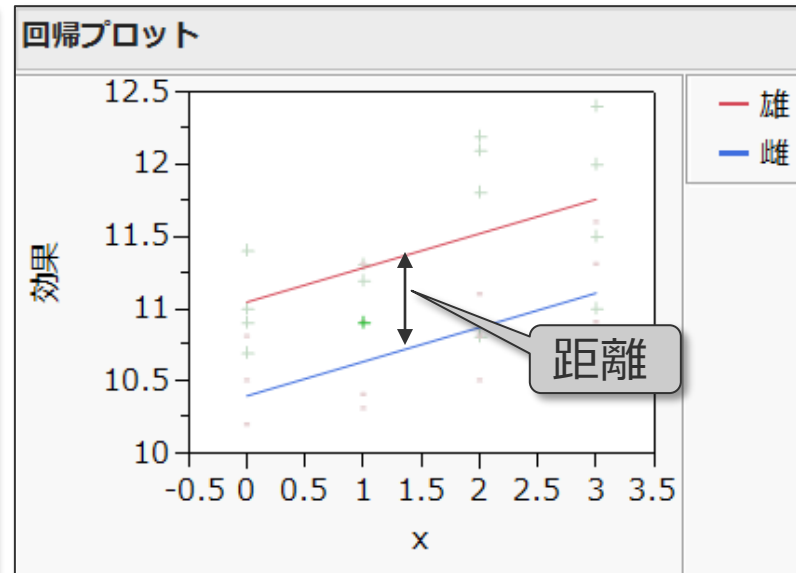
前節 傾きの違うモデル、傾きを共通とするモデル（2本の直線の距離）

本節 切片を共通とするモデル（2本の直線の傾きの比較）

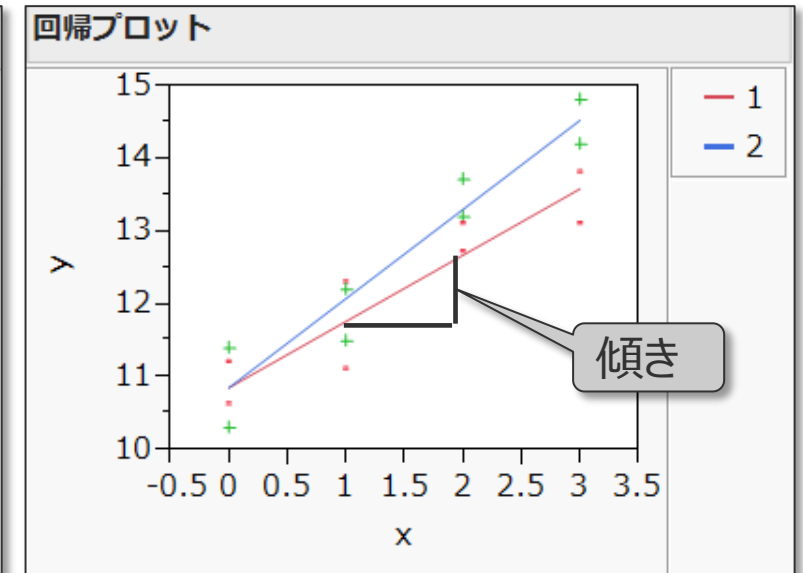
前節
傾きの違うモデル



前節
傾きを共通とするモデル



本節
切片を共通とするモデル





(1) 例題

切片を共通とするモデル

●実験の目的

2種類の薬剤の投与量と薬効との関係と比較

●実験方法

材料：16匹の実験動物

方法：2種類の薬剤 (A_1, A_2) の投与量をそれぞれ 0、1、2、3 mg (B_1, B_2, B_3, B_4) として、
2匹ずつにランダムに投与して観測値を得た

●実験データ

質的因子×量的因子の2因子実験データ

水準 B_1 のみ共通であるという制約条件がある

A_1B_1 、 A_2B_1 の水準組合せを同等に扱う

表示 5.4.1 データ

薬剤	B_1 0 mg	B_2 1 mg	B_3 2 mg	B_4 3 mg
A_1	11.2	11.1	12.7	14.1
	10.6	12.3	13.1	13.4
A_2	10.3	11.5	13.2	14.2
	11.4	12	13.7	14.8

B_1 水準のみ
4匹は同じ条件

例題

●Excelファイルの読み込みと表示

Excel ファイル「DE改5-2因子.xls」、
名前ボックスから「表示5.4.2」 (Fig54_02) を選択

●グラフ化

層別散布図 (薬剤 A₁, A₂)

回帰直線

$$\hat{y}_1 = 10.91 + 0.885x$$

$$\hat{y}_2 = 10.78 + 1.255x$$

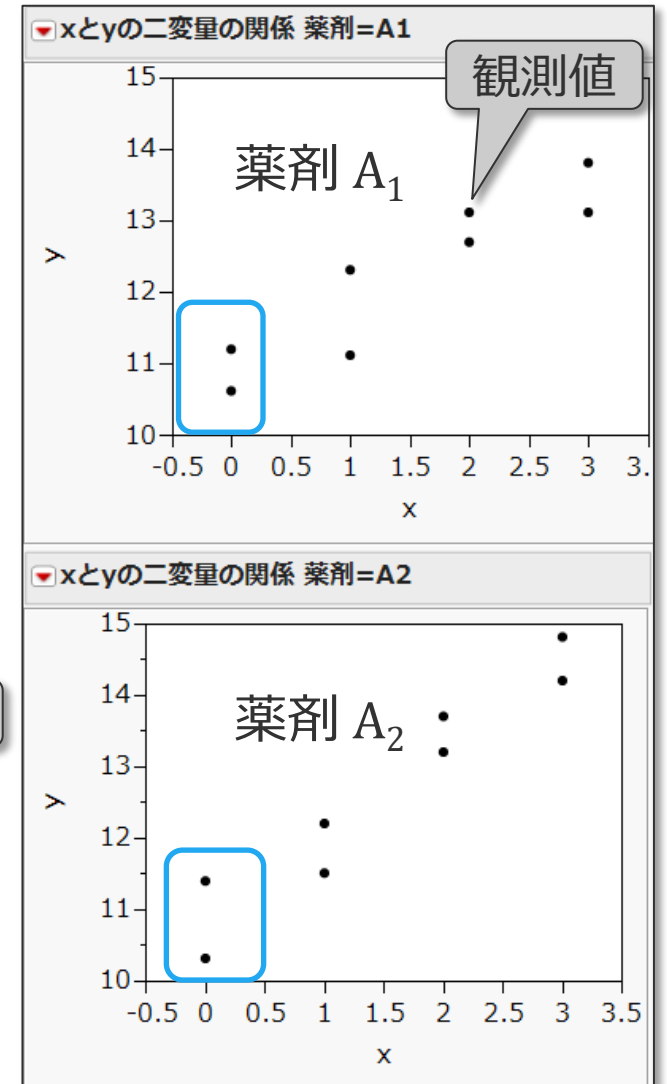
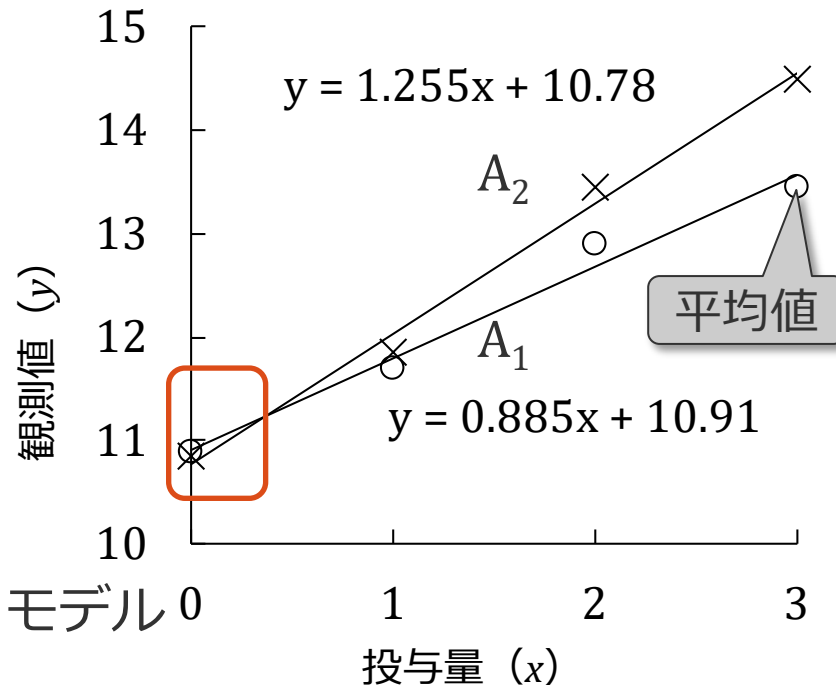
●制約条件

B₁水準は0 mg、薬剤は無関係

4つの観測値を同等に扱う

→ 回帰式の切片を共通とするモデル

表示 5.4.2 平均値などの計算と散布図





(2) Excel による解析

切片を共通とするモデル
LINEST 関数による解析 (ダミー変数 2)

●ダミー変数の生成（前節の復習）

$$\hat{y} = \begin{pmatrix} b_{01} \\ b_{02} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_{11} \\ b_{12} \end{pmatrix} x, \quad \begin{pmatrix} B_1: \text{雄} \\ B_2: \text{雌} \end{pmatrix} \quad (5.3.1)$$

ダミー変数 1 (0, 1)

$$\begin{aligned} \hat{y} &= \begin{pmatrix} b_{01} \\ b_{01} + b_{0d} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_{11} \\ b_{11} + b_{1d} \end{pmatrix} x \\ &= b_{01} + b_{0d} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} + b_{11}x + b_{1d} \begin{pmatrix} 0 \\ x \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} B_1: \text{雄} \\ B_2: \text{雌} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (5.3.6)$$

基準

$$\begin{aligned} b_{02} &= b_{01} + b_{0d} \\ b_{12} &= b_{11} + b_{1d} \end{aligned}$$

切片の違い

傾きの違い

ダミー変数 2 (1, -1)

$$\begin{aligned} \hat{y} &= \begin{pmatrix} b_0 + b_{0d} \\ b_0 - b_{0d} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 + b_{1d} \\ b_1 - b_{1d} \end{pmatrix} x \\ &= b_0 + b_{0d} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} + b_1x + b_{1d} \begin{pmatrix} x \\ -x \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} B_1: \text{雄} \\ B_2: \text{雌} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_{01} &= b_0 + b_{0d} \\ b_{02} &= b_0 - b_{0d} \\ b_{11} &= b_1 + b_{1d} \\ b_{12} &= b_1 - b_{1d} \end{aligned}$$

●ダミー変数の生成（前節の復習）

$$\hat{y} = \begin{pmatrix} b_{01} \\ b_{02} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_{11} \\ b_{12} \end{pmatrix} x, \quad \begin{pmatrix} B_1: \text{雄} \\ B_2: \text{雌} \end{pmatrix} \quad (5.3.1)$$

ダミー変数 1 (0, 1)

$$\begin{aligned} \hat{y} &= \begin{pmatrix} b_{01} \\ b_{01} + b_{0d} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_{11} \\ b_{11} + b_{1d} \end{pmatrix} x \\ &= b_{01} + b_{0d} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} + b_{11}x + b_{1d} \begin{pmatrix} 0 \\ x \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} B_1: \text{雄} \\ B_2: \text{雌} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (5.3.6)$$

基準

$$\begin{aligned} b_{02} &= b_{01} + b_{0d} \\ b_{12} &= b_{11} + b_{1d} \end{aligned}$$

切片の違い

傾きの違い

ダミー変数 2 (1, -1)

$$\begin{aligned} \hat{y} &= \begin{pmatrix} b_0 + b_{0d} \\ b_0 - b_{0d} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 + b_{1d} \\ b_1 - b_{1d} \end{pmatrix} x \\ &= b_0 + b_{0d} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} + b_1x + b_{1d} \begin{pmatrix} x \\ -x \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} B_1: \text{雄} \\ B_2: \text{雌} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_{01} &= b_0 + b_{0d} \\ b_{02} &= b_0 - b_{0d} \\ b_{11} &= b_1 + b_{1d} \\ b_{12} &= b_1 - b_{1d} \end{aligned}$$

切片の違い

傾きの違い

基準

●ダミー変数の生成

$$\hat{y} = \begin{pmatrix} b_{01} \\ b_{02} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_{11} \\ b_{12} \end{pmatrix} x, \quad \begin{pmatrix} B_1: \text{雄} \\ B_2: \text{雌} \end{pmatrix} \quad (5.3.1)$$

ダミー変数 1 (0, 1)

$$\begin{aligned} \hat{y} &= \begin{pmatrix} b_{01} \\ b_{01} + b_{0d} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_{11} \\ b_{11} + b_{1d} \end{pmatrix} x \\ &= b_{01} + b_{0d} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} + b_{11}x + b_{1d} \begin{pmatrix} 0 \\ x \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} B_1: \text{雄} \\ B_2: \text{雌} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (5.3.6)$$

ダミー変数 2 (1, -1)

$$\begin{aligned} \hat{y} &= \begin{pmatrix} b_0 + b_{0d} \\ b_0 - b_{0d} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 + b_{1d} \\ b_1 - b_{1d} \end{pmatrix} x \\ &= b_0 + b_{0d} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} + b_1x + b_{1d} \begin{pmatrix} x \\ -x \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} B_1: \text{雄} \\ B_2: \text{雌} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\hat{y} = b_0 + b_{0d} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} + b_1x + b_{1d} \begin{pmatrix} x \\ -x \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \end{pmatrix} \quad (5.4.1)$$

b_0 : 切片の基準

b_{0d} : 切片の違い

b_1 : 傾きの基準

b_{1d} : 傾きの違い

●ダミー変数の生成

薬剤に対するダミー変数 A

$$\hat{y} = b_0 + b_{0d} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} + b_1 x + b_{1d} \begin{pmatrix} x \\ -x \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \end{pmatrix} \quad (5.4.1)$$

切片の違い

$$\hat{y} = b_0 + b_1 x + b_{1d} \begin{pmatrix} x \\ -x \end{pmatrix} \quad x^*A \quad (5.4.2)$$

表示 5.4.3

薬剤に対する
ダミー変数

薬剤	A	x	x*A	y
A1	1	0	0	11.2
A1	1	0	0	10.6
A1	1	1	1	11.1
A1	1	1	1	12.3
A1	1	2	2	12.7
A1	1	2	2	13.1
A1	1	3	3	13.8
A1	1	3	3	13.1
A2	-1	0	0	10.3
A2	-1	0	0	11.4
A2	-1	1	-1	11.5
A2	-1	1	-1	12.2
A2	-1	2	-2	13.2
A2	-1	2	-2	13.7
A2	-1	3	-3	14.2
A2	-1	3	-3	14.8

切片が共通 = 切片の違いを表すパラメータを $b_{0d} = 0$ とする → 式(5.4.2)

ダミー変数 A : 薬剤に対するダミー変数

式(5.4.2) から、この項は除かれるが、「x*A」に必要

b_1 に対応する説明変数が「x」

b_{1d} に対応する説明変数が「x*A」 (「A」列と「x」列の積)

●LINEST 関数による解析

薬剤に対するダミー変数 A

$$\hat{y} = b_0 + b_{0d} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} + b_1 x + b_{1d} \begin{pmatrix} x \\ -x \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \end{pmatrix} \quad (5.4.1)$$

切片の違い

$$\hat{y} = b_0 + b_1 x + b_{1d} \begin{pmatrix} x \\ -x \end{pmatrix} \quad x^*A \quad (5.4.2)$$

切片が共通 = 切片の違いを表すパラメータを $b_{0d} = 0$ とする → 式(5.4.2)

ダミー変数 A : 薬剤に対するダミー変数

この項は除かれるが、「x*A」に必要

b_1 に対応する説明変数が「x」

b_{1d} に対応する説明変数が「x*A」 (「A」列と「x」列の積)

5行3列を範囲指定、LINEST(yの範囲, xの範囲, , TRUE)

Shift、Ctrl、Enter キーを同時に押して実行

カンマ2個

表示 5.4.3

薬剤	A	x	x*A	y
A1	1	0	0	11.2
A1	1	0	0	10.6
A1	1	1	1	11.1
A1	1	1	1	12.3
A1	1	2	2	12.7
A1	1	2	2	13.1
A1	1	3	3	13.8
A1	1	3	3	13.1
A2	-1	0	0	10.3
A2	-1	0	0	11.4
A2	-1	1	-1	11.5
			-1	12.2
			-2	13.2
			-2	13.7
A2	-1	3	-3	14.2
A2	-1	3	-3	14.8

ブログ
「Excel のスピルと配列数式」
参照

●LINEST 関数による解析

回帰式

$$\hat{y} = b_0 + b_1x + b_{1d} \begin{pmatrix} x \\ -x \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \end{pmatrix} \quad (5.4.2)$$

$$= 10.845 + 1.070x - 0.157 \begin{pmatrix} x \\ -x \end{pmatrix}$$

$$= 10.845 + \begin{pmatrix} 0.913 \\ 1.227 \end{pmatrix} x \quad (5.4.3)$$

表示 5.4.3 切片を共通とする回帰式のあてはめ

	x*A	x	const
回帰係数	-0.157	1.070	10.845
その標準誤差	0.061	0.102	0.190
寄与率	0.901	0.454	#N/A
F 比	58.909	13	#N/A
回帰平方和	24.281	2.679	#N/A
t 値	-2.590	10.541	
p 値	0.022	0.000	
F 値(検証用)	6.710	111.108	

5 行 3 列に出力
出力の周囲のコメントは
過去に用いた部分から
コピー (§2.2、第 1 部 §4.3)

	x	const
回帰係数	1.070	10.845
その標準誤差	0.120	0.225
寄与率	0.849	0.539
F 比	78.920	14
回帰平方和	22.898	4.062

●LINEST 関数による解析

回帰式

$$\hat{y} = b_0 + b_1x + b_{1d} \begin{pmatrix} x \\ -x \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \end{pmatrix} \quad (5.4.2)$$

$$= 10.845 + 1.070x - 0.157 \begin{pmatrix} x \\ -x \end{pmatrix} \\ = 10.845 + \begin{pmatrix} 0.913 \\ 1.227 \end{pmatrix} x \quad (5.4.3)$$

x の回帰係数 b_{1d} (傾きの差) の t 検定

$$t = b_{1d}/se[b_{1d}] = -0.157/0.061 = -2.590$$

$$p = T.DIST.2T(ABS(-2.590), 13)=0.022 \quad (\text{Excel 関数})$$

傾きの差が有意 → 2 薬剤の効果には有意差がある

薬剤 A1 と A2 の傾きの比 (効力比) . . . (第 3 部 [§2.2](#))

$$1.227 / 0.913 = 1.34$$

傾きの違い

b_{1d}
 $se[b_{1d}]$

表示 5.4.3 切片を共通とする回帰式のあてはめ

	x*A	x	const
回帰係数	-0.157	1.070	10.845
その標準誤差	0.061	0.102	0.190
寄与率	0.901	0.454	#N/A
F 比	58.909	13	#N/A
回帰平方和	24.281	2.679	#N/A
t 値	-2.590	10.541	
p 値	0.022	0.000	
F 値(検証用)	6.710	111.108	

	x	const
回帰係数	1.070	10.845
その標準誤差	0.120	0.225
寄与率	0.849	0.539
F 比	78.920	14
回帰平方和	22.898	4.062

●平方和

	薬剤	A	x	x*A	y	y-hat	e
1	A1	1	0	0	11.2	10.85	0.36
2	A1	1	0	0	10.6	10.85	-0.24
3	A1	1	1	1	11.1	11.76	-0.66
4	A1	1	1	1	12.3	11.76	0.54
5	A1	1	2	2	12.7	12.67	0.03
6	A1	1	2	2	13.1	12.67	0.43
7	A1	1	3	3	13.8	13.58	0.22
8	A1	1	3	3	13.1	13.58	-0.48
9	A2	-1	0	0	10.3	10.85	-0.54
10	A2	-1	0	0	11.4	10.85	0.56
11	A2	-1	1	-1	11.5	12.07	-0.57
12	A2	-1	1	-1	12.2	12.07	0.13
13	A2	-1	2	-2	13.2	13.30	-0.10
14	A2	-1	2	-2	13.7	13.30	0.40
15	A2	-1	3	-3	14.2	14.53	-0.33
16	A2	-1	3	-3	14.8	14.53	0.27
	平方和				26.960	24.28	2.68

残差 $y - \hat{y}$

表示 5.4.3 切片を共通とする回帰式のあてはめ

式(5.4.3)からの
予測値

回帰平方和
残差平方和

切片の値は
一致

回帰平方和
残差平方和

総平方和
 $24.28 + 2.68$
 $= 26.96$

回帰係数

その標準誤差

寄与率

F 比

回帰平方和

t 値

p 値

F 値(検証用)

x*A x const

-0.157	1.070	10.845
0.061	0.102	0.190
0.901	0.454	#N/A
58.909	13	#N/A
24.281	2.679	#N/A

x const

回帰係数

その標準誤差

寄与率

F 比

回帰平方和

1.070	10.845
0.120	0.225
0.849	0.539
78.920	14
22.898	4.062

●自由度

	薬剤	A	x	x*A	y	y-hat	e
1	A1	1	0	0	11.2	10.85	0.36
2	A1	1	0	0	10.6	10.85	-0.24
3	A1	1	1	1	11.1	11.76	-0.66
4	A1	1	1	1	12.3	11.76	0.54
5	A1	1	2	2	12.7	12.67	0.03
6	A1	1	2	2	13.1	12.67	0.43
7	A1	1	3	3	13.8	13.58	0.22
8	A1	1	3	3	13.1	13.58	-0.48
9	A2	-1	0	0	10.3	10.85	-0.54
10	A2	-1	0	0	11.4	10.85	0.56
11	A2	-1	1	-1	11.5	12.07	-0.57
12	A2	-1	1	-1	12.2	12.07	0.13
13	A2	-1	2	-2	13.2	13.30	-0.10
14	A2	-1	2	-2	13.7	13.30	0.40
15	A2	-1	3	-3	14.2	14.53	-0.33
16	A2	-1	3	-3	14.8	14.53	0.27
	平方和				26.960	24.28	2.68

総平方和の自由度
16 - 1 = 15

残差平方和
15 - 2 = 13

回帰平方和
(パラメータ2個)
自由度 2

表示 5.4.3 切片を共通とする回帰式のあてはめ

	x*A	x	const
回帰係数	-0.157	1.070	10.845
その標準誤差	0.061	0.102	0.190
寄与率	0.901	0.454	#N/A
F 値	58.909	13	#N/A
回帰平方和	24.281	2.679	#N/A
t 値	-2.590	10.541	
p 値	0.022	0.000	
F 値(検証用)	6.710	111.108	

	x	const
回帰係数	1.070	10.845
その標準誤差	0.120	0.225
寄与率	0.849	0.539
F 比	78.920	14
回帰平方和	22.898	4.062

● 交互作用の平方和と自由度

(a) 表示5.4.3 上段の LINEST 関数の結果
 共通の傾き「x」と傾きの差「x*A」の
 2つの要因を含む（交互作用を含む）

(b) 表示5.4.3 下段の LINEST 関数の結果
 共通の傾き「x」のみを要因 = 共通の直線
 （交互作用を含まない）

(a) と (b) の差が交互作用の平方和と自由度
 （傾きの違いによる平方和と自由度）

平方和 $24.281 - 22.898 = 1.383$
 自由度 $2 - 1 = 1$

表示 5.4.3 切片を共通とする回帰式のあてはめ

	x*A	x	const
回帰係数	-0.157	1.070	10.845
その標準誤差	0.061	0.102	0.190
寄与率	0.901	0.454	#N/A
F 比	58.909	13	#N/A
回帰平方和	24.281	2.679	#N/A
t 値	-2.590	10.541	
p 値	0.022	0.000	
F 値(検証用)	6.710	111.108	

(a) 回帰平方和
 (交互作用を
 含む)

(b) 回帰平方和
 (交互作用を
 含まない)

	x	const
回帰係数	1.070	10.845
その標準誤差	0.120	0.225
寄与率	0.849	0.539
F 比	78.920	14
回帰平方和	22.898	4.062

●繰り返し誤差の平方和と自由度

表示 5.4.2
(左下)

	B1	B2	B3	B4
	0	1	2	3
A1	11.2	11.1	12.7	13.8
	10.6	12.3	13.1	13.1
A2	10.3	11.5	13.2	14.2
	11.4	12.2	13.7	14.8

平均	0	1	2	3
A1	10.90	11.70	12.90	13.45
A2	10.85	11.85	13.45	14.50
平均	10.875	11.775	13.175	13.975

基準

他の残差と
取り扱いが異なる

残差	0	1	2	3
A1	0.325	-0.600	-0.200	0.350
	-0.275	0.600	0.200	-0.350
A2	-0.575	-0.350	-0.250	-0.300
	0.525	0.350	0.250	0.300

2個の残差の和は0

$0.350 = 13.8 - 13.45$

●繰り返し誤差の平方和と自由度

表示 5.4.2
(左下)

	B1	B2	B3	B4
	0	1	2	3
A1	11.2	11.1	12.7	13.8
	10.6	12.3	13.1	13.1
A2	10.3	11.5	13.2	14.2
	11.4	12.2	13.7	14.8

残差の平方和

(→繰り返し誤差)

16個の残差の2乗和 2.383

制約条件

4個の残差の和が 0 : 1

2個の残差の和が 0 : 6

計 7

自由度 : $16 - 7 = 9$

基準

16個の残差の2乗和
 $0.325^2 + (-0.600)^2 + \dots$
 $+0.250^2 + 0.300^2 = 2.383$

$0.325 = 11.2 - 10.875$

4個の残差の和は 0

平均	0	1	2	3
A1	10.90	11.70	12.90	13.45
A2	10.85	11.85	13.45	14.50
平均	10.875	11.775	13.175	13.975

基準

2個の残差の和は 0

$0.350 = 13.8 - 13.45$

残差	0	1	2	3
A1	0.325	-0.600	-0.200	0.350
	-0.275	0.600	0.200	-0.350
A2	-0.575	-0.350	-0.250	-0.300
	0.525	0.350	0.250	0.300

●分散分析表

表示 5.4.3 切片を共通とする回帰式のあてはめ

表示	要因	平方和	自由度	平均平方	F比	p値
5.4.4	モデル	24.281	2			
	投与量	22.898	1	22.898	86.498	0.0000
	薬剤 * 投与量	1.383	1	1.383	5.224	0.0481
	残差'	2.679	13	0.206		
	LOF	0.297	4	0.074	0.280	0.8836
	残差	2.383	9	0.265	1.000	
	全体	26.960	15			

	x*A	x	const
回帰係数	-0.157	1.070	10.845
その標準誤差	0.061	0.102	0.190
寄与率	0.901	0.454	#N/A
F比	58.909	13	#N/A
回帰平方和	24.281	2.679	#N/A
t値	-2.590	10.541	
p値	0.022	0.000	
F値(検証用)	6.710	111.108	

表示 5.4.3

	薬剤	A	x	x*A	y	y-hat	e
1	A1	1	0	0	11.2	10.85	0.36
2	A1	1	0	0	10.6	10.85	-0.24
...
15	A2	-1	3	-3	14.2	14.53	-0.33
16	A2	-1	3	-3	14.8	14.53	0.27
	平方和				26.960	24.28	2.68

	x	const
回帰係数	1.070	10.845
その標準誤差	0.120	0.225
寄与率	0.849	0.539
F比	78.920	14
回帰平方和	22.898	4.062

●分散分析表

表示	要因	平方和	自由度	平均平方	F比	p値
5.4.4	モデル	24.281	2			
	投与量	22.898	1	22.898	86.498	0.0000
	薬剤 * 投与量	1.383	1	1.383	5.224	0.0481
	残差'	2.679	13	0.206		
	LOF	0.297	4	0.074	0.280	0.8836
	残差	2.383	9	0.265	1.000	
	全体	26.960				

交互作用
 $24.281 - 22.898 = 1.383$

表示 5.4.3 切片を共通とする回帰式のあてはめ

	x*A	x	const
回帰係数	-0.157	1.070	10.845
その標準誤差	0.061	0.102	0.190
寄与率	0.901	0.454	#N/A
F比	58.909	13	#N/A
回帰平方和	24.281	2.679	#N/A
t値	-2.590	10.541	
p値	0.022	0.000	
F値(検証用)	6.710	111.108	

	x	const
回帰係数	1.070	10.845
その標準誤差	0.120	0.225
寄与率	0.849	0.539
F比	78.920	14
回帰平方和	22.898	4.062

●分散分析表

表示	要因	平方和	自由度	平均平方	F比	p値
5.4.4	モデル	24.281	2			
	投与量	22.898	1	22.898	86.498	0.0000
	薬剤 * 投与量	1.383	1	1.383	5.224	0.0481
	残差'	2.679	13	0.206		
	LOF	0.297	4	0.074	0.280	0.8836
	残差	2.383	9	0.265	1.000	
	全体	26.960	15			

表示 5.4.3 切片を共通とする回帰式のあてはめ

	x*A	x	const
回帰係数	-0.157	1.070	10.845
その標準誤差	0.061	0.102	0.190
寄与率	0.901	0.454	#N/A
F比	58.909	13	#N/A
回帰平方和	24.281	2.679	#N/A
t値	-2.590	10.541	
p値	0.022	0.000	
F値(検証用)	6.710	111.108	

繰り返し誤差
 平方和：16個の残差の2乗和
 $0.325^2 + (-0.600)^2 + \dots$
 $+ 0.250^2 + 0.300^2 = 2.383$
 自由度：9

LOF (あてはまりの悪さ)
 平方和
 $2.679 - 2.383 = 0.297$
 自由度
 $13 - 9 = 4$

	x	const
回帰係数	1.070	10.845
その標準誤差	0.120	0.225
寄与率	0.849	0.539
F比	78.920	14
回帰平方和	22.898	4.062

●分散分析表

表示	要因	平方和	自由度	平均平方	F比	p値
5.4.4	モデル	24.281	2			
	投与量	22.898	1	22.898	86.498	0.0000
	薬剤 * 投与量	1.383	1	1.383	5.224	0.0481
	残差'	2.679	13	0.206		
	LOF	0.297	4	0.074	0.280	0.8836
	残差	2.383	9	0.265	1.000	
	全体	26.960	15			

表示 5.4.3 切片を共通とする回帰式のあてはめ

	x*A	x	const
回帰係数	-0.157	1.070	10.845
その標準誤差	0.061	0.102	0.190
寄与率	0.901	0.454	#N/A
F比	58.909	13	#N/A
回帰平方和	24.281	2.679	#N/A
t値	-2.590	10.541	
p値	0.022	0.000	
F値(検証用)	6.710	111.108	

F比の分母

傾きの差（交互作用）のp値は0.0481で有意

$$F = 1.383 / 0.265 = 5.224 \quad p = \text{F.DIST.2T}(5.224, 1, 9) = 0.0481$$

傾きは、薬剤の単位当たりの効果 ↑ Excel 関数

すなわち、2薬剤の効果に有意差がある

	x	const
回帰係数	1.070	10.845
その標準誤差	0.120	0.225
寄与率	0.849	0.539
F比	78.920	14
回帰平方和	22.898	4.062

●分散分析表：LOF のプーリング

表示	要因	平方和	自由度	平均平方	F比	p値	F比	p値
5.4.4	モデル	24.281	2	12.140			58.909	0.0000
	投与量	22.898	1	22.898	86.498	0.0000	111.108	0.0000
	薬剤 * 投与量	1.383	1	1.383	5.224	0.0481	6.710	0.0224
	残差'	2.679	13	0.206			1.000	
	LOF	0.297	4	0.074	0.280	0.8836		
	残差	2.383	9	0.265	1.000			
	全体	26.960	15					

検出力は向上

LOF は有意ではない
 $p > \alpha = 0.20$

LOF の p 値は 0.20 以上 → LOF を残差にプール (§4.3、§5.2)

$$F = 1.383 / 0.206 = 6.710 \quad p = \text{F.DIST.2T}(6.710, 1, 13) = 0.0224$$

●分散分析表：LOF のプーリング

表示	要因	平方和	自由度	平均平方	F比	p値	F比	p値
5.4.4	モデル	24.281	2	12.140			58.909	0.0000
	投与量	22.898	1	22.898	86.498	0.0000	111.108	0.0000
	薬剤 * 投与量	1.383	1	1.383	5.224	0.0481	6.710	0.0224
	残差'	2.679	13	0.206			1.000	
	LOF	0.297	4	0.074	0.280	0.8836		
	残差	2.383	9	0.265	1.000			
	全体	26.960	15					

表示 5.4.3

	x*A	x	const
回帰係数	-0.157	1.070	10.845
その標準誤差	0.061	0.102	0.190
寄与率	0.901	0.454	#N/A
F比	58.909	13	#N/A
回帰平方和	24.281	2.679	#N/A
t 値	-2.590	10.541	
p 値	0.022	0.000	
F 値(検証用)	6.710	111.108	

LOF の p 値は 0.20 以上 → LOF を残差にプール (§4.3)

$$F = 1.383 / 0.206 = 6.710 \quad p = F.DIST.2T(6.710, 1, 13) = 0.0224$$

$t = b_{1d} / se[b_{1d}] = -0.157 / 0.061 = -2.590$
 $p = T.DIST.2T(ABS(-2.590), 13) = 0.0224$ (Excel 関数)
 $F = t^2 = (-2.590)^2 = 6.710$ (第 1 部 p.187)



(3) JMP による解析

●JMPファイルの読み込みと表示

JMP ファイル「5-2因子2.jmp」を読み込み

●データ

表示 5.4.1 のデータ

因子：「A」 … 名義尺度（薬剤）

「x」 … 連続尺度（投与量）

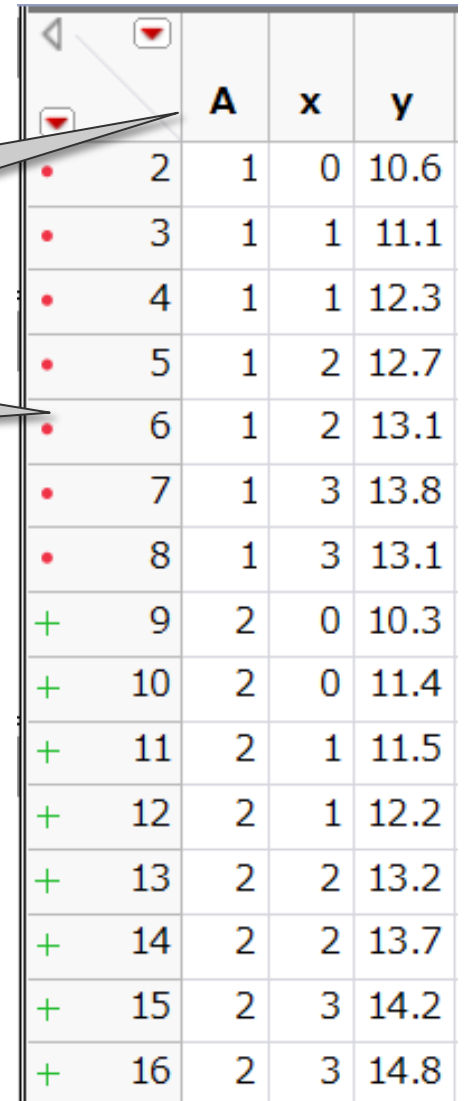
観測値：「y」 … 連続尺度

データは数値であるが
名義尺度に指定してある

雄と雌を
マーカーと色で識別

表示 5.4.1 データ

薬剤	B ₁ 0 mg	B ₂ 1 mg	B ₃ 2 mg	B ₄ 3 mg
A ₁	11.2	11.1	12.7	14.1
	10.6	12.3	13.1	13.4
A ₂	10.3	11.5	13.2	14.2
	11.4	12	13.7	14.8



	A	x	y	
•	2	1	0	10.6
•	3	1	1	11.1
•	4	1	1	12.3
•	5	1	2	12.7
•	6	1	2	13.1
•	7	1	3	13.8
•	8	1	3	13.1
+	9	2	0	10.3
+	10	2	0	11.4
+	11	2	1	11.5
+	12	2	1	12.2
+	13	2	2	13.2
+	14	2	2	13.7
+	15	2	3	14.2
+	16	2	3	14.8

●JMPファイルの読み込みと表示

JMP ファイル「5-2因子2.jmp」を読み込み

●データ

表示 5.4.1 のデータ

因子：「A」 … 名義尺度（薬剤）

「x」 … 連続尺度（投与量）

観測値：「y」 … 連続尺度

●解析手順

[分析] > [モデルのあてはめ]

[役割変数の選択、Y]：「y」

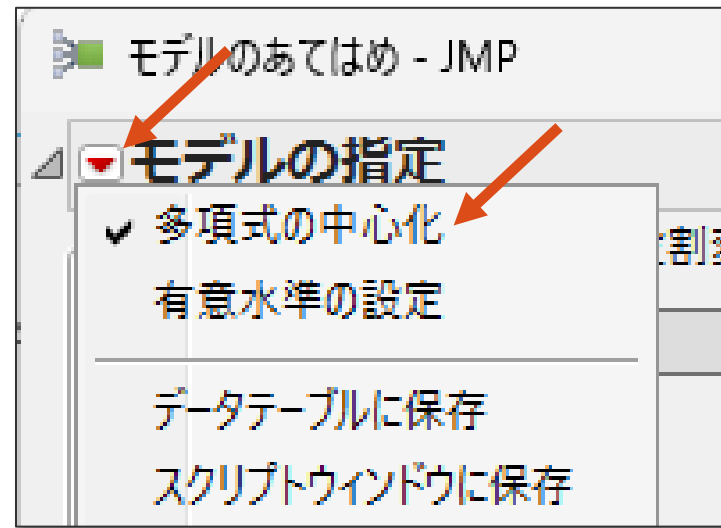
[モデル効果の構成]：「x」「A*x」

[強調点]：[最小レポート]

▼オプション> [多項式の中心化] のチェックを外す

データは数値であるが
名義尺度に指定してある

雄と雌を
マーカーと色で識別



	A	x	y	
•	2	1	0	10.6
•	3	1	1	11.1
•	4	1	1	12.3
•	5	1	2	12.7
•	6	1	2	13.1
•	7	1	3	13.8
•	8	1	3	13.1
+	9	2	0	10.3
+	10	2	0	11.4
+	11	2	1	11.5
+	12	2	1	12.2
+	13	2	2	13.2
+	14	2	2	13.7
+	15	2	3	14.2
+	16	2	3	14.8

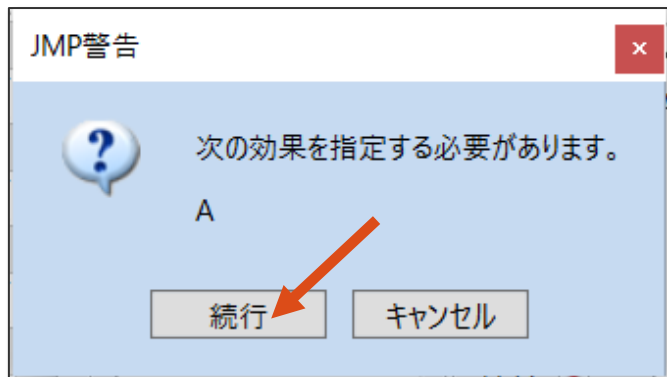
●モデル効果の構成

$$\hat{y} = b_0 + b_1x + b_{1d} \begin{pmatrix} x \\ -x \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \end{pmatrix} \quad (5.4.2)$$

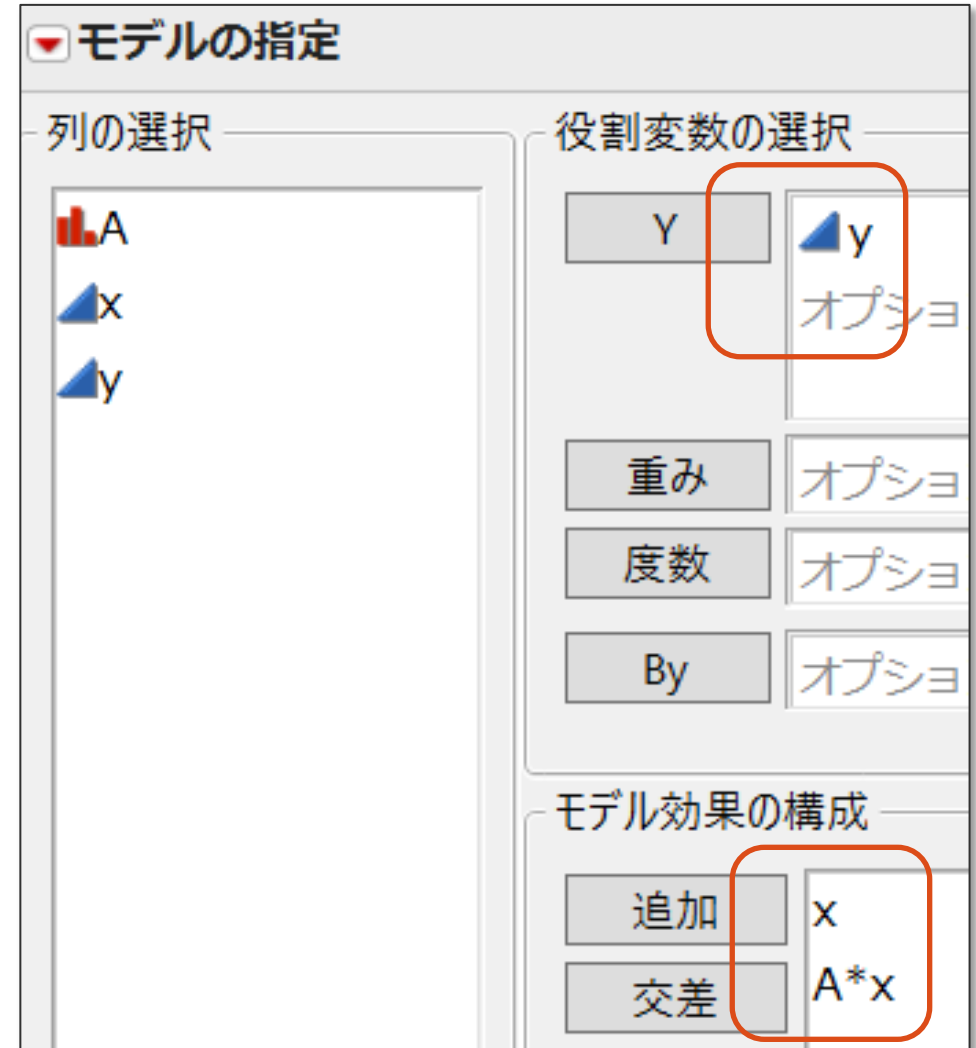
x $A * x$

パラメータを推定するための変数

表示される警告は無視

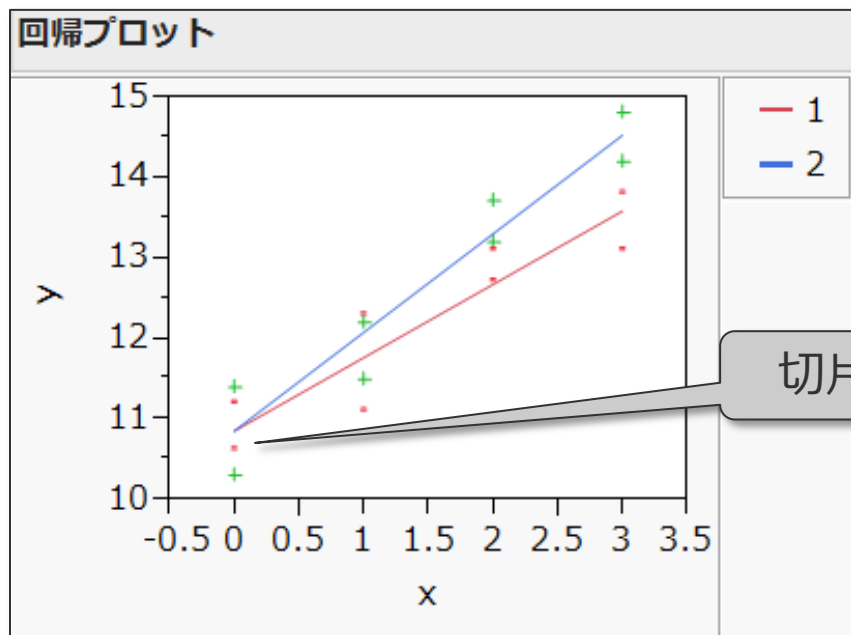


交差「A*x」を含むモデルは、「A」「x」がモデルに含まれるのが一般的なので JMP が警告を表示



●回帰直線

表示 5.4.5 JMP出力



要因	自由度	平方和	平均平方	F値
モデル	2	24.280857	12.1404	58.9090
誤差	13	2.679143	0.2061	p値(Prob>F)
全体(修正済み)	15	26.960000		<.0001*

要因	自由度	平方和	平均平方	F値
あてはまりの悪さ(LOF)	5	0.2991429	0.059829	0.2011
純粋誤差	8	2.3800000	0.297500	p値(Prob>F)
合計誤差	13	2.6791429		0.9530

要因	パラメータ数	自由度	平方和	F値	p値(Prob>F)
x	1	1	22.898000	111.1079	<.0001*
A*x	1	1	1.382857	6.7100	0.0224*

▼応答> [推定値] > [全水準の推定値]

項	推定値	標準誤差	t値	p値(Prob> t)
切片	10.845	0.189909	57.11	<.0001*
x	1.07	0.101511	10.54	<.0001*
A[1]*x	-0.157143	0.060664	-2.59	0.0224*
A[2]*x	0.1571429	0.060664	2.59	0.0224*

●分散分析表

表示 5.4.5 JMP出力

分散分析				
要因	自由度	平方和	平均平方	F値
モデル	2	24.280857	12.1404	58.9090
誤差	13	2.679143	0.2061	p値(Prob>F)
全体(修正済み)	15	26.960000		<.0001*

表示 5.4.4 分散分析表

要因	平方和	自由度	平均平方	F比	p値	F比	p値
モデル	24.281	2	12.140			58.909	0.0000
投与量	22.898	1	22.898	86.498	0.0000	111.108	0.0000
薬剤 * 投与量	1.383	1	1.383	5.224	0.0481	6.710	0.0224
残差'	2.679	13	0.206			1.000	
LOF	0.297	4	0.074	0.280	0.8836		
残差	2.383	9	0.265	1.000			
全体	26.960	15					

繰り返し誤差 (純粹誤差)

F比の分母

●分散分析表：効果の検定

LOF + 繰り返し誤差 (純粋誤差)を分母にした F 検定
LOF を誤差としてプーリングしている

表示 5.4.5 JMP出力

効果の検定					
要因	パラメータ数	自由度	平方和	F値	p値(Prob>F)
x	1	1	22.898000	111.1079	<.0001*
A*x	1	1	1.382857	6.7100	0.0224*

表示 5.4.4 分散分析表

要因	平方和	自由度	平均平方	F比	p値	F比	p値
モデル	24.281	2	12.140			58.909	0.0000
投与量	22.898	1	22.898	86.498	0.0000	111.108	0.0000
薬剤 * 投与量	1.383	1	1.383	5.224	0.0481	6.710	0.0224
残差'	2.679	13	0.206			1.000	
LOF	0.297	4	0.074	0.280	0.8836		
残差	2.383	9	0.265	1.000			
全体	26.960	15					

繰り返し誤差 (純粋誤差)

F比の分母

●分散分析表：あてはまりの悪さ（LOF）と残差

表示 5.4.5 JMP出力

あてはまりの悪さ(LOF)				
要因	自由度	平方和	平均平方	F値
あてはまりの悪さ(LOF)	5	0.2991429	0.059829	0.2011
純粋誤差	8	2.3800000	0.297500	p値(Prob>F)
合計誤差	13	2.6791429		0.9530

繰り返し誤差（純粋誤差）
無投与区の2水準を別々に扱っている

表示 5.4.4 分散分析表

要因	平方和	自由度	平均平方	F比	p値	F比	p値
モデル	24.281	2	12.140			58.909	0.0000
投与量	22.898	1	22.898	86.498	0.0000	111.108	0.0000
薬剤 * 投与量	1.383	1	1.383	5.224	0.0481	6.710	0.0224
残差'	2.679	13	0.206			1.000	
LOF	0.297	4	0.074	0.280	0.8836		
残差	2.383	9	0.265	1.000			
全体	26.960	15	2.3825				

繰り返し誤差（純粋誤差）
無投与区の2水準を同等に扱っている

純粋誤差とLOFで、
平方和と自由度は一致しない
(合計は一致)

●分散分析表：あてはまりの悪さ（LOF）と残差

Excel と JMP の結果の相違（右表）の理由

（演習5.4.2 p.195）

無投与区（A1B1、A2B1）の残差平方和を計算

JMP：2水準を別々に扱って計算

Excel：2水準を同等（同一条件）に扱って計算

残差の平方和

2水準別々に扱い計算 0.7850

2水準同等に扱い計算 0.7875

差は $-0.0025 \rightarrow -0.003$

残差の自由度

2水準別々に計算 $(2-1)+(2-1) = 2$

2水準一緒に計算 $(4-1) = 3$

差は 1

演習 5.4.2 p.195（改変）

手段	無投与区の 2水準の扱い	平方和		自由度	
		LOF	残差	LOF	残差
JMP	別々	0.2991	2.3800	5	8
Excel	同等	0.2966	2.3825	4	9
差		0.0025	-0.0025	1	-1

表示 5.7.8 2つの残差平方和の計算根拠（改変）

	観測値	平均	残差	残差
	B1: 0 mg		(別々)	(同等)
A1	11.2	10.900	0.30	0.33
	10.6		-0.30	-0.27
A2	10.3	10.850	-0.55	-0.57
	11.4		0.55	0.53
		10.875		
		平方和	0.7850	0.7875
		差	-0.0025	

●分散分析表：あてはまりの悪さ（LOF）と残差

Excel と JMP の結果の相違（右表）の理由

（演習5.4.2 p.195）

無投与区（A1B1、A2B1）の残差平方和を計算

JMP：2水準を別々に扱って計算

Excel：2水準を同等（同一条件）に扱って計算

残差の平方和

2水準別々に扱い計算 0.7850

2水準同等に扱い計算 0.7875

差は $-0.0025 \rightarrow -0.003$

残差の自由度

2水準別々に計算 $(2-1)+(2-1) = 2$

2水準一緒に計算 $(4-1) = 3$

差は 1

演習 5.4.2 p.195（改変）

手段	無投与区の 2水準の扱い	平方和		自由度	
		LOF	残差	LOF	残差
JMP	別々	0.2991	2.3800	5	8
Excel	同等	0.2966	2.3825	4	9
差		0.0025	-0.0025	1	-1

表示 5.7.8 2つの残差平方和の計算根拠（改変）

	観測値	平均	残差	残差
	B1: 0 mg		(別々)	(同等)
A1	11.2	10.900	0.30	0.33
	10.6		-0.30	-0.27
A2	10.3	10.850	-0.55	-0.57
	11.4		0.55	0.53
		10.875		
		平方和	0.7850	0.7875
		差	-0.0025	

●パラメータの推定値

Excel の結果と一致

表示 5.4.5
JMP出力

全水準の推定値

名義尺度の要因においては、全水準に対して推定値が求められている

項	推定値	標準誤差	t値	p値(Prob> t)
切片	10.845	0.189909	57.11	<.0001*
x	1.07	0.101511	10.54	<.0001*
A[1]*x	-0.157143	0.060664	-2.59	0.0224*
A[2]*x	0.1571429	0.060664	2.59	0.0224*

$$\hat{y} = b_0 + b_{11}x + b_{1d} \begin{pmatrix} x \\ -x \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \end{pmatrix} \quad (5.4.2)$$

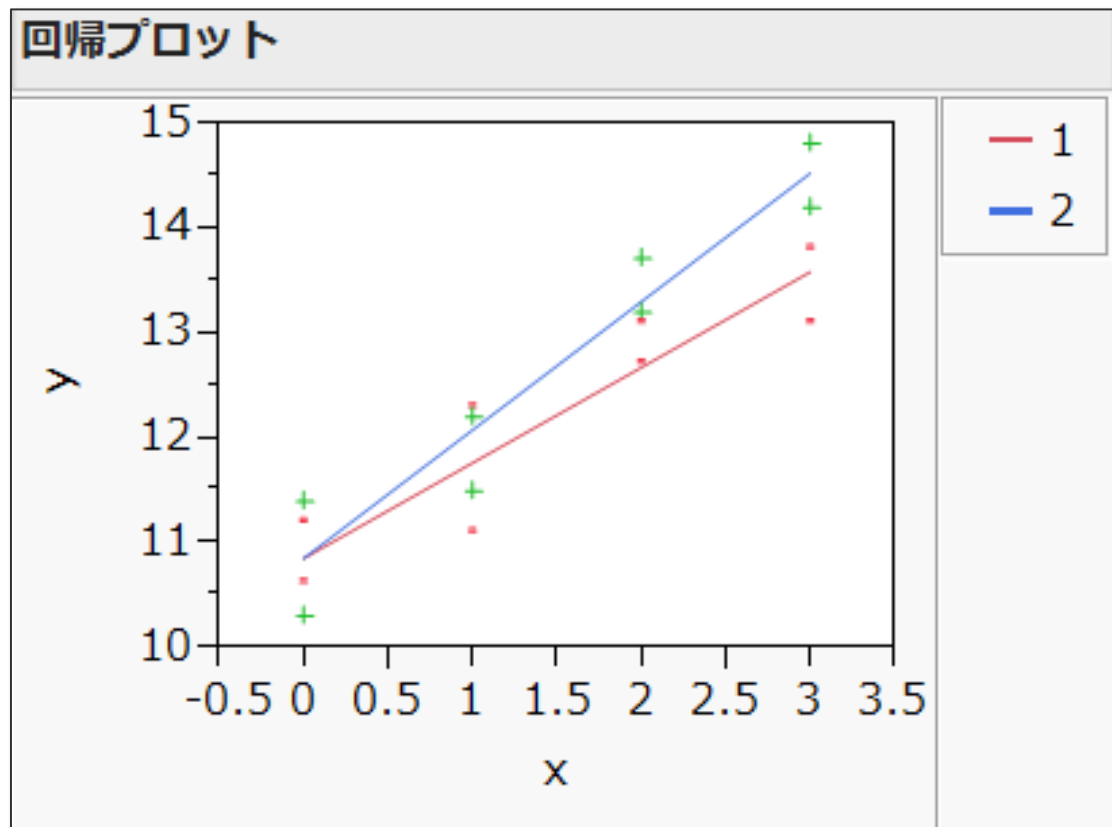
$$= 10.845 + 1.070x - 0.157 \begin{pmatrix} x \\ -x \end{pmatrix}$$

$$= 10.845 + \begin{pmatrix} 0.913 \\ 1.227 \end{pmatrix} x \quad (5.4.3)$$

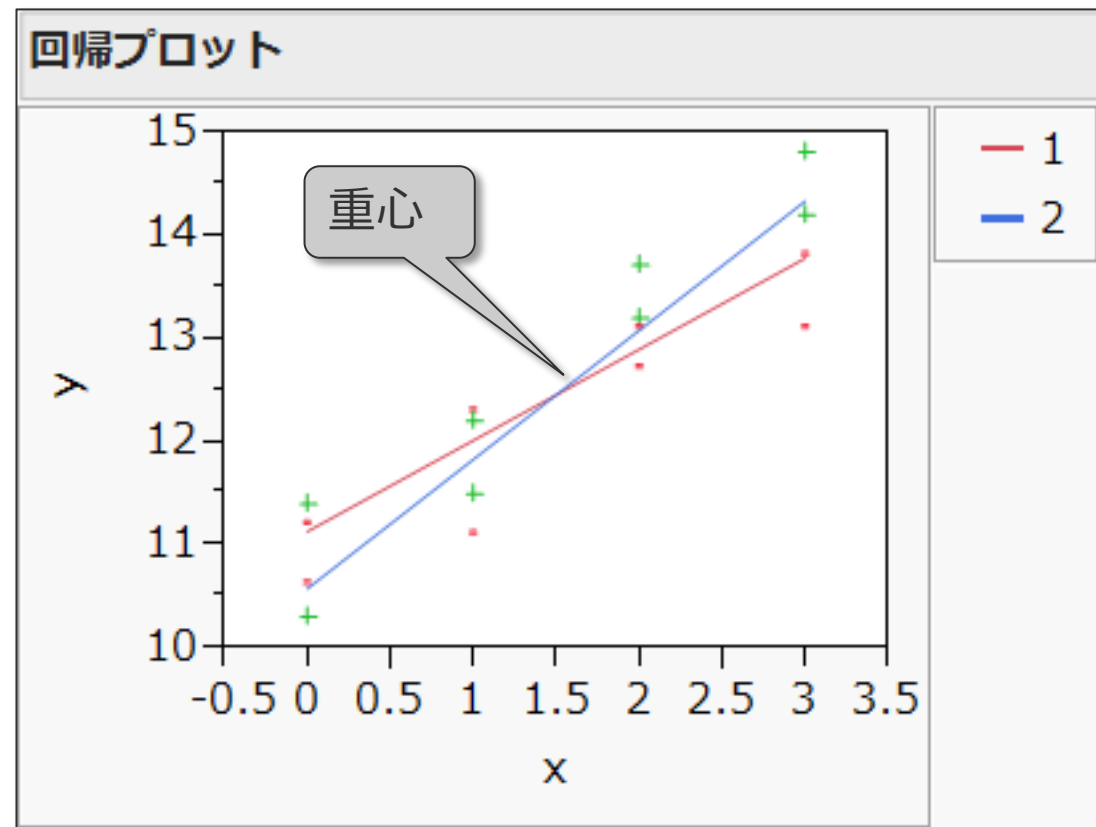
●中心化：グラフ

中心化の有無による違い（演習5.4.1 p.195）

[多項式の中心化] なし



[多項式の中心化] あり



● 中心化：パラメータ推定値

[多項式の中心化] なし

全水準の推定値				
名義尺度の要因においては、全水準に対して推定値が求められている				
項	推定値	標準誤差	t値	p値(Prob> t)
切片	10.845	0.189909	57.11	<.0001*
x	1.07	0.101511	10.54	<.0001*
A[1]*x	-0.157143	0.060664	-2.59	0.0224*
A[2]*x	0.1571429	0.060664	2.59	0.0224*

$$\begin{aligned} \hat{y} &= b_0 + b_{11}x + b_{1d} \begin{pmatrix} x \\ -x \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \end{pmatrix} \\ &= 10.845 + 1.070x - 0.157 \begin{pmatrix} x \\ -x \end{pmatrix} \\ &= 10.845 + \begin{pmatrix} 0.913 \\ 1.227 \end{pmatrix} x \quad (5.4.3) \end{aligned}$$

[多項式の中心化] あり

全水準の推定値				
名義尺度の要因においては、全水準に対して推定値が求められている				
項	推定値	標準誤差	t値	p値(Prob> t)
切片	10.845	0.213228	50.86	<.0001*
x	1.07	0.113975	9.39	<.0001*
A[1]*(x-1.5)	-0.185	0.113975	-1.62	0.1285
A[2]*(x-1.5)	0.185	0.113975	1.62	0.1285

$$\begin{aligned} \hat{y} &= 10.845 + 1.070x + \begin{pmatrix} -0.185 \\ 0.185 \end{pmatrix} (x - 1.5) \\ &= 10.845 + 1.070x + \begin{pmatrix} -0.185x \\ 0.185x \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0.278 \\ -0.278 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 11.123 \\ 10.567 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0.885x \\ 1.255x \end{pmatrix} \end{aligned}$$

●中心化：分散分析

総平方和と自由度は同じ、モデルの平方和は異なる

効果の検定では、「x」の平方和は一致、交互作用「A*x」の平方和は異なる

中心化の有無は解析結果に大きな影響を与えるので、中心化の有無について確認

[多項式の中心化] なし

分散分析				
要因	自由度	平方和	平均平方	F値
モデル	2	24.280857	12.1404	58.9090
誤差	13	2.679143	0.2061	p値(Prob>F)
全体(修正済み)	15	26.960000		<.0001*

[多項式の中心化] あり

分散分析				
要因	自由度	平方和	平均平方	F値
モデル	2	23.582500	11.7913	45.3845
誤差	13	3.377500	0.2598	p値(Prob>F)
全体(修正済み)	15	26.960000		<.0001*

効果の検定

要因	パラメータ数	自由度	平方和	F値	p値(Prob>F)
x	1	1	22.898000	111.1079	<.0001*
A*x	1	1	1.382857	6.7100	0.0224*

効果の検定

要因	パラメータ数	自由度	平方和	F値	p値(Prob>F)
x	1	1	22.898000	88.1344	<.0001*
A*x	1	1	0.684500	2.6346	0.1285

●質的因子×量的因子の2因子実験

前節 「雌雄」×「投与量 (x)」・・・傾きが違うモデル、傾きを共通とするモデル

本節 「薬剤」×「投与量 (x)」・・・切片を共通とするモデル

前節		0 mg	1 mg	2 mg	3 mg
B1 (雄)		11.0	11.3	11.8	11.5
		10.7	11.3	12.2	12.0
		11.4	10.9	12.1	12.4
		10.9	11.2	10.8	11.0
B2 (雌)		10.2	10.9	10.5	10.9
		10.8	11.3	10.8	10.5
		10.5	10.3	10.8	11.3
		10.2	10.4	11.1	11.6

本節	薬剤	0 mg	1 mg	2 mg	3 mg
A ₁		11.2	11.1	12.7	14.1
		10.6	12.3	13.1	13.4
A ₂		10.3	11.5	13.2	14.2
		11.4	12	13.7	14.8

データの形だけを見て、機械的に2因子実験の基本解析をしただけでは不十分



- 作成 片瀬雅彦
- 監修 松本一彦、長谷文雄
- 作成時期 2019年11月1日
- 改訂 2020年10月5日、2024年1月2日