6 多因子実験

6.1 多因子実験の基礎

テキスト

芳賀敏郎（2014）医薬品開発のための統計解析
第２部　実験計画法　改訂版、サイエンティスト社、p.294

第２部　実験計画法

１因子実験・・・質的因子　　1.1 繰り返し数が等しい場合、1.2 繰り返し数が異なる場合

1.3 多重比較、1.4 ばらつきを特性値とする実験

1.5 ノンパラメトリック検定

量的因子　　2.1 直線関係の場合、2.2 非直線関係の場合

2.3 ダミー変数による質的因子の効果の推定

乱塊法・・・・・3.1 質的因子の乱塊法、3.2 量的因子の乱塊法、3.3 欠測値のある場合

共分散分析・・・4.1 共分散分析の目的、4.2 解析手順、4.3 医薬品開発における共分散分析の例

２因子実験・・・5.1 ２因子実験の基礎、5.2 質的因子×質的因子、5.3 質的因子×量的因子

5.4 質的因子×量的因子（変形）、5.5 量的因子×量的因子

多因子実験・・・**6.1 多因子実験の基礎**、6.2 スクリーニング計画、6.3 応答曲面計画

変量模型ほか・・7.1 １因子実験、7.2 枝分れ実験、7.3 乱塊法の拡張、7.4 経時データ、7.5 交差試験

6.1 多因子実験の基礎

p.213

テキストの
該当ページ

（1）標準的な多因子実験

（2）LINEST 関数による解析

（3）多因子実験の拡張

（4）多因子実験の適用場面

（5）補足（テキストにはない）

使用するファイル

Excel ファイル：「DE改6-多因子.xlsm」

サイエンティスト社ホームページからダウンロード

JMP 10.0.2 の出力を表示

★プレゼンテーションの
スピーカーノートを、
PDF の注釈に変換してあります

6.1 多因子実験の基礎

p.213

（1）標準的な多因子実験

3 因子実験の標準的な計算方法と分散分析表の作成

2 因子実験（2 水準）の計算方法（補足）

3 因子実験（2 水準）の計算方法（補足）

2 因子実験は多因子実験ではないが
3 因子実験の理解を図るために説明

（2）LINEST 関数による解析

2 因子実験（2 水準）の LINEST 関数による解析（復習）

3 因子実験（2 水準）の LINEST 関数による解析

JMP による多因子実験の解析（補足）

（3）多因子実験の拡張

（4）多因子実験の適用場面

（5）補足

2 因子実験（2 水準）の計算方法と L_4 直交表

3 因子実験（2 水準）の計算方法と L_8 直交表　→　次節 §6.2「スクリーニング計画」

はじめに

p.213

●多因子実験

３因子以上の実験

製造プロセスでは頻繁に利用される

医薬品開発の分野での利用は少ない

本テキストではごく簡単に取り上げる

３因子ともに３水準
実験計画に則り、すべての
水準組合せの実験を行わない
繰り返し数が異なる

３因子ともに２水準
薬剤の投与（あり／なし）
すべての水準組合せの実験を実施

３因子実験の事例

薬剤A	薬剤B	薬剤C	観測値
0	0	0	4.2
0	0	5	8.4
0	20	0	8.6
0	20	5	14.0
10	0	0	8.9
10	0	5	15.5
10	20	0	9.1
10	20	5	14.0

３因子実験の事例

温度	時間	圧力	観測値
10	1	1.0	1.66
10	2	0.5	1.45
10	2	1.5	1.40
10	3	1.0	1.08
15	1	0.5	1.41
15	1	1.5	1.75
15	2	1.0	1.06
15	2	1.0	1.03
15	2	1.0	0.97
15	3	0.5	1.17
15	3	1.5	1.51
20	1	1.0	1.30
20	2	0.5	0.97
20	2	1.5	1.79
20	3	1.0	1.54

はじめに

p.213

- 多因子実験

  ３因子以上の実験
  製造プロセスでは頻繁に利用される
  医薬品開発の分野での利用は少ない
  本テキストではごく簡単に取り上げる

  多くの因子を同時に取り上げる場面は
  問題解決の初期段階に多い
  多くの要因から効果のある要因を探索
  因子の水準の組合せが多くなる
  質的因子として２～３水準を設定して
  因子効果の有無を判断
  → 実験計画に則り、実験回数を減らして
  必要な情報を効率的に得る

３因子ともに３水準
実験計画に則り、すべての
水準組合せの実験を行わない
繰り返し数が異なる

３因子ともに２水準
薬剤の投与（あり／なし）
すべての水準組合せの実験を実施

３因子実験の事例

薬剤A	薬剤B	薬剤C	観測値
0	0	0	4.2
0	0	5	8.4
0	20	0	8.6
0	20	5	14.0
10	0	0	8.9
10	0	5	15.5
10	20	0	9.1
10	20	5	14.0

３因子実験の事例

温度	時間	圧力	観測値
10	1	1.0	1.66
10	2	0.5	1.45
10	2	1.5	1.40
10	3	1.0	1.08
15	1	0.5	1.41
15	1	1.5	1.75
15	2	1.0	1.06
15	2	1.0	1.03
15	2	1.0	0.97
15	3	0.5	1.17
15	3	1.5	1.51
20	1	1.0	1.30
20	2	0.5	0.97
20	2	1.5	1.79
20	3	1.0	1.54

（1）標準的な多因子実験

テキストでは計算過程の説明が省略されているので、補足して説明

３因子実験の事例
３因子実験の標準的な計算方法（２因子実験の拡張）
２因子実験（２水準）の計算方法・・・参考として
３因子実験（２水準）の計算方法

３因子実験の事例

p.213

- 簡単な多因子実験の例

  ３因子実験

  因子：A, B, C（質的因子と見なす）

  各因子は２水準：（A1,A2）、（B1,B2）、（C1,C2）、水準の組合せ数は2×2×2＝8

  同一水準での繰り返しはない（繰り返しのない３因子実験）

  ８回の実験を無作為に行う（材料、実験の順番、配置など）

例　A：薬剤 A（0, 10 mg）
B：薬剤 B（5, 20 mg）　同時投与
C：薬剤 C（1,　5 mg）
質的因子×質的因子×質的因子

因子A	因子B	因子C	観測値
A1	B1	C1	4
		C2	8
	B2	C1	8
		C2	14
A2	B1	C1	8
		C2	15
	B2	C1	9
		C2	14

水準組合せと観測値
同一水準の組合せで
繰返しはない

３因子実験の事例

p.213

- Excelファイルの読み込みと表示

  Excel ファイル「DE改6-多因子.xls」、　名前ボックスから「表示6.1.1」（Fig61_01）を選択

- データと平均

  因子 A の水準ごとに因子 B×C の観測値を配置した２元表

  （３次元に配置されるので、平均値を１つの表にすることはできない）

因子A	因子B	因子C	観測値
A1	B1	C1	4
		C2	8
	B2	C1	8
		C2	14
A2	B1	C1	8
		C2	15
	B2	C1	9
		C2	14

表示6.1.1　（左上）

A1	C1	C2	平均
B1	4	8	6.00
B2	8	14	11.00
平均	6.00	11.00	8.50

A2	C1	C2	平均
B1	8	15	11.50
B2	9	14	11.50
平均	8.50	14.50	11.50

3 因子実験の事例

p.213

●計算方法

２因子実験（§5.1 , §5.2 ）と同様の計算方法で分散分析表を作成（テキストでは説明を省略）

表示 6.1.1 データと計算方法表

A1	C1	C2	平均
B1	4	8	6.00
B2	8	14	11.00
平均	6.00	11.00	8.50

C1+C2	B1	B2	平均
A1	6.00	11.00	8.50
A2	11.50	11.50	11.50
平均	8.75	11.25	10.00

A2	C1	C2	平均
B1	8	15	11.50
B2	9	14	11.50
平均	8.50	14.50	11.50

B1+B2	C1	C2	平均
A1	6.00	11.00	8.50
A2	8.50	14.50	11.50
平均	7.25	12.75	10.00

A1+A2	C1	C2	平均
B1	6.00	11.50	8.75
B2	8.50	14.00	11.25
平均	7.25	12.75	10.00

⇒

A1+A2	C1	C2	平均
B1	6.00	11.50	8.75
B2	8.50	14.00	11.25
平均	7.25	12.75	10.00

表示 6.1.2 分散分析表

要因	効果	平方和	自由度	平均平方	F比	p値
A	-1.50	18.0	1	18.0	9.00	0.205
B	-1.25	12.5	1	12.5	6.25	0.242
C	-2.75	60.5	1	60.5	30.25	0.114
A*B	-1.25	12.5	1	12.5	6.25	0.242
A*C	0.25	0.5	1	0.5	0.25	0.705
B*C	0.00	0.0	1	0.0	0.00	1.000
e		2.0	1	2.0		
T		106.0	7			

この Excel シートでは
「補足」（スライド27 以降）で説明する
２水準での計算方法を含んでいる

３因子実験の標準的な計算方法（２因子実験の拡張）

p.213

●繰返しのない３因子実験：データの構造式

水準数　因子A：a　（$1\cdots i\cdots a$）
因子B：b　（$1\cdots j\cdots b$）
因子C：c　（$1\cdots k\cdots c$）

モデル

$$y_{ijk}=\mu_{ijk}+\varepsilon_{ijk}$$

$$=\mu+\alpha_i+\beta_j+\gamma_k+(\alpha\beta)_{ij}+(\alpha\gamma)_{ik}+(\beta\gamma)_{jk}+\varepsilon_{ijk}$$

$\varepsilon_{ijk}\sim\mathrm{N}(0,\sigma^2)$　（5.1.2 改変）§5.1

α と β の掛け算ではなく、単独の数値を表す
1文字で表してもいいが、
２文字だと２因子交互作用であることが容易に
分かる、推定値 $(ab)_{ij}$ も同様

制約条件

$$\sum_{i}^{a}\alpha_i=0 \qquad \sum_{i=1}^{a}(\alpha\beta)_{ij}=\sum_{j=1}^{b}(\alpha\beta)_{ij}=0$$

$$\sum_{j}^{b}\beta_i=0 \qquad \sum_{i=1}^{a}(\alpha\gamma)_{ik}=\sum_{k=1}^{c}(\alpha\gamma)_{ik}=0$$

$$\sum_{k}^{c}\gamma_k=0 \qquad \sum_{j=1}^{b}(\beta\gamma)_{jk}=\sum_{k=1}^{c}(\beta\gamma)_{jk}=0$$

3因子実験の標準的な計算方法（2因子実験の拡張）

p.213

●繰返しのない3因子実験：データの構造式

水準数　因子A：a　（$1\cdots i\cdots a$）
因子B：b　（$1\cdots j\cdots b$）
因子C：c　（$1\cdots k\cdots c$）

モデル

$$
\begin{aligned}
y_{ijk} &= \mu_{ijk} + \varepsilon_{ijk} \\
&= \mu + \alpha_i + \beta_j + \gamma_k + (\alpha\beta)_{ij} + (\alpha\gamma)_{ik} + (\beta\gamma)_{jk} + \varepsilon_{ijk}
\end{aligned}
$$

制約条件

$\varepsilon_{ijk} \sim \mathrm{N}(0, \sigma^2)$　　（5.1.2 改変）§5.1

$$\sum_{i}^{a} \alpha_i = 0 \qquad \sum_{i=1}^{a} (\alpha\beta)_{ij} = \sum_{j=1}^{b} (\alpha\beta)_{ij} = 0$$

$$\sum_{j}^{b} \beta_i = 0 \qquad \sum_{i=1}^{a} (\alpha\gamma)_{ik} = \sum_{k=1}^{c} (\alpha\gamma)_{ik} = 0$$

$$\sum_{k}^{c} \gamma_k = 0 \qquad \sum_{j=1}^{b} (\beta\gamma)_{jk} = \sum_{k=1}^{c} (\beta\gamma)_{jk} = 0$$

水準組合せごとに繰り返しがないので、
3因子交互作用（$(\alpha\beta\gamma)_{ijk}$）は
誤差 ε_{ijk} と交絡（添え字が一致）

3因子交互作用は
技術的に解釈することが困難で、
かつ、影響が小さい場合が多く、
一般的には重視されない
→「繰り返しのない3因子実験」で十分

2因子で2元表にしたときに、
縦計と横計がゼロ

３因子実験の標準的な計算方法（２因子実験の拡張）

p.213

●データの分解

表示6.1.1 から、２因子実験（質的因子×質的因子）と同様に分散分析表を作成

表示 6.1.1

データ

A1	C1	C2	平均
B1	4	8	6.00
B2	8	14	11.00
平均	6.00	11.00	8.50

A2	C1	C2	平均
B1	8	15	11.50
B2	9	14	11.50
平均	8.50	14.50	11.50

平均

C1+C2	B1	B2	平均
A1	6.00	11.00	8.50
A2	11.50	11.50	11.50
平均	8.75	11.25	10.00

B1+B2	C1	C2	平均
A1	6.00	11.00	8.50
A2	8.50	14.50	11.50
平均	7.25	12.75	10.00

A1+A2	C1	C2	平均
B1	6.00	11.50	8.75
B2	8.50	14.00	11.25
平均	7.25	12.75	10.00

主効果と交互作用

C1+C2	B1	B2	主効果
A1	-1.25	1.25	-1.50
A2	1.25	-1.25	1.50
主効果	-1.25	1.25	

B1+B2	C1	C2	主効果
A1	0.25	-0.25	-1.50
A2	-0.25	0.25	1.50
主効果	-2.75	2.75	

A1+A2	C1	C2	主効果
B1	0.00	0.00	-1.25
B2	0.00	0.00	1.25
主効果	-2.75	2.75	

残差

A1	C1	C2
B1	0.50	-0.50
B2	-0.50	0.50

A2	C1	C2
B1	-0.50	0.50
B2	0.50	-0.50

テキストにはない

３因子実験の標準的な計算方法（２因子実験の拡張）

p.213

●水準ごとの平均値

表示 6.1.1 データと計算方法表（左）

データと平均

水準 A1 での B×C の２元表（観測値）

A1	C1	C2	平均
B1	4	8	6.00
B2	8	14	11.00
平均	6.00	11.00	8.50

水準 A2 での B×C の２元表（観測値）

A2	C1	C2	平均
B1	8	15	11.50
B2	9	14	11.50
平均	8.50	14.50	11.50

因子Aでまとめた B×C の２元表（平均値）

$$\frac{(4+8)}{2} = 6.00$$

A1+A2	C1	C2	平均
B1	6.00	11.50	8.75
B2	8.50	14.00	11.25
平均	7.25	12.75	10.00

移動

表示 6.1.1 データと計算方法表（右）

平均

C1+C2	B1	B2	平均
A1	6.00	11.00	8.50
A2	11.50	11.50	11.50
平均	8.75	11.25	10.00

B1+B2	C1	C2	平均
A1	6.00	11.00	8.50
A2	8.50	14.50	11.50
平均	7.25	12.75	10.00

A1+A2	C1	C2	平均
B1	6.00	11.50	8.75
B2	8.50	14.00	11.25
平均	7.25	12.75	10.00

３因子実験の標準的な計算方法（２因子実験の拡張）

p.213

●水準ごとの平均値

表示 6.1.1 データと計算方法表（左）

データと平均

水準 A1 での B×C の２元表（観測値）

A1	C1	C2	平均
B1	4	8	6.00
B2	8	14	11.00
平均	6.00	11.00	8.50

水準 A2 での B×C の２元表（観測値）

A2	C1	C2	平均
B1	8	15	11.50
B2	9	14	11.50
平均	8.50	14.50	11.50

因子Aでまとめた B×C の２元表（平均値）

$$\frac{(4+8)}{2} = 6.00$$

A1+A2	C1	C2	平均
B1	6.00	11.50	8.75
B2	8.50	14.00	11.25
平均	7.25	12.75	10.00

移動

表示 6.1.1 データと計算方法表（右）

平均

A×B の２元表（平均値）

C1+C2	B1	B2	平均
A1	6.00	11.00	8.50
A2	11.50	11.50	11.50
平均	8.75	11.25	10.00

A×C の２元表（平均値）

B1+B2	C1	C2	平均
A1	6.00	11.00	8.50
A2	8.50	14.50	11.50
平均	7.25	12.75	10.00

総平均

B×C の２元表（平均値）

A1+A2	C1	C2	平均
B1	6.00	11.50	8.75
B2	8.50	14.00	11.25
平均	7.25	12.75	10.00

3因子実験の標準的な計算方法（2因子実験の拡張）

p.213

●主効果の算出

A1 の主効果、B2 の主効果を例とする（§5.1 、§5.2 参照）

表示 6.1.1（右）

平均

C1+C2	B1	B2	平均
A1	6.00	11.00	8.50
A2	11.50	11.50	11.50
平均	8.75	11.25	10.00

B1+B2	C1	C2	平均
A1	6.00	11.00	8.50
A2	8.50	14.50	11.50
平均	7.25	12.75	10.00

A1+A2	C1	C2	平均
B1	6.00	11.50	8.75
B2	8.50	14.00	11.25
平均	7.25	12.75	10.00

主効果と交互作用

C1+C2	B1	B2	主効果
A1	-1.25	1.25	-1.50
A2	1.25	-1.25	1.50
主効果	-1.25	1.25	

B1+B2	C1	C2	主効果
A1	0.25	-0.25	-1.50
A2	-0.25	0.25	1.50
主効果	-2.75	2.75	

A1+A2	C1	C2	主効果
B1	0.00	0.00	-1.25
B2	0.00	0.00	1.25
主効果	-2.75	2.75	

主効果 ＝ 水準平均 − 総平均

$-1.50 = 8.50 - 10.00$

$$\frac{4+8+8+14}{2} = 8.5$$

4 つの観測値から計算

主効果 ＝ 水準平均 − 総平均

$1.25 = 11.25 - 10.00$

$$\frac{8+14+9+14}{2} = 11.25$$

4 つの観測値から計算

３因子実験の標準的な計算方法（２因子実験の拡張）

p.213

- 主効果の算出

３水準以上でも同様に計算可能

２水準なので、主効果の対の絶対値が同じで符号が異なる（A1 と A2、B1 と B2、C1 と C2）

平均

C1+C2	B1	B2	平均
A1	6.00	11.00	8.50
A2	11.50	11.50	11.50
平均	8.75	11.25	10.00

B1+B2	C1	C2	平均
A1	6.00	11.00	8.50
A2	8.50	14.50	11.50
平均	7.25	12.75	10.00

A1+A2	C1	C2	平均
B1	6.00	11.50	8.75
B2	8.50	14.00	11.25
平均	7.25	12.75	10.00

主効果と交互作用

C1+C2	B1	B2	主効果
A1	-1.25	1.25	-1.50
A2	1.25	-1.25	1.50
主効果	-1.25	1.25	

B1+B2	C1	C2	主効果
A1	0.25	-0.25	-1.50
A2	-0.25	0.25	1.50
主効果	-2.75	2.75	

A1+A2	C1	C2	主効果
B1	0.00	0.00	-1.25
B2	0.00	0.00	1.25
主効果	-2.75	2.75	

主効果 ＝ 水準平均－総平均

$-1.50 = 8.50 - 10.00$

$$\frac{4+8+8+14}{2} = 8.5$$

４つの観測値から計算

$$\sum_{j=1}^{b} \alpha_i = 0$$

主効果の和は０になる

$$\sum_{k=1}^{c} \gamma_i = 0$$

3因子実験の標準的な計算方法（2因子実験の拡張）

p.213

●交互作用の算出

3水準以上でも同様に計算可能

2水準なので、 4つの交互作用の絶対値が同じで符号が異なる

平均

C1+C2	B1	B2	平均
A1	6.00	11.00	8.50
A2	11.50	11.50	11.50
平均	8.75	11.25	10.00

B1+B2	C1	C2	平均
A1	6.00	11.00	8.50
A2	8.50	14.50	11.50
平均	7.25	12.75	10.00

A1+A2	C1	C2	平均
B1	6.00	11.50	8.75
B2	8.50	14.00	11.25
平均	7.25	12.75	10.00

主効果と交互作用

C1+C2	B1	B2	主効果
A1	-1.25	1.25	-1.50
A2	1.25	-1.25	1.50
主効果	-1.25	1.25	

B1+B2	C1	C2	主効果
A1	0.25	-0.25	-1.50
A2	-0.25	0.25	1.50
主効果	-2.75	2.75	

A1+A2	C1	C2	主効果
B1	0.00	0.00	-1.25
B2	0.00	0.00	1.25
主効果	-2.75	2.75	

$$\sum_{i=1}^{a}(\alpha\beta)_{ij}=\sum_{j=1}^{b}(\alpha\beta)_{ij}=0$$

交互作用の縦計と横計は 0 になる

A2C2 の 交互作用

A2C2の平均

－(総平均＋A2主効果＋C2主効果)

$$14.50-(10.00+1.50+2.75)=0.25$$

$$\frac{15+14}{2}=14.50$$

2 つの観測値から計算

3因子実験の標準的な計算方法（2因子実験の拡張）

p.213

●主効果と交互作用の算出

表示 6.1.1（右）

平均

C1+C2	B1	B2	平均
A1	6.00	11.00	8.50
A2	11.50	11.50	11.50
平均	8.75	11.25	10.00

B1+B2	C1	C2	平均
A1	6.00	11.00	8.50
A2	8.50	14.50	11.50
平均	7.25	12.75	10.00

A1+A2	C1	C2	平均
B1	6.00	11.50	8.75
B2	8.50	14.00	11.25
平均	7.25	12.75	10.00

主効果と交互作用

C1+C2	B1	B2	主効果
A1	-1.25	1.25	-1.50
A2	1.25	-1.25	1.50
主効果	-1.25	1.25	

B1+B2	C1	C2	主効果
A1	0.25	-0.25	-1.50
A2	-0.25	0.25	1.50
主効果	-2.75	2.75	

A1+A2	C1	C2	主効果
B1	0.00	0.00	-1.25
B2	0.00	0.00	1.25
主効果	-2.75	2.75	

表示 6.1.2（一部）

要因	効果
A	-1.50
B	-1.25
C	-2.75
A*B	-1.25
A*C	0.25
B*C	0.00
e	

A1, B1, C1, A1B1, A1C1, B1C1 の効果
これまで説明してきた効果と一致
ただし、Excel の計算方法は異なる（後述）

３因子実験の標準的な計算方法（２因子実験の拡張）

p.213

- 残差

$$e_{ijk} = y_{ijk} - \left(\bar{y}_{...} + a_i + b_j + c_k + (ab)_{ij} + (ac)_{ik} + (bc)_{jk}\right)$$

（§5.1 参照）

$$e_{111} = y_{111} - \left(\bar{y}_{...} + a_1 + b_1 + c_1 + (ab)_{11} + (ac)_{11} + (bc)_{11}\right)$$

$$= 4 - (10.00 + (-1.50) + (-1.25) + (-2.75) + (-1.25) + 0.25 + 0.00) = 0.50$$

データ

A1	C1	C2	平均
B1	4	8	6.00
B2	8	14	11.00
平均	6.00	11.00	8.50

A2	C1	C2	平均
B1	8	15	11.50
B2	9	14	11.50
平均	8.50	14.50	11.50

平均

C1+C2	B1	B2	平均
A1	6.00	11.00	8.50
A2	11.50	11.50	11.50
平均	8.75	11.25	10.00

B1+B2	C1	C2	平均
A1	6.00	11.00	8.50
A2	8.50	14.50	11.50
平均	7.25	12.75	10.00

A1+A2	C1	C2	平均
B1	6.00	11.50	8.75
B2	8.50	14.00	11.25
平均	7.25	12.75	10.00

主効果と交互作用

C1+C2	B1	B2	主効果
A1	-1.25	1.25	-1.50
A2	1.25	-1.25	1.50
主効果	-1.25	1.25	

B1+B2	C1	C2	主効果
A1	0.25	-0.25	-1.50
A2	-0.25	0.25	1.50
主効果	-2.75	2.75	

A1+A2	C1	C2	主効果
B1	0.00	0.00	-1.25
B2	0.00	0.00	1.25
主効果	-2.75	2.75	

残差

e_{111}

A1	C1	C2
B1	0.50	-0.50
B2	-0.50	0.50

A2	C1	C2
B1	-0.50	0.50
B2	0.50	-0.50

３因子実験の標準的な計算方法（２因子実験の拡張）

p.213

- 残差の算出

３水準以上でも同様に計算可能
２水準なので、４つの残差の絶対値が同じで符号が異なる

データ

A1	C1	C2	平均
B1	4	8	6.00
B2	8	14	11.00
平均	6.00	11.00	8.50

A2	C1	C2	平均
B1	8	15	11.50
B2	9	14	11.50
平均	8.50	14.50	11.50

平均

C1+C2	B1	B2	平均
A1	6.00	11.00	8.50
A2	11.50	11.50	11.50
平均	8.75	11.25	10.00

B1+B2	C1	C2	平均
A1	6.00	11.00	8.50
A2	8.50	14.50	11.50
平均	7.25	12.75	10.00

A1+A2	C1	C2	平均
B1	6.00	11.50	8.75
B2	8.50	14.00	11.25
平均	7.25	12.75	10.00

主効果と交互作用

C1+C2	B1	B2	主効果
A1	-1.25	1.25	-1.50
A2	1.25	-1.25	1.50
主効果	-1.25	1.25	

B1+B2	C1	C2	主効果
A1	0.25	-0.25	-1.50
A2	-0.25	0.25	1.50
主効果	-2.75	2.75	

A1+A2	C1	C2	主効果
B1	0.00	0.00	-1.25
B2	0.00	0.00	1.25
主効果	-2.75	2.75	

残差

e_{111}

A1	C1	C2
B1	0.50	-0.50
B2	-0.50	0.50

A2	C1	C2
B1	-0.50	0.50
B2	0.50	-0.50

3因子実験の標準的な計算方法（2因子実験の拡張）

p.213

●平方和の算出

総平均方和（§5.2 参照）

$$S_T = (4-10.0)^2 + (8-10.0)^2 + (8-10.0)^2 + (14-10.0)^2 + (8-10.0)^2 + (15-10.0)^2 + (9-10.0)^2 + (14-10.0)^2 = 106.0$$

データ

A1	C1	C2	平均
B1	4	8	6.00
B2	8	14	11.00
平均	6.00	11.00	8.50

A2	C1	C2	平均
B1	8	15	11.50
B2	9	14	11.50
平均	8.50	14.50	11.50

総平均 10.00

主効果と交互作用

C1+C2	B1	B2	主効果
A1	-1.25	1.25	-1.50
A2	1.25	-1.25	1.50
主効果	-1.25	1.25	

B1+B2	C1	C2	主効果
A1	0.25	-0.25	-1.50
A2	-0.25	0.25	1.50
主効果	-2.75	2.75	

A1+A2	C1	C2	主効果
B1	0.00	0.00	-1.25
B2	0.00	0.00	1.25
主効果	-2.75	2.75	

3因子実験の標準的な計算方法（2因子実験の拡張）

p.213

●平方和の算出

主効果の平方和（§5.2 参照）

$$S_A = \boxed{4} \times \{1.50^2 + (-1.50)^2\} = 18.0$$

$$S_B = 4 \times \{(-1.25)^2 + 1.25^2\} = 12.5$$

$$S_C = 4 \times \{(-2.75)^2 + 2.75^2\} = 60.5$$

S_A の場合

$$\frac{4+8+8+14}{4} = 8.50 \qquad 8.50 - 10.00 = -1.50$$

元の観測値は4個

水準平均－総平均=主効果

データ

4個

A1	C1	C2	平均
B1	4	8	6.00
B2	8	14	11.00
平均	6.00	11.00	8.50

A2	C1	C2	平均
B1	8	15	11.50
B2	9	14	11.50
平均	8.50	14.50	11.50

総平均 10.00

主効果と交互作用

C1+C2	B1	B2	主効果
A1	-1.25	1.25	-1.50
A2	1.25	-1.25	1.50
主効果	-1.25	1.25	

B1+B2	C1	C2	主効果
A1	0.25	-0.25	-1.50
A2	-0.25	0.25	1.50
主効果	-2.75	2.75	

A1+A2	C1	C2	主効果
B1	0.00	0.00	-1.25
B2	0.00	0.00	1.25
主効果	-2.75	2.75	

3因子実験の標準的な計算方法（2因子実験の拡張）

p.213

●平方和の算出

交互作用の平方和（§5.2 参照）

$$S_{A\times B} = 2\times\{(-1.25)^2+\cdots+0.25^2\} = 12.5$$

$$S_{A\times C} = \boxed{2}\times\{0.25^2+(-0.25)^2+0.25^2+(-0.25)^2\} = 0.5$$

$$S_{B\times C} = 2\times\{0.00^2+\cdots+0.00^2\} = 0$$

A2C2 の交互作用

$$\frac{15+14}{2} = 14.50 \qquad 14.50-(10.00+1.50+2.75) = -0.25$$

元の観測値は2個

平均－(総平均＋A2主効果＋C2主効果)=交互作用

データ

4個

A1	C1	C2	平均
B1	4	8	6.00
B2	8	14	11.00
平均	6.00	11.00	8.50

A2	C1	C2	平均
B1	8	15	11.50
B2	9	14	11.50
平均	8.50	14.50	11.50

総平均 10.00

主効果と交互作用

C1+C2	B1	B2	主効果
A1	-1.25	1.25	-1.50
A2	1.25	-1.25	1.50
主効果	-1.25	1.25	

B1+B2	C1	C2	主効果
A1	0.25	-0.25	-1.50
A2	-0.25	0.25	1.50
主効果	-2.75	2.75	

A1+A2	C1	C2	主効果
B1	0.00	0.00	-1.25
B2	0.00	0.00	1.25
主効果	-2.75	2.75	

３因子実験の標準的な計算方法（２因子実験の拡張）

p.213

●平方和の算出

残差平方和

$$S_e = 0.50^2 + (-0.50)^2 + \cdots + 0.50^2 + (-0.50)^2 = 2.0$$

$$S_e = S_T - S_A - S_B - S_C - S_{A\times B} - S_{A\times C} - S_{B\times C}$$

$$= 106.0 - 18.0 - 12.5 - 60.5 - 12.5 - 0.5 - 0.0 \quad = 2.0$$

残差

A1	C1	C2
B1	0.50	-0.50
B2	-0.50	0.50

A2	C1	C2
B1	-0.50	0.50
B2	0.50	-0.50

●自由度の算出

$$\nu_T = a \times b \times c - 1 = 2 \times 2 \times 2 - 1 = 7$$

$$\nu_A = a - 1 = 2 - 1 = 1$$

$$\nu_B = b - 1 = 2 - 1 = 1$$

$$\nu_C = c - 1 = 2 - 1 = 1$$

$$\nu_{A\times B} = (a-1)(b-1) = 1$$

$$\nu_{A\times C} = (a-1)(c-1) = 1$$

$$\nu_{B\times C} = (b-1)(c-1) = 1$$

$$\nu_e = \nu_T - \nu_A - \nu_B - \nu_C - \nu_{A\times B} - \nu_{A\times C} - \nu_{B\times C}$$

$$= 7 - 1 - 1 - 1 - 1 - 1 - 1 = 1$$

３因子実験の標準的な計算方法（２因子実験の拡張）

p.214

●分散分析表

以上の結果を分散分析表にまとめる

いずれの要因も有意ではない（人工データ、計算過程に注目）

これまでの説明は２水準の事例であるが、３水準以上の場合にも同様に計算できる

↓

２水準の場合、簡単な計算方法がある

表示 6.1.2 分散分析表

要因	効果	平方和	自由度	平均平方	F比	p値
A	-1.50	18.0	1	18.0	9.00	0.205
B	-1.25	12.5	1	12.5	6.25	0.242
C	-2.75	60.5	1	60.5	30.25	0.114
A*B	-1.25	12.5	1	12.5	6.25	0.242
A*C	0.25	0.5	1	0.5	0.25	0.705
B*C	0.00	0.0	1	0.0	0.00	1.000
e		2.0	1	2.0		
T		106.0	7			

２因子実験（２水準）の計算方法

p.214

- ２水準の場合の算出方法

２水準の場合、主効果、交互作用、それらの平方和の計算には簡便な計算方法がある
直交表の説明に繋がる

２因子実験（２水準）の計算方法

２因子（質的因子×質的因子、２水準）の場合（§5.1 p.170 の事例）

３因子実験（２水準）の計算方法

３因子（質的因子×質的因子×質的因子、２水準）の場合（本節の事例）

テキスト p.213 ～214
「３つの主効果（第１水準の平均－第２水準の平均）/２ と３つの交互作用が
推定され、それぞれの平方和が計算される」

２因子実験（２水準）の計算方法

p.214

●因子A の平均的な効果と主効果

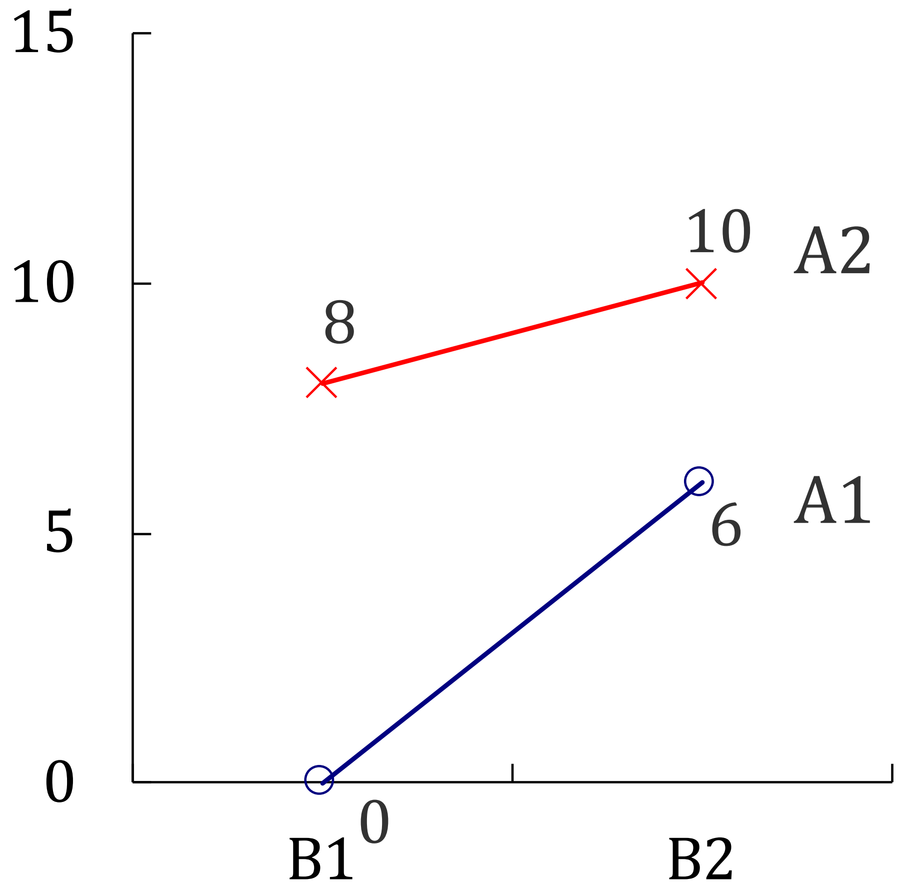
事例（§5.1）

２因子A, B：（A1, A2）（B1, B2）

表示 5.1.2 主効果と交互作用（下 p.171）

	B1	B2	平均	主効果
A1	0	6	3	-3
A2	8	10	9	3
平均	4	8	6	
主効果	-2	2		

表示 5.1.2



２因子実験（２水準）の計算方法

p.214

●因子A の平均的な効果と主効果

A1 の水準平均：(0 + 6)/2 = 3

A2 の水準平均：(8 + 10)/2 = 9

A の平均的な効果：9 − 3 = 6

A1 の主効果：3 − 6 = −3

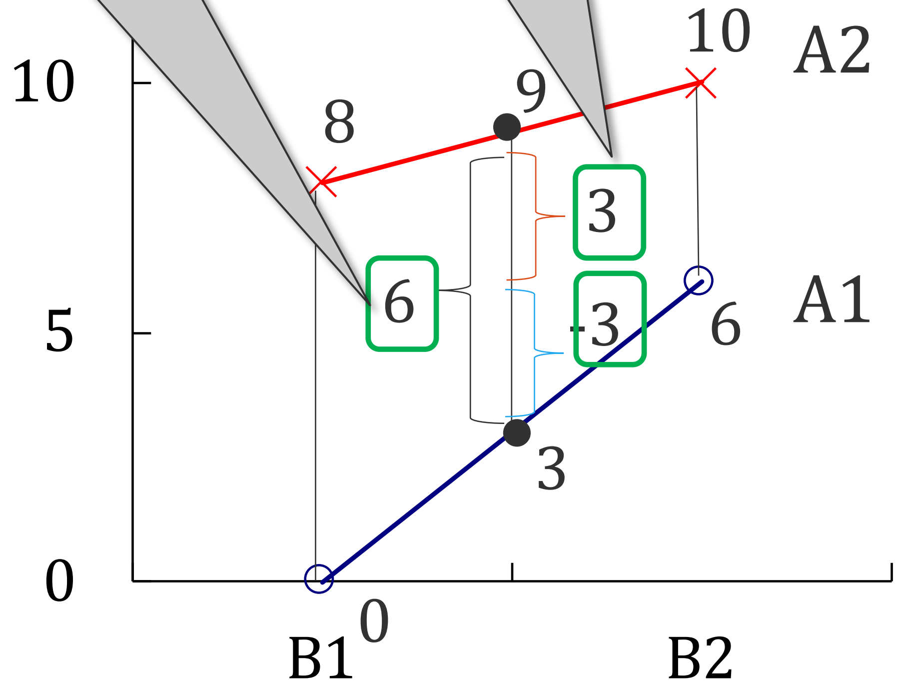
A2 の主効果：9 − 6 = 3

主効果の絶対値は、A の平均的な効果の半分

表示 5.1.2 主効果と交互作用（下 p.171）

	B1	B2	平均	主効果
A1	0	6	3	-3
A2	8	10	9	3
平均	4	8	6	
主効果	-2	2		

総平均



Aの平均的な効果
A2 水準平均－A1 水準平均
9 - 3 = 6　（2α の推定値）

主効果（α の推定値）
A の平均的効果の1/2

２因子実験（２水準）の計算方法

p.214

●因子A の平均的な効果と主効果

A1 の水準平均：$(0 + 6)/2 = 3$

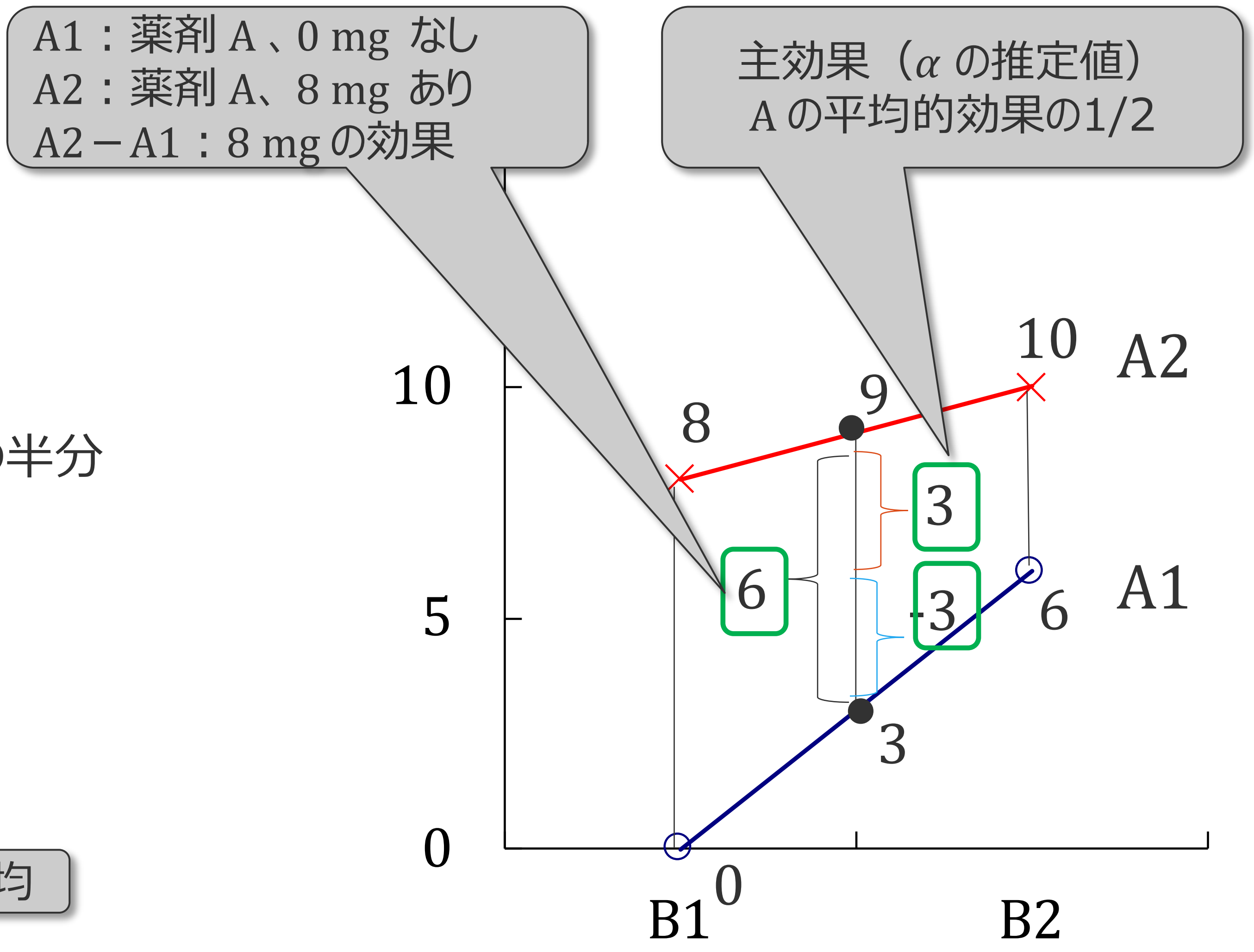
A2 の水準平均：$(8 + 10)/2 = 9$

A の平均的な効果：$9 - 3 = 6$

A1 の主効果：$3 - 6 = -3$

A2 の主効果：$9 - 6 = 3$

主効果の絶対値は、A の平均的な効果の半分



A1：薬剤 A 、0 mg なし
A2：薬剤 A、8 mg あり
A2 − A1：8 mg の効果

主効果（α の推定値）
A の平均的効果の1/2

表示 5.1.2 主効果と交互作用（下 p.171）

	B1	B2	平均	主効果
A1	0	6	3	-3
A2	8	10	9	3
平均	4	8	6	
主効果	-2	2		

総平均

２因子実験（２水準）の計算方法

p.214

●因子A の平均的な効果と主効果

A1 の水準平均：(0 + 6)/2 = 3

A2 の水準平均：(8 + 10)/2 = 9

A の平均的な効果：9 − 3 = 6

A1 の主効果：3 − 6 = −3

A2 の主効果：9 − 6 = 3

主効果の絶対値は、A の平均的な効果の半分

テキストによっては
平均的効果を主効果としている
§2.3 表示 2.3.2 参照

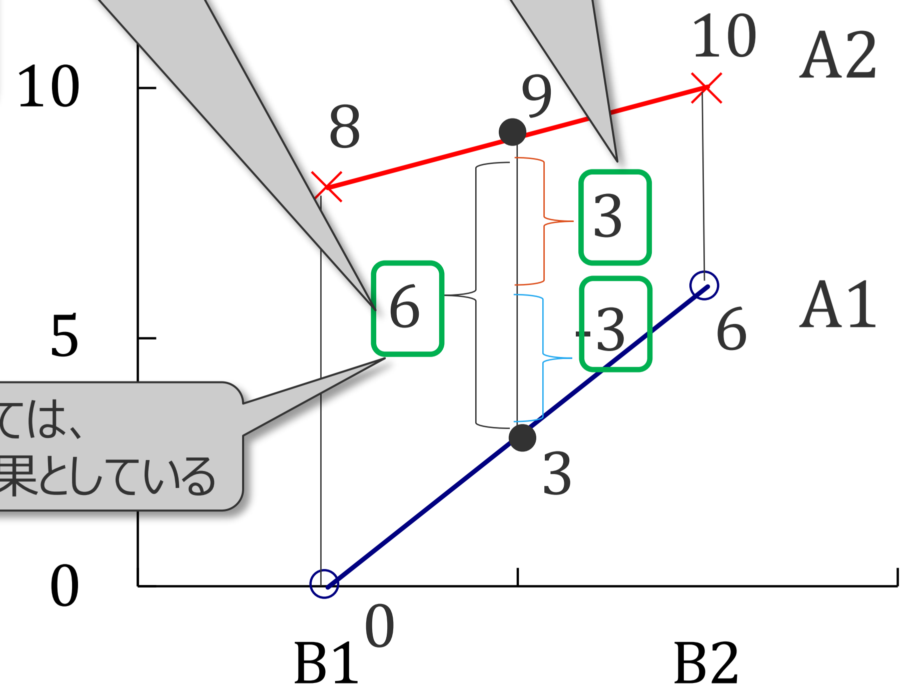
A1：薬剤 A 、0 mg なし
A2：薬剤 A、8 mg あり
A2 − A1：8 mg の効果

主効果（α の推定値）
A の平均的効果の1/2

表示 5.1.2 主効果と交互作用（下 p.171）

	B1	B2	平均	主効果
A1	0	6	3	-3
A2	8	10	9	3
平均	4	8	6	
主効果	-2	2		

総平均



テキストによっては、
平均的効果を主効果としている

2因子実験（2水準）の計算方法

p.214

●因子A の平均的な効果と主効果

A1 の水準平均：$(0 + 6)/2 = 3$

A2 の水準平均：$(8 + 10)/2 = 9$

A の平均的な効果：$9 - 3 = 6$

A1 の水準平均と A2 の水準平均値には
B1とB2 の効果が平等に含まれている
平均値の差は、B の効果を除去した A の効果

A, B を逆にしても成立

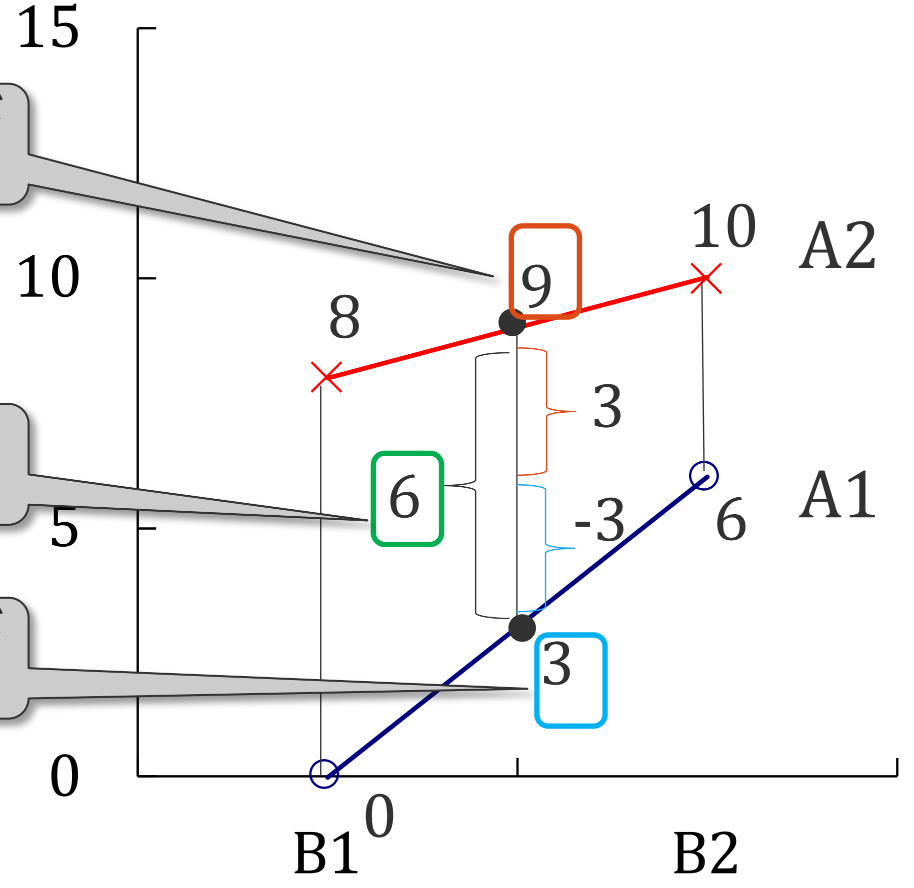
B1 と B2 の効果が
平等に含まれている

	B1	B2	平均	主効果
A1	0	6	3	-3
A2	8	10	9	3
平均	4	8	6	
主効果	-2	2		

B1 と B2 の効果が
含まれている

引き算により、
B の効果を除去

B1 と B2 の効果が
含まれている



２因子実験（２水準）の計算方法

p.214

●因子A の平均的な効果と主効果

A1 の水準平均：(0 + 6)/2 = 3
A2 の水準平均：(8 + 10)/2 = 9
A の平均的な効果：9 − 3 = 6

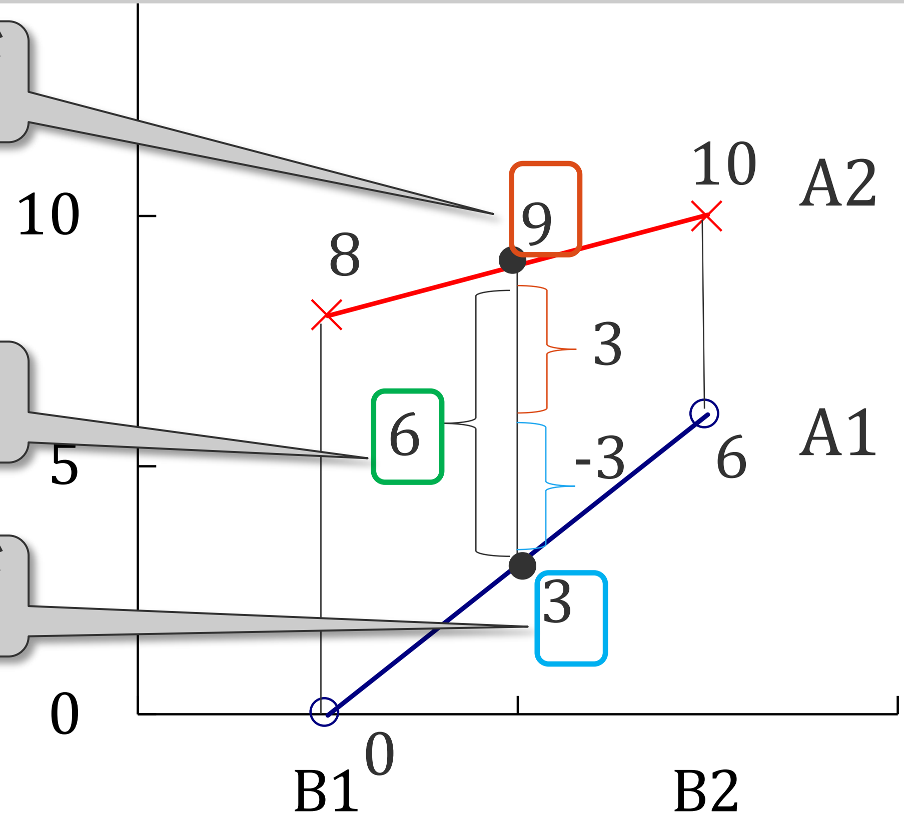
A1 の水準平均と A2 の水準平均値には
B1とB2 の効果が平等に含まれている
平均値の差は、B の効果を除去した A の効果

A, B を逆にしても成立

A1 に現れる B1, B2 の回数と、A2 に現れる B1, B2 の回数が等しい
→ すべての水準組合せが同数回現れる
→ 直交している

B1と B2 の効果が平等に含まれている

	B1	B2	平均	主効果
A1	0	6	3	-3
A2	8	10	9	3
平均	4	8	6	
主効果	-2	2		



B1と B2 の効果が含まれている

引き算により、B の効果を除去

B1と B2 の効果が含まれている

２因子実験（２水準）の計算方法

p.214

●主効果の算出

A1, A2 の主効果：絶対値を取って一方を＋、他方を－

（A1水準平均－A2水準平均）／２

↓

（A1に関わる観測値－A2に関わる観測値）／４

テキスト　p.213 下から１行目
「これら３つの主効果
（第１水準の平均－第２水準の平均）/ 2」

データ数

因子B の主効果も同様

$$\boxed{a = \frac{3. -9}{2}}$$

$$= \frac{(0+6)/2 - (8+10)/2}{2}$$

$$= \frac{0+6-(8+10)}{4}$$

$$= \frac{0+6-8-10}{4}$$

$$= -3$$

他のテキストでは
２としている場合もある
（基準が異なる）

表示 5.1.2 主効果と交互作用（下 p.171）

	B1	B2	平均	主効果
A1	0	6	3	-3
A2	8	10	9	3
平均	4	8	6	
主効果	-2	2		

２因子実験（２水準）の計算方法

p.214

●主効果の平方和の算出

因子A の平方和

主効果を求めた式の分子の部分の２乗を４（データ数）で除す

因子B の場合も同様

主効果

$$a = \frac{0+6-8-10}{4} = -3.00$$

代入

平方和

$$\begin{aligned} S_A &= 2\times\{3.00^2 + (-3.00)^2\} \\ &= 4\times(-3.00)^2 \\ &= 4\times((0+6-8-10)/4)^2 \\ &= \frac{(0+6-8-10)^2}{4} \end{aligned}$$

主効果の平方和の
標準的な計算方法

（ ）の中は、
主効果を推定した式の
分子の部分

表示 5.1.2 主効果と交互作用（下 p.171）

	B1	B2	平均	主効果
A1	0	6	3	-3
A2	8	10	9	3
平均	4	8	6	
主効果	-2	2		

２因子実験（２水準）の計算方法

p.214

●交互作用の算出

交互作用とは、一方の因子A の効果が、他方の因子B の水準ごとに異なっていること

B1 での因子A の効果：0 − 8

B2 での因子A の効果：6 − 10

「因子B の水準ごとの因子Aの効果の差」の平均

$$\frac{(0-8)-(6-10)}{4}=\frac{0-8-6+10}{4}=-1$$

パターン２（総平均を基準としてデータを分解、§5.1）

表示 5.1.2 主効果と交互作用（下 p.171）

データ

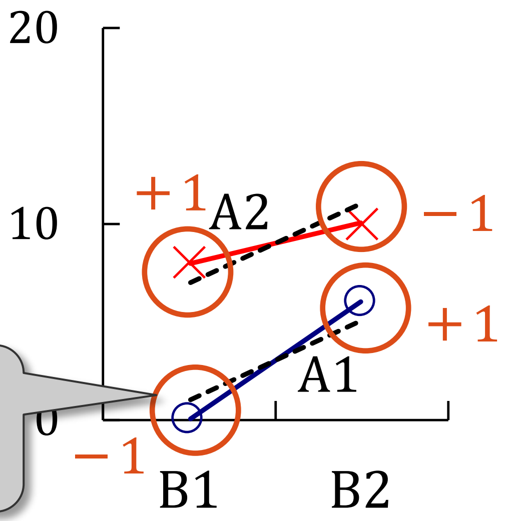
	B1	B2	平均	主効果
A1	0	6	3	-3
A2	8	10	9	3
平均	4	8	6	
主効果	-2	2		

データの分解

B1	B2
6 -3-2 -1	6 -3+2+1
6+3-2+1	6+3+2-1

交互作用

交互作用
効果の加法性からのズレ
（平行四辺形からのズレ）



２因子実験（２水準）の計算方法

p.214

●交互作用の平方和の算出

交互作用を求めた式の分子の部分の２乗を４（データ数）で除す

交互作用

$$(ab) = \frac{0-8-6+10}{4} = -1.00$$

a と b の掛け算ではなく
単独の数値を表す

代入

交互作用の平方和の
標準的な計算方法

平方和

$$S_{A\times B} = (-1.00)^2 + 1.00^2 + (-1.00)^2 + 1.00^2$$

$$= 4 \times (-1.00)^2$$

$$= 4 \times ((0-8-6+10)/4)^2$$

$$= \frac{(0-8-6+10)^2}{4}$$

（ ）の中は、
交互作用を推定した式の
分子の部分

表示 5.1.2 主効果と交互作用（下 p.171）

	データ				データの分解	
	B1	B2	平均	主効果	B1	B2
A1	0	6	3	-3	6 -3-2 -1	6 -3+2+1
A2	8	10	9	3	6+3-2+1	6+3+2-1
平均	4	8	6			
主効果	-2	2				

２因子実験（２水準）の計算方法

p.214

●主効果・交互作用と平方和の算出（まとめ）

観測値を機械的に加算減算して、主効果・交互効果とその平方和が算出可能

主効果と交互作用

$$a \quad = (0 + 6 - 8 - 10)/4 = -3.00$$

$$b \quad = (0 - 6 + 8 - 10)/4 = -2.00$$

$$(ab) = (0 - 6 - 8 + 10)/4 = -1.00$$

平方和

$$S_A \quad = (0 - 6 - 8 - 10)^2/4 = 36.0$$

$$S_B \quad = (0 - 6 + 8 - 10)^2/4 = 16.0$$

$$S_{A\times B} = (0 - 6 - 8 + 10)^2/4 = 4.0$$

水準組合せと観測値

実験番号	A　B	観測値
1	A1　B1	0
2	A1　B2	6
3	A2　B1	8
4	A2　B2	10

効果と平方和

要因	効果	平方和
A	-3.00	36.00
B	-2.00	16.00
A*B	-1.00	4.00

注）分散分析には誤差を評価する必要がある

この事例では、効果と平方和を推定できるが、F検定はできない

この意味については、本節の最後に取り上げる

2因子実験（2水準）の計算方法

p.214

●主効果・交互作用と平方和の算出（まとめ）

観測値を機械的に加算減算して、主効果・交互効果とその平方和が算出可能

主効果と交互作用

$$a = (0 + 6 - 8 - 10)/4 = -3.00$$

$$b = (0 - 6 + 8 - 10)/4 = -2.00$$

$$(ab) = (0 - 6 - 8 + 10)/4 = -1.00$$

平方和

$$S_A = (0 - 6 - 8 - 10)^2/4 = 36.0$$

$$S_B = (0 - 6 + 8 - 10)^2/4 = 16.0$$

$$S_{A \times B} = (0 - 6 - 8 + 10)^2/4 = 4.0$$

（　）の中は、
主効果を推定した式の分子の部分

水準組合せと観測値

実験番号	A	B	観測値
1	A1	B1	0
2	A1	B2	6
3	A2	B1	8
4	A2	B2	10

効果と平方和

要因	効果	平方和
A	-3.00	36.00
B	-2.00	16.00
A*B	-1.00	4.00

注）分散分析には誤差を評価する必要がある
　　この事例では、効果と平方和を推定できるが、*F*検定はできない
　　この意味については、本節の最後に取り上げる

３因子実験（２水準）の計算方法

p.214

- ２水準の場合の算出方法

２水準の場合、主効果、交互作用、それらの平方和の計算には簡便な計算方法がある
直交表の説明に繋がる

２因子実験（２水準）の計算方法
２因子（質的因子×質的因子、２水準）の場合（§5.1 p.170 の事例）

３因子実験（２水準）の計算方法
３因子（質的因子×質的因子×質的因子、２水準）の場合（本節の事例 表示6.1.1）

テキスト p.213 ～214
「３つの主効果（第１水準の平均 – 第２水準の平均）/ 2 と３つの交互作用が
推定され、それぞれの平方和が計算される」

3因子実験（2水準）の計算方法

p.214

●主効果の算出

3因子実験（2水準）の事例（表示 6.1.1）、2因子実験（2水準）の拡張

表示 6.1.1

平均

C1+C2	B1	B2	平均
A1	6.00	11.00	8.50
A2	11.50	11.50	11.50
平均	8.75	11.25	10.00

主効果と交互作用

C1+C2	B1	B2	主効果
A1	-1.25	1.25	-1.50
A2	1.25	-1.25	1.50
主効果	-1.25	1.25	

A1の主効果＜**標準的な計算方法**＞

水準平均－総平均

$$8.50 - 10.00 = -1.50$$

B1+B2	C1	C2	平均
A1	6.00	11.00	8.50
A2	8.50	14.50	11.50
平均	7.25	12.75	10.00

B1+B2	C1	C2	主効果
A1	0.25	-0.25	-1.50
A2	-0.25	0.25	1.50
主効果	-2.75	2.75	

A1の主効果＜**2水準の計算方法**＞

（A1 水準平均－A2 水準平均）／2

$$(8.50 - 11.50)/2 = -1.50$$

A1+A2	C1	C2	平均
B1	6.00	11.50	8.75
B2	8.50	14.00	11.25
平均	7.25	12.75	10.00

A1+A2	C1	C2	主効果
B1	0.00	0.00	-1.25
B2	0.00	0.00	1.25
主効果	-2.75	2.75	

３因子実験（２水準）の計算方法

p.214

●主効果の算出

表示 6.1.1

平均

C1+C2	B1	B2	平均
A1	6.00	11.00	8.50
A2	11.50	11.50	11.50
平均	8.75	11.25	10.00

主効果と交互作用

C1+C2	B1	B2	主効果
A1	-1.25	1.25	-1.50
A2	1.25	-1.25	1.50
主効果	-1.25	1.25	

B1+B2	C1	C2	平均
A1	6.00	11.00	8.50
A2	8.50	14.50	11.50
平均	7.25	12.75	10.00

B1+B2	C1	C2	主効果
A1	0.25	-0.25	-1.50
A2	-0.25	0.25	1.50
主効果	-2.75	2.75	

A1+A2	C1	C2	平均
B1	6.00	11.50	8.75
B2	8.50	14.00	11.25
平均	7.25	12.75	10.00

A1+A2	C1	C2	主効果
B1	0.00	0.00	-1.25
B2	0.00	0.00	1.25
主効果	-2.75	2.75	

A1 の水準平均と A2 の水準平均の両者に
因子 B と C の効果が平等に含まれている
両者の差は B と C の効果を除去した A の効果

A1 の主効果＜**２水準の計算方法**＞
（A1 水準平均－A2 水準平均）／2

$$(8.50-11.50)/2=-1.50$$

A1 と A2 の平均を引き算することによって、
因子 B と C の影響を除去して
A 単独の効果を他の要因から独立して推定可

3因子実験（2水準）の計算方法

p.214

●主効果の算出

A1 の主効果

(A1 の観測値－A2 の観測値) を

８（データ数）で除す

他の水準の主効果も同様

$$a = \frac{8.50 - 11.50}{2}$$

(A1 の水準平均－A2 の水準平均)／2

$$= (6.00 + 11.00)/2 - (8.50 + 14.50)/2)/2$$

$$= ((4 + 8)/2 + (8 + 14)/2) - ((8 + 9)/2 + (14 + 14)/2))/4$$

$$= (4 + 8 + 8 + 14 - 8 - 9 - 15 - 14)/8 = -1.50$$

他では 8 を 4 としている場合もある (2α が主効果)

A1 の観測値

A2 の観測値

A1 の主効果の推定値 *a*

データ

A1	C1	C2	平均
B1	4	8	6.00
B2	8	14	11.00
平均	6.00	11.00	8.50

A2	C1	C2	平均
B1	8	15	11.50
B2	9	14	11.50
平均	8.50	14.50	11.50

平均

C1+C2	B1	B2	平均
A1	6.00	11.00	8.50
A2	11.50	11.50	11.50
平均	8.75	11.25	10.00

B1+B2	C1	C2	平均
A1	6.00	11.00	8.50
A2	8.50	14.50	11.50
平均	7.25	12.75	10.00

主効果と交互作用

C1+C2	B1	B2	主効果
A1	-1.25	1.25	-1.50
A2	1.25	-1.25	1.50
主効果	-1.25	1.25	

B1+B2	C1	C2	主効果
A1	0.25	-0.25	-1.50
A2	-0.25	0.25	1.50
主効果	-2.75	2.75	

3因子実験（2水準）の計算方法

p.214

●主効果の平方和の算出

主効果 $$a = \frac{4+8+8+14-8-9-15-14}{8} = 1.50$$

代入

平方和 $$S_A = 4\times\{1.50^2+(-1.50)^2\} = 8\times 1.50^2$$

$$= 8\times((4+8+8+14-8-9-15-14)/8)^2$$

$$= (4+8+8+14-8-9-15-14)^2/8$$

主効果の平方和の
標準的な計算方法

（ ）の中は、主効果を
推定した式の分子の部分
データ数 8 で除す
（2因子の場合と同じ）

データ

A1	C1	C2	平均
B1	4	8	6.00
B2	8	14	11.00
平均	6.00	11.00	8.50

A2	C1	C2	平均
B1	8	15	11.50
B2	9	14	11.50
平均	8.50	14.50	11.50

平均

C1+C2	B1	B2	平均
A1	6.00	11.00	8.50
A2	11.50	11.50	11.50
平均	8.75	11.25	10.00

B1+B2	C1	C2	平均
A1	6.00	11.00	8.50
A2	8.50	14.50	11.50
平均	7.25	12.75	10.00

主効果と交互作用

C1+C2	B1	B2	主効果
A1	-1.25	1.25	-1.50
A2	1.25	-1.25	1.50
主効果	-1.25	1.25	

B1+B2	C1	C2	主効果
A1	0.25	-0.25	-1.50
A2	-0.25	0.25	1.50
主効果	-2.75	2.75	

３因子実験（２水準）の計算方法

p.214

●交互作用の算出

A2C2 の交互作用を標準的な計算方法で算出、A2B2 の交互作用を２水準の計算方法で算出

平均

C1+C2	B1	B2	平均
A1	6.00	11.00	8.50
A2	11.50	11.50	11.50
平均	8.75	11.25	10.00

B1+B2	C1	C2	平均
A1	6.00	11.00	8.50
A2	8.50	14.50	11.50
平均	7.25	12.75	10.00

A1+A2	C1	C2	平均
B1	6.00	11.50	8.75
B2	8.50	14.00	11.25
平均	7.25	12.75	10.00

主効果と交互作用

C1+C2	B1	B2	主効果
A1	-1.25	1.25	-1.50
A2	1.25	-1.25	1.50
主効果	-1.25	1.25	

B1+B2	C1	C2	主効果
A1	0.25	-0.25	-1.50
A2	-0.25	0.25	1.50
主効果	-2.75	2.75	

A1+A2	C1	C2	主効果
B1	0.00	0.00	-1.25
B2	0.00	0.00	1.25
主効果	-2.75	2.75	

A2B2 の交互作用＜２水準の計算方法＞
（B2での A の効果－B1での A の効果）/4
$\left(11.50 - 11.00 - (11.50 - 6.0)\right)/4 = -1.25$

A2C2 の 交互作用 ＜標準的な計算方法＞
A2C2 の平均
－(総平均＋A2 主効果＋C2 主効果)
$14.50 - (10.00 + 1.50 + 2.75) = 0.25$

3因子実験（2水準）の計算方法

p.214

●交互作用の算出

A2B2 の交互作用

(B2 でのAの効果－B1 でのAの効果)/4

↓

(A2B2, A1B1の平均に係る観測値を＋、
A2B1, A1B2の平均に係る観測値を－)/8

$$(ab)_{ij} = (ab)_{22}$$

$$= \frac{(11.50 - 11.00) - (11.50 - 6.0\ )}{4}$$

$$= \frac{((9+14)/2 - (\ 8+14)/2) - ((8+15)/2 - (4+8)/2)}{4}$$

$$= (9+14+4+8-8-14-8-15)/8 = -1.25$$

データ

A1	C1	C2	平均
B1	4	8	6.00
B2	8	14	11.00
平均	6.00	11.00	8.50

A2	C1	C2	平均
B1	8	15	11.50
B2	9	14	11.50
平均	8.50	14.50	11.50

平均

C1+C2	B1	B2	平均
A1	6.00	11.00	8.50
A2	11.50	11.50	11.50
平均	8.75	11.25	10.00

B1+B2	C1	C2	平均
A1	6.00	11.00	8.50
A2	8.50	14.50	11.50
平均	7.25	12.75	10.00

主効果と交互作用

C1+C2	B1	B2	主効果
A1	-1.25	1.25	-1.50
A2	1.25	-1.25	1.50
主効果	-1.25	1.25	

A2B2 の
交互作用

B1+B2	C1	C2	主効果
A1	0.25	-0.25	-1.50
A2	-0.25	0.25	1.50
主効果	-2.75	2.75	

3因子実験（2水準）の計算方法

p.214

●交互作用の平方和の算出

交互作用

$$(ab)_{22} = \frac{9+14+4+8-8-14-8-15}{8} = -1.25$$

代入

交互作用 $S_{A\times B}$ の平方和の標準的な計算方法

平方和

$$S_{A\times B} = 2\times\{(-1.25)^2+1.25^2+1.25^2+(-1.25)^2\} = 8\times 1.25^2$$

$$= 8\times((9+14+4+8-8-14-8-15)/8)^2$$

$$= (9+14+4+8-8-14-8-15)^2/8$$

（ ）の中は、交互作用を推定した式の分子の部分
データ数 8 で除す
（2因子の場合と同じ）

データ

A1	C1	C2	平均
B1	4	8	6.00
B2	8	14	11.00
平均	6.00	11.00	8.50

A2	C1	C2	平均
B1	8	15	11.50
B2	9	14	11.50
平均	8.50	14.50	11.50

平均

C1+C2	B1	B2	平均
A1	6.00	11.00	8.50
A2	11.50	11.50	11.50
平均	8.75	11.25	10.00

B1+B2	C1	C2	平均
A1	6.00	11.00	8.50
A2	8.50	14.50	11.50
平均	7.25	12.75	10.00

主効果と交互作用

C1+C2	B1	B2	主効果
A1	-1.25	1.25	-1.50
A2	1.25	-1.25	1.50
主効果	-1.25	1.25	

B1+B2	C1	C2	主効果
A1	0.25	-0.25	-1.50
A2	-0.25	0.25	1.50
主効果	-2.75	2.75	

3因子実験（2水準）の計算方法

p.214

●効果と平方和の算出（3因子）

$$a = (4+8+8+14-8-15-9-14)/8 = -1.50$$

$$b = (4+8-8-14+8+15-9-14)/8 = -1.25$$

$$c = (4-8+8-14+8-15+9-14)/8 = -2.75$$

$$(ab) = (4+8-8-14-8-15+9+14)/8 = -1.25$$

$$(ac) = (4-8+8-14-8+15-9+14)/8 = 0.25$$

$$(bc) = (4-8-8+14+8-15-9+14)/8 = 0.00$$

$$S_A = (4+8+8+14-8-15-9-14)^2/8 = 18.0$$

$$S_B = (4+8-8-14+8+15-9-14)^2/8 = 12.5$$

$$S_C = (4-8+8-14+8-15+9-14)^2/8 = 60.5$$

$$S_{A\times B} = (4+8-8-14-8-15+9+14)^2/8 = 12.5$$

$$S_{A\times C} = (4-8+8-14-8+15-9+14)^2/8 = 0.5$$

$$S_{B\times C} = (4-8-8+14+8-15-9+14)^2/8 = 0$$

$$S_e = (4-8-8+14-8+15+9-14)^2/8 = 2.0$$

表示6.1.1（改変）

実験番号	要因			観測値
	A	B	C	
1	A1	B1	C1	4
2	A1	B1	C2	8
3	A1	B2	C1	8
4	A1	B2	C2	14
5	A2	B1	C1	8
6	A2	B1	C2	15
7	A2	B2	C1	9
8	A2	B2	C2	14

表示6.1.2（一部）

要因	効果	平方和
A	-1.50	18.0
B	-1.25	12.5
C	-2.75	60.5
A*B	-1.25	12.5
A*C	0.25	0.5
B*C	0.00	0.0
e		2.0
T		106.0

観測値を機械的に加算減算して、データ数 8 で除すと、効果と平方和が算出可能

後で説明

３因子実験（２水準）の計算方法

p.214

●効果と平方和の算出（３因子）

$$a = (4+8+8+14-8-15-9-14)/8 = -1.50$$

$$b = (4+8-8-14+8+15-9-14)/8 = -1.25$$

$$c = (4-8+8-14+8-15+9-14)/8 = -2.75$$

$$(ab) = (4+8-8-14-8-15+9+14)/8 = -1.25$$

$$(ac) = (4-8+8-14-8+15-9+14)/8 = 0.25$$

$$(bc) = (4-8-8+14+8-15-9+14)/8 = 0.00$$

$$S_A = (4+8+8+14-8-15-9-14)^2/8 = 18.0$$

$$S_B = (4+8-8-14+8+15-9-14)^2/8 = 12.5$$

$$S_C = (4-8+8-14+8-15+9-14)^2/8 = 60.5$$

$$S_{A\times B} = (4+8-8-14-8-15+9+14)^2/8 = 12.5$$

$$S_{A\times C} = (4-8+8-14-8+15-9+14)^2/8 = 0.5$$

$$S_{B\times C} = (4-8-8+14+8-15-9+14)^2/8 = 0$$

$$S_e = (4-8-8+14-8+15+9-14)^2/8 = 2.0$$

表示6.1.1（改変）

実験番号	要因			観測値
	A	B	C	
1	A1	B1	C1	4
2	A1	B1	C2	8
3	A1	B2	C1	8
4	A1	B2	C2	14
5	A2	B1	C1	8
6	A2	B1	C2	15
7	A2	B2	C1	9
8	A2	B2	C2	14

表示6.1.2（一部）

要因	効果	平方和
A	-1.50	18.0
B	-1.25	12.5
C	-2.75	60.5
A*B	-1.25	12.5
A*C	0.25	0.5
B*C	0.00	0.0
e		2.0
T		106.0

観測値を機械的に加算減算して、データ数 ８ で除すと、効果と平方和が算出可能

後で説明

p.214

（2）LINEST 関数による解析

ダミー変数の生成とLINEST 関数による回帰分析

２因子実験（２水準）の場合（復習）

３因子実験（２水準）の場合

LINEST関数による解析

p.214

- ２因子実験（２水準）でのダミー変数の生成と LINEST 関数による解

第１水準 A1, B1を１、第２水準 A2, B2 を－１とするダミー変数 A, B を生成（§2.3）

交互作用の列は、主効果の列の積

LINEST 関数による解析

５行４列を範囲指定、LINEST(yの範囲, xの範囲,, TRUE) 、 Ctrl + Shift + Enter キーを同時に押す

（第１部 §4.3）

因子

	A	B
1	A1	B1
2	A1	B2
3	A2	B1
4	A2	B2

ダミー変数

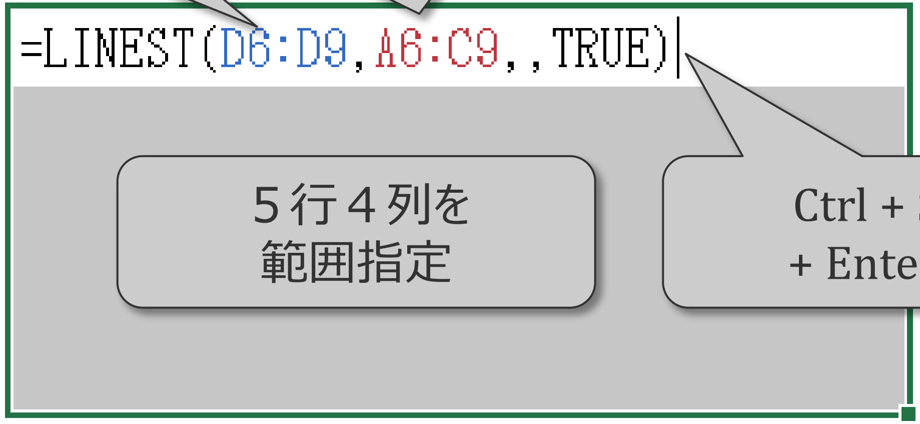
観測値

	A	B	A*B	y
1	1	1	1	0
2	1	-1	-1	6
3	-1	1	-1	8
4	-1	-1	1	10

ダミー変数 A と B の積

y の１列

ダミー変数の３列



```
=LINEST(D6:D9,A6:C9,,TRUE)
```

５行４列を
範囲指定

Ctrl + Shift
+ Enter キー

LINEST関数による解析

- ２因子実験（２水準）でのダミー変数の生成と LINEST 関数による解

第１水準 A1, B1を１、第２水準 A2, B2 を－１とするダミー変数 A, B を生成（§2.3）

交互作用の列は、主効果の列の積

LINEST 関数による解析

５行４列を範囲指定、LINEST(yの範囲, xの範囲,, TRUE) 、 Ctrl + Shift + Enter キーを同時に押す

（第１部 §4.3）

ブログ
「Excel のスピルと配列数式」
参照

因子

	A	B
1	A1	B1
2	A1	B2
3	A2	B1
4	A2	B2

ダミー変数

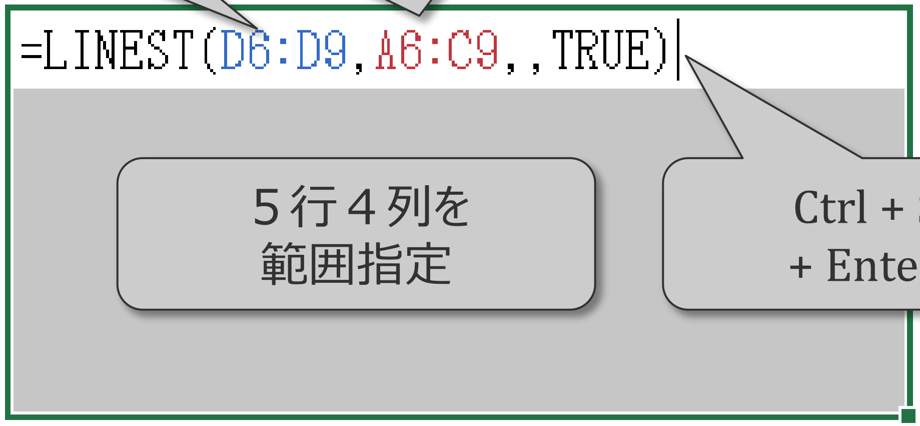
	A	B	A*B	y
1	1	1	1	0
2	1	-1	-1	6
3	-1	1	-1	8
4	-1	-1	1	10

観測値

ダミー変数 A と B の積

y の１列

ダミー変数の３列



```
=LINEST(D6:D9,A6:C9,,TRUE)
```

５行４列を
範囲指定

Ctrl + Shift
+ Enter キー

LINEST関数による解析

p.214

- ２因子実験（２水準）でのダミー変数の生成と LINEST 関数による解

第１水準 A1, B1を１、第２水準 A2, B2 を－１とするダミー変数 A, B を生成（§2.3）

交互作用 A*B の列は、主効果の列の積

LINEST 関数による解析

回帰係数：効果に一致

ただし、誤差が求められない（回帰係数の標準誤差、残差平方和と自由度が求まらない）

表示 5.1.2 主効果と交互作用（下 p.171）

	データ			
	B1	B2	平均	主効果
A1	0	6	3	-3
A2	8	10	9	3
平均	4	8	6	
主効果	-2	2		

データの分解	
B1	B2
6 -3-2-1	6 -3+2+1
6+3-2+1	6+3+2-1

効果

標準誤差が求まらない

	A*B	B	A	const
回帰係数	-1	-2	-3	6
その標準誤差	0	0	0	0
	1	0	#N/A	#N/A
	#NUM!	0	#N/A	#N/A
回帰平方和	56	0	#N/A	#N/A

残差平方和と自由度が 0

LINEST関数による解析

p.214

- ３因子実験（２水準）でのダミー変数の生成と LINEST 関数による解

  第１水準 A1, B1, C1 を１、第２水準 A2, B2, C2 を－１とするダミー変数 A, B, C を生成

  交互作用 A*B, A*C, B*C の列は、主効果の列の積

  LINEST 関数で解析（５行７列を範囲指定）

表示6.1.3 LINEST 関数で解析するための計算表（一部改変）

因子

	A	B	C
1	A1	B1	C1
2	A1	B1	C2
3	A1	B2	C1
4	A1	B2	C2
5	A2	B1	C1
6	A2	B1	C2
7	A2	B2	C1
8	A2	B2	C2

ダミー変数

	A	B	C	A*B	A*C	B*C	y
1	1	1	1	1	1	1	4
2	1	1	-1	1	-1	-1	8
3	1	-1	1	-1	1	-1	8
4	1	-1	-1	-1	-1	1	14
5	-1	1	1	-1	-1	1	8
6	-1	1	-1	-1	1	-1	15
7	-1	-1	1	1	-1	-1	9
8	-1	-1	-1	1	1	1	14

観測値

直交表につながる

LINEST関数による解析

p.214

- ３因子実験（２水準）でのダミー変数の生成と LINEST 関数による解

回帰係数：効果に一致

F 値：（回帰係数／その標準誤差）^{2}

分散分析表のF比と一致

例　A ： $t^2 = (-1.50/0.50)^2 = 9.00$

自由度νの t 分布の２乗は
自由度（$1, \nu$）の F 分布と一致
（第１部 §3.8 p.187）

表示 6.1.2
分散分析表

要因	効果	平方和	自由度	平均平方	F比	p値
A	-1.50	18.0	1	18.0	9.00	0.205
B	-1.25	12.5	1	12.5	6.25	0.242
C	-2.75	60.5	1	60.5	30.25	0.114
A*B	-1.25	12.5	1	12.5	6.25	0.242
A*C	0.25	0.5	1	0.5	0.25	0.705
B*C	0.00	0.0	1	0.0	0.00	1.000
e		2.0	1	2.0		
T		106.0	7			

表示 6.1.4
LINEST 関数の解

	B*C	A*C	A*B	C	B	A	const.	
回帰係数	0.00	0.25	-1.25	-2.75	-1.25	-1.50	10.00	
その標準誤差	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50	
寄与率	0.981	1.414	#N/A	#N/A	#N/A	#N/A	#N/A	標準偏差
F比	8.67	1	#N/A	#N/A	#N/A	#N/A	#N/A	残差自由度
回帰平方和	104.00	2.00	#N/A	#N/A	#N/A	#N/A	#N/A	残差平方和
F	0.00	0.25	6.25	30.25	6.25	9.00		

(回帰係数／その標準誤差)^2

補足：JMP による多因子実験の解析

p.214

●JMP データ

表示 6.1.1（一部）

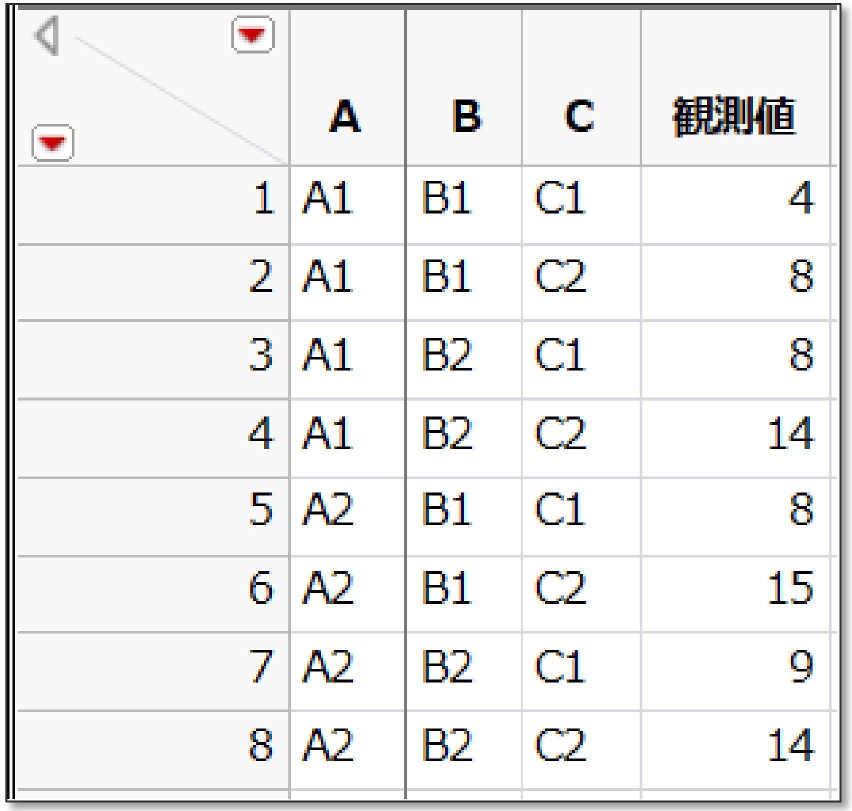
A1	C1	C2
B1	4	8
B2	8	14

A2	C1	C2
B1	8	15
B2	9	14

A	B	C	観測値
A1	B1	C1	4
A1	B1	C2	8
A1	B2	C1	8
A1	B2	C2	14
A2	B1	C1	8
A2	B1	C2	15
A2	B2	C1	9
A2	B2	C2	14

Excel で全体を範囲指定、［コピー］
JMP の［編集］＞［列名とともに貼り付け］

JMP のデータテーブルに貼り付け
（第 1 部 p.130）



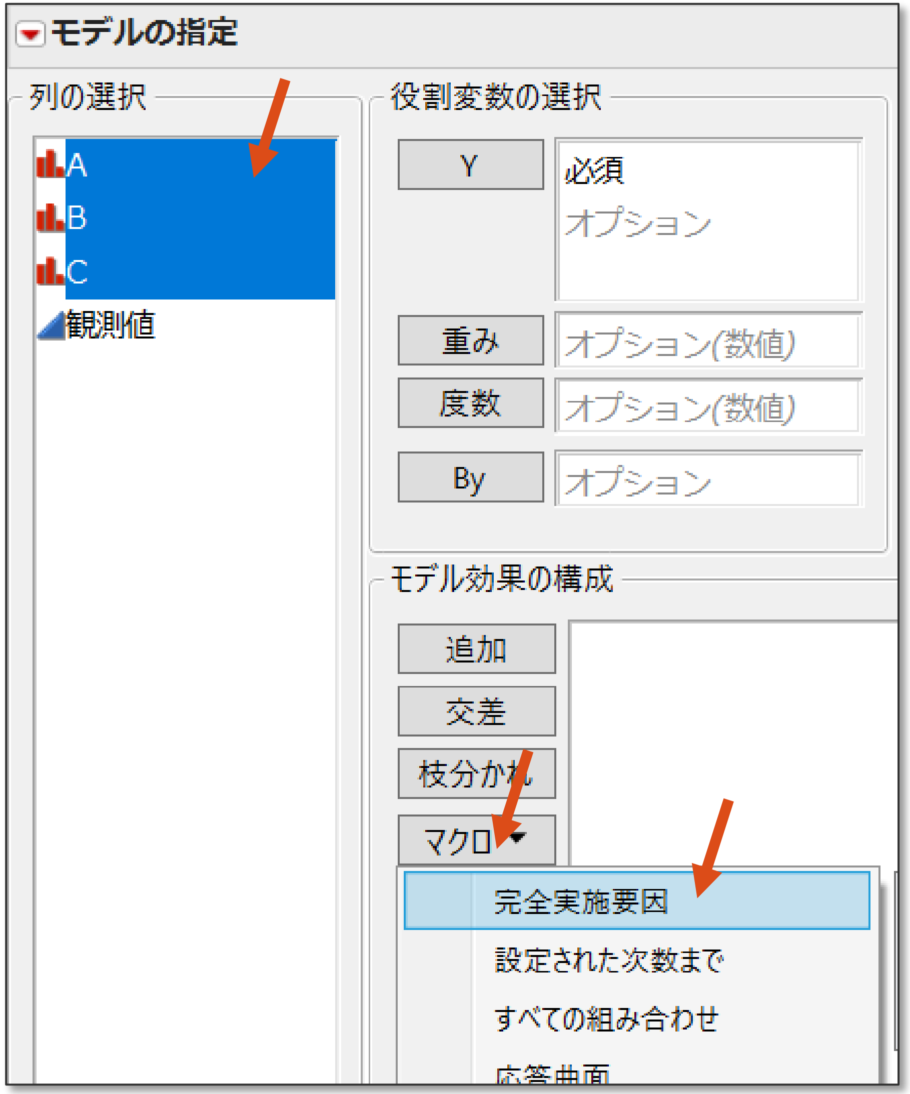
	A	B	C	観測値
1	A1	B1	C1	4
2	A1	B1	C2	8
3	A1	B2	C1	8
4	A1	B2	C2	14
5	A2	B1	C1	8
6	A2	B1	C2	15
7	A2	B2	C1	9
8	A2	B2	C2	14

補足：JMP による多因子実験の解析

p.214

- JMP ［モデルのあてはめ］

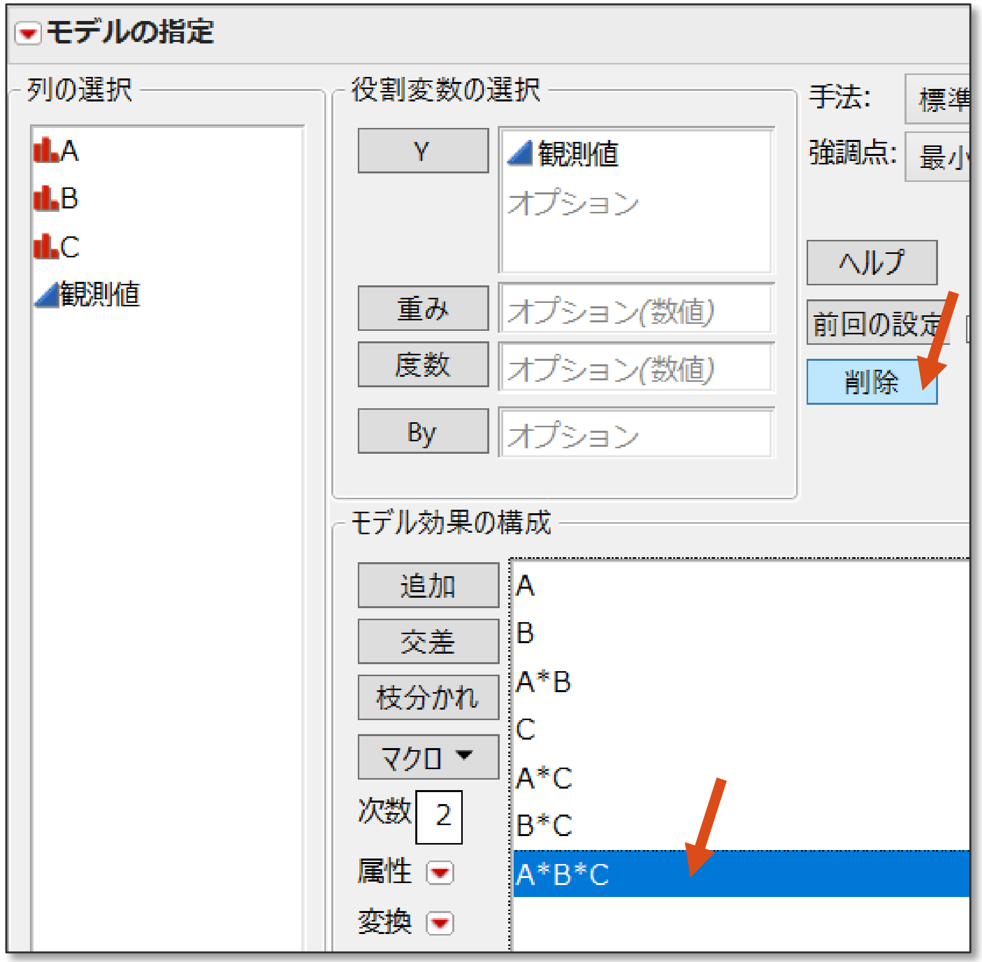
［分析］＞［モデルのあてはめ］
［役割変数の選択、Y］：「観測値」
［モデル効果の構成］：「A」「B」「C」を選択
［マクロ］＞［完全実施要因］
３因子交互作用「A*B*C」を削除
［強調点］：［最小レポート］



補足：JMP による多因子実験の解析

p.214

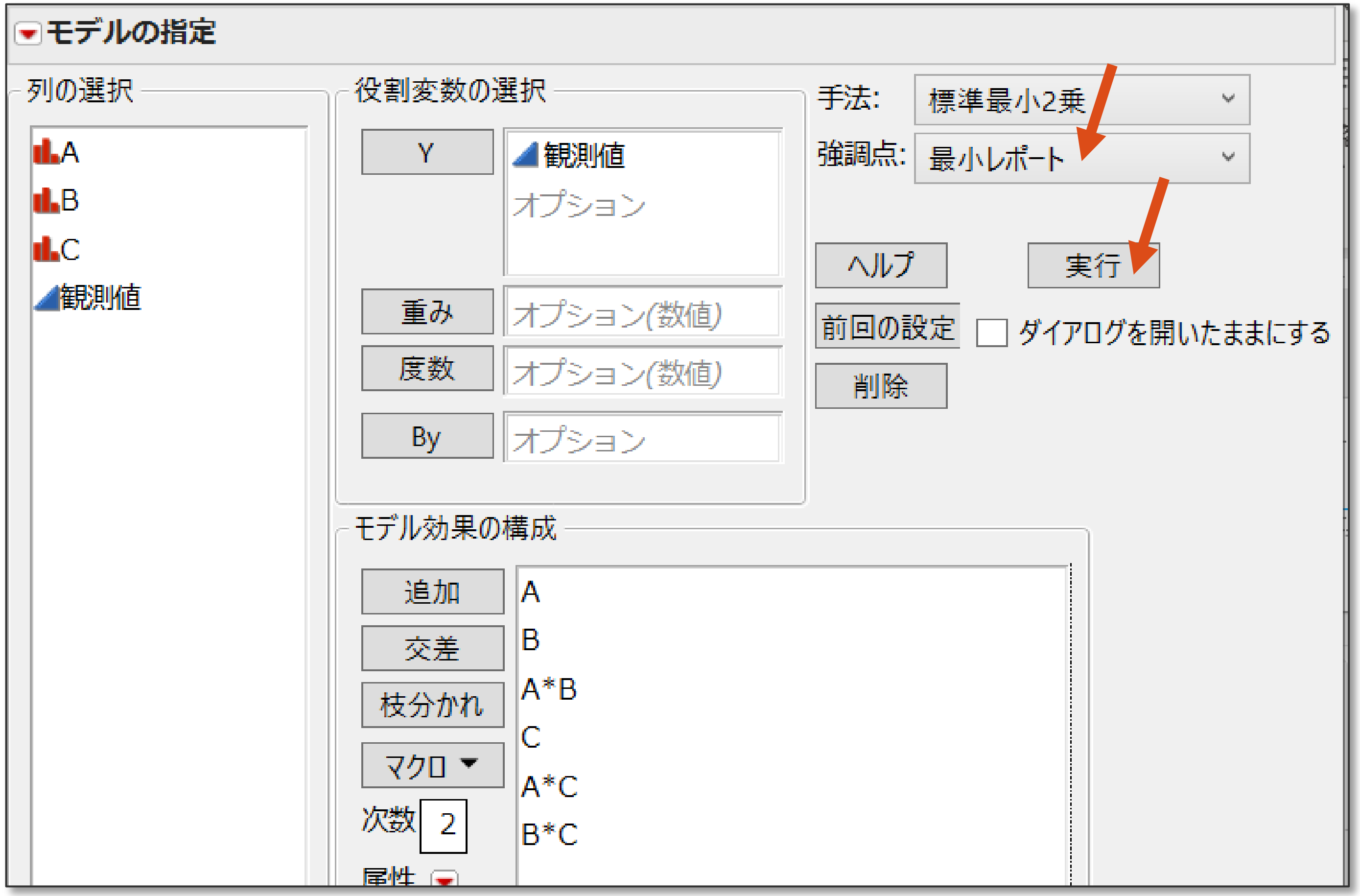
●JMP ［モデルのあてはめ］



Y: 観測値

次数: 2

A
B
A*B
C
A*C
B*C
A*B*C



手法: 標準最小2乗

強調点: 最小レポート

Y: 観測値

次数: 2

A
B
A*B
C
A*C
B*C

補足：JMP による多因子実験の解析

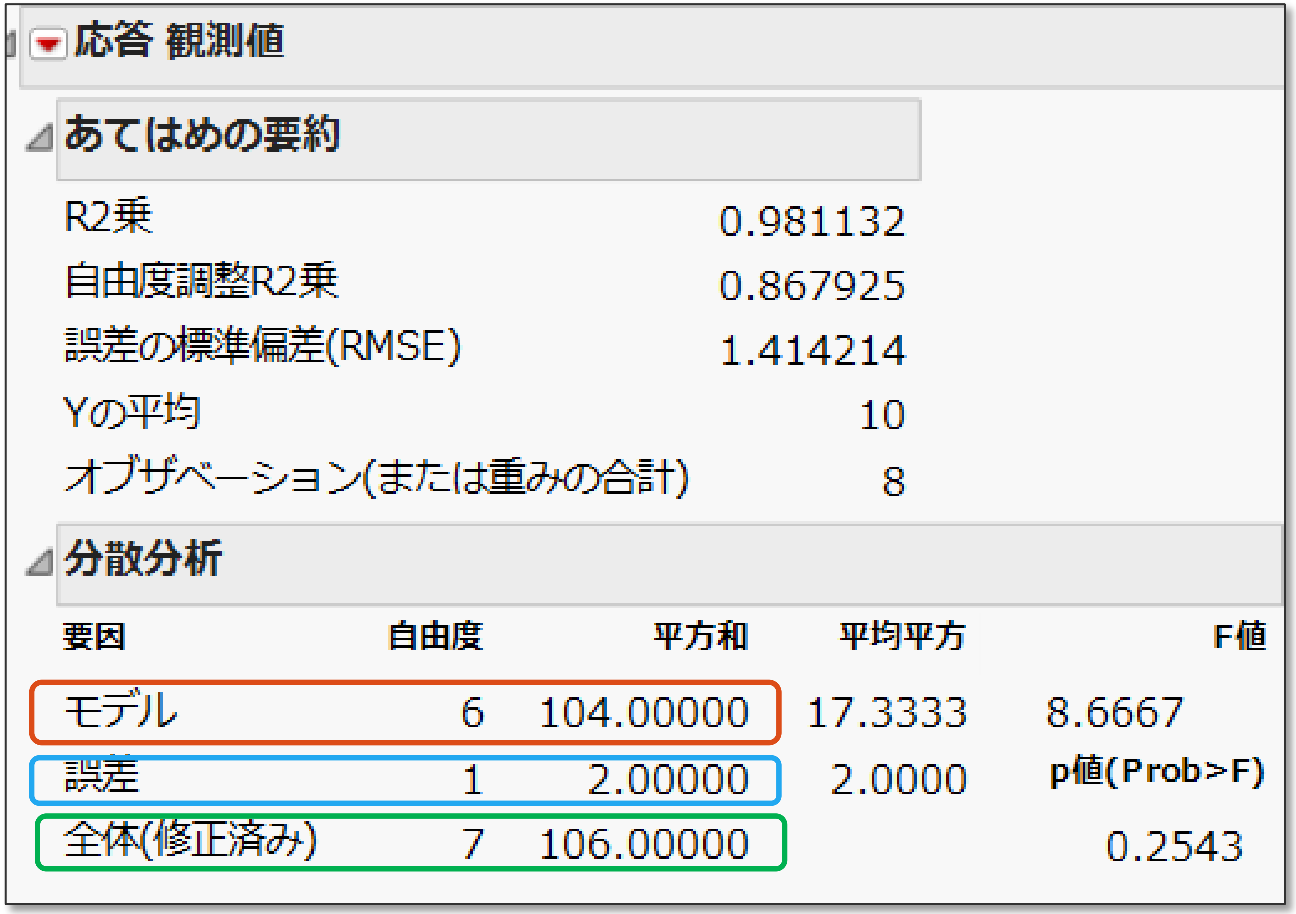
p.214

●JMP ［モデルのあてはめ］

モデル

表示 6.1.2 分散分析表

要因	効果	平方和	自由度	平均平方	*F* 比	*p* 値
A	-1.50	18.0	1	18.0	9.00	0.205
B	-1.25	12.5	1	12.5	6.25	0.242
C	-2.75	60.5	1	60.5	30.25	0.114
A*B	-1.25	12.5	1	12.5	6.25	0.242
A*C	0.25	0.5	1	0.5	0.25	0.705
B*C	0.00	0.0	1	0.0	0.00	1.000
e		2.0	1	2.0		
T		106.0	7			



応答 観測値

あてはめの要約

R2乗	0.981132
自由度調整R2乗	0.867925
誤差の標準偏差(RMSE)	1.414214
Yの平均	10
オブザベーション(または重みの合計)	8

分散分析

要因	自由度	平方和	平均平方	F値
モデル	6	104.00000	17.3333	8.6667
誤差	1	2.00000	2.0000	p値(Prob>F)
全体(修正済み)	7	106.00000		0.2543

補足：JMP による多因子実験の解析

p.214

●JMP ［モデルのあてはめ］

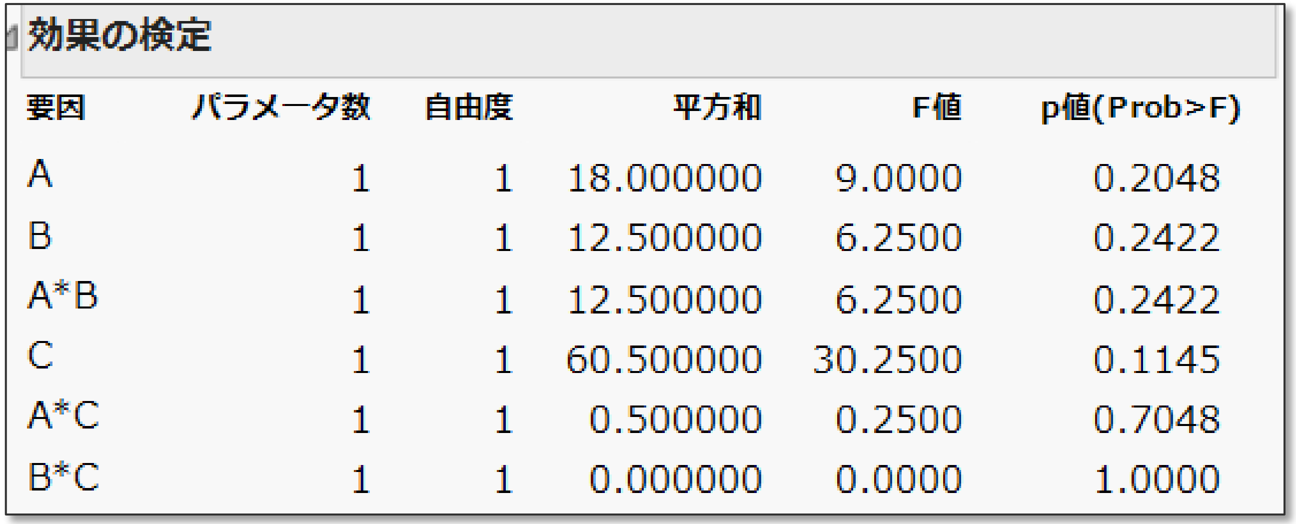
以上の JMP「モデルのあてはめ」による解析は、３水準以上の多因子実験でも同様に行える

２因子実験と同様に、さらに解析を進められる（§5.2 などを参照）

［予測プロファイル］［交互作用プロファイル］［効果の詳細］

表示 6.1.2 分散分析表

要因	効果	平方和	自由度	平均平方	F 比	p 値
A	-1.50	18.0	1	18.0	9.00	0.205
B	-1.25	12.5	1	12.5	6.25	0.242
C	-2.75	60.5	1	60.5	30.25	0.114
A*B	-1.25	12.5	1	12.5	6.25	0.242
A*C	0.25	0.5	1	0.5	0.25	0.705
B*C	0.00	0.0	1	0.0	0.00	1.000
e		2.0	1	2.0		
T		106.0	7			



効果の検定

要因	パラメータ数	自由度	平方和	F値	p値(Prob>F)
A	1	1	18.000000	9.0000	0.2048
B	1	1	12.500000	6.2500	0.2422
A*B	1	1	12.500000	6.2500	0.2422
C	1	1	60.500000	30.2500	0.1145
A*C	1	1	0.500000	0.2500	0.7048
B*C	1	1	0.000000	0.0000	1.0000

（3）多因子実験の拡張

多因子実験の因子のとりかた

多因子実験の拡張

p.215

●多因子実験の因子のとりかた

ここまで、３因子実験（質的因子×質的因子×質的因子）の解析方法を説明

２因子実験と同様に、３因子以上の実験でも質的因子と量的因子が組み合わされる

解析と結果の考え方は全く同じ、

JMPでは、［モデルのあてはめ］を使う

Excelでは、ダミー変数を使ってデータ行列を生成し、LINEST関数で解析が可能

JMPでもExcel（LINEST関数）でも、欠測値を含んでいても問題がない

p.215

（4）多因子実験の適用場面

多因子実験の適用場面

p.215

●適用場面

生産現場では、y（応答、特性：製品の品質や収率など）に
多数の製造条件 x（因子：反応温度、反応時間、触媒の量、pH など）が影響する
→　条件を同時に取り上げて実験
本当に影響を与える x を選び出し、 y を最適にする x の値を求める

●実験の計画

2 段階に分けて実験を計画

（1）スクリーニング計画

多数の x の中から y に影響を与えている x を探し出す実験 → §.6.2

（2）応答曲面計画

選ばれた小数個の x を取り上げて、y を最適にする x の条件を求める実験 → §6.3

（5）補足

次節 §6.2 への橋渡し
２因子実験（２水準）の計算方法、 L_4 直交表
３因子実験（２水準）の計算方法、 L_8 直交表

補足：２因子実験（２水準）の計算方法

●効果と平方和の算出

効果の算出

$$a \quad = (0+6-8-10)/4 = -3.00$$

$$b \quad = (0-6+8-10)/4 = -2.00$$

$$(ab) = (0-6-8+10)/4 = -1.00$$

平方和の算出

$$S_A \quad = (0-6-8-10)^2/4 = 36.0$$

$$S_B \quad = (0-6+8-10)^2/4 = 16.0$$

$$S_{A\times B} = (0-6-8+10)^2/4 = 4.0$$

(1) 因子の水準組合せと観測値

実験番号	A	B	観測値
1	A1	B1	0
2	A1	B2	6
3	A2	B1	8
4	A2	B2	10

(2) 効果と平方和

要因	効果	平方和
A	-3.00	36.00
B	-2.00	16.00
A*B	-1.00	4.00

(3) 因子の水準組合せとダミー変数

	因子		ダミー変数			
	A	B	A	B	A*B	y
1	A1	B1	1	1	1	0
2	A1	B2	1	-1	-1	6
3	A2	B1	-1	1	-1	8
4	A2	B2	-1	-1	1	10

補足：２因子実験（２水準）の計算方法

p.215

●効果と平方和の計算

効果の算出

$$a \quad = (0 + 6 - 8 - 10)/4 = -3.00$$

$$b \quad = (0 - 6 + 8 - 10)/4 = -2.00$$

$$(ab) = (0 - 6 - 8 + 10)/4 = -1.00$$

a と b の掛け算ではなく
交互作用という単独の数値を表す

(1) 因子の水準組合せと観測値

実験番号	A　B	観測値
1	A1　B1	0
2	A1　B2	6
3	A2　B1	8
4	A2　B2	10

(2) 効果と平方和

要因	効果	平方和
A	-3.00	36.00
B	-2.00	16.00
A*B	-1.00	4.00

平方和の算出

$$S_A \quad = (0 - 6 - 8 - 10)^2/4 = 36.0$$

$$S_B \quad = (0 - 6 + 8 - 10)^2/4 = 16.0$$

$$S_{A\times B} = (0 - 6 - 8 + 10)^2/4 = 4.0$$

(3) 因子の水準組合せとダミー変数

	因子	
	A	B
1	A1	B1
2	A1	B2
3	A2	B1
4	A2	B2

	ダミー変数			
	A	B	A*B	y
1	1	1	1	0
2	1	-1	-1	6
3	-1	1	-1	8
4	-1	-1	1	10

補足：２因子実験（２水準）の計算方法

p.215

●効果と平方和の算出

効果の算出

$$a \quad = (0+6-8-10)/4 = -3.00$$

$$b \quad = (0-6+8-10)/4 = -2.00$$

$$(ab) = (0-6-8+10)/4 = -1.00$$

（　）の中は、
ダミー変数とｙの積和

平方和の算出

$$S_A \quad = (0-6-8-10)^2/4 = 36.0$$

$$S_B \quad = (0-6+8-10)^2/4 = 16.0$$

$$S_{A\times B} = (0-6-8+10)^2/4 = 4.0$$

（　）の中は、
ダミー変数とｙの積和

(1) 因子の水準組合せと観測値

実験番号	A　B	観測値
1		
2		
3		
4		

(2) 効果と平方和

要因	効果	平方和

ダミー変数Ａ：A1 のときに 1、A2 のときに－１
ダミー変数Ｂ：B1 のときに 1、B2 のときに－１
ダミー変数 A*B：ダミー変数ＡとＢの掛け算

(3) 因子の水準組合せとダミー

因子

水準

実験番号

	因子		ダミー変数			
	A	B	A	B	A*B	y
1	A1	B1	1	1	1	0
2	A1	B2	1	-1	-1	6
3	A2	B1	-1	1	-1	8
4	A2	B2	-1	-1	1	10

補足：２因子実験（２水準）の計算方法

p.215

●効果と平方和の算出

効果の算出

$$a = \boxed{(0+6-8-10)}/4 = -3.00$$

$$b = (0-6+8-10)/4 = -2.00$$

$$(ab) = (0-6-8+10)/4 = -1.00$$

（ ）の中は、
ダミー変数 と y の積和

ダミー変数 A と y の積和

$$1\times0+1\times6+(-1)\times8+(-1)\times10$$
$$=0+6-8-10$$

平方和の算出

$$S_A = \boxed{(0-6-8-10)}^2/4 = 36.0$$

$$S_B = (0-6+8-10)^2/4 = 16.0$$

$$S_{A\times B} = (0-6-8+10)^2/4 = 4.0$$

（ ）の中は、
ダミー変数 と y の積和

水準組合せとダミー変数

因子

	A	B
1	A1	B1
2	A1	B2
3	A2	B1
4	A2	B2

ダミー変数

	A	B	A*B	y
1	1	1	1	0
2	1	-1	-1	6
3	-1	1	-1	8
4	-1	-1	1	10

補足：２因子実験（２水準）の計算方法

p.215

●効果と平方和の算出

効果の算出

$$a \quad = (0+6-8-10)/4 = -3.00$$

$$b \quad = (0-6+8-10)/4 = -2.00$$

$$(ab) = \boxed{(0-6-8+10)}/4 = -1.00$$

（　）の中は、
ダミー変数 と y の積和

ダミー変数 A*B と y の積和
$1\times 0+(-1)\times 6+(-1)\times 8+1\times 10$
$= 0-6-8+10$

平方和の算出

$$S_A \quad = (0-6-8-10)^2/4 = 36.0$$

$$S_B \quad = (0-6+8-10)^2/4 = 16.0$$

$$S_{A\times B} = \boxed{(0-6-8+10)}^2/4 = 4.0$$

（　）の中は、
ダミー変数 と y の積和

水準組合せとダミー変数

	因子	
	A	B
1	A1	B1
2	A1	B2
3	A2	B1
4	A2	B2

	ダミー変数			
	A	B	A*B	y
1	1	1	1	0
2	1	-1	-1	6
3	-1	1	-1	8
4	-1	-1	1	10

補足： L_4 (2^3) 直交表

p.215

- ダミー変数から L_4 (2^3) 直交表へ

L_4 (2^3) 直交表

	列番号		
No.	（1）	（2）	（3）
1	1	1	1
2	1	-1	-1
3	-1	1	-1
4	-1	-1	1
列名（成分）	a	b	a b

水準組合せとダミー変数

因子

	A	B
1	A1	B1
2	A1	B2
3	A2	B1
4	A2	B2

ダミー変数

	A	B	A*B	y
1	1	1	1	0
2	1	-1	-1	6
3	-1	1	-1	8
4	-1	-1	1	10

補足： L_4 (2^3) 直交表

p.215

●$L_4(2^3)$ 直交表の特徴

行番号

L_4 (2^3) 直交表

	列番号		
No.	（1）	（2）	（3）
1	1	1	1
2	1	-1	-1
3	-1	1	-1
4	-1	-1	1
列名 （成分）	a	b	a b

列番号は
（ ）付き

「－1」を「2」と
表記する場合が多い

JISでは
「別名」

因子名と区別するために小文字
記号、主効果という意味ではない

L_4 (2^3) 直交表（L_4 直交表）

最も小さい直交表

特徴と利用方法を説明

水準組合せとダミー変数

	因子	
	A	B
1	A1	B1
2	A1	B2
3	A2	B1
4	A2	B2

	ダミー変数			
	A	B	A*B	y
1	1	1	1	0
2	1	-1	-1	6
3	-1	1	-1	8
4	-1	-1	1	10

実験番号

補足： $L_4\ (2^3)$ 直交表

p.215

●$L_4(2^3)$ 直交表の特徴

	列番号		
No.	（1）	（2）	（3）
1	1	1	1
2	1	-1	-1
3	-1	1	-1
4	-1	-1	1
列名 （成分）	a		a
		b	b

（i） $L_4(2^3)$

L：ラテン方格法（Latin square, § 7.5 ）の頭文字

4：**行番号**の最大値、実験の規模（実験回数）

2： 2 水準の実験系

3：**列番号**の最大値、要因（誤差を含む）の最大数

（ii）数値

列には －1 と 1 が 2 回ずつ現れる（和は 0）

どの 2 列をとっても (1,1) (1,－1) (－1,1) (－1,－1) の組が 1 回ずつ現れる・・・この 2 列は直交するという

（iii）任意の 2 列の積和は 0

(1) 列と (2) 列の積和

$$(1\times 1)+\left(1\times(-1)\right)+(-1\times 1)+\left(-1\times(-1)\right)=0$$

(1) 列と (3) 列の積和

$$(1\times 1)+\left(1\times(-1)\right)+\left(-1\times(-1)\right)+(-1\times 1)=0$$

(2) 列と (3) 列の積和

$$(1\times 1)+\left(-1\times(-1)\right)+\left(1\times(-1)\right)+(-1\times 1)=0$$

補足： $L_4\ (2^3)$ 直交表

p.215

●$L_4(2^3)$ 直交表の特徴

No.	列番号 （1）	 （2）	 （3）
1	1	1	1
2	1	-1	-1
3	-1	1	-1
4	-1	-1	1
列名 (成分)	a	 b	a b

（i） $L_4(2^3)$

L：ラテン方格法（Latin square, § 7.5 ）の頭文字
4：**行番号**の最大値、実験の規模（実験回数）
2：２水準の実験系
3：**列番号**の最大値、要因（誤差を含む）の最大数

（ii）数値

列には -1 と 1 が 2 回ずつ現れる（和は 0）
どの 2 列をとっても $(1,1)\ (1,-1)\ (-1,1)\ (-1,-1)$ の組が 1 回ずつ現れる・・・この 2 列は直交するという

（iii）任意の 2 列の積和は 0

(1) 列と (2) 列の積和

$$(1\times 1)+\big(1\times(-1)\big)+(-1\times 1)+\big(-1\times(-1)\big)=0$$

(1) 列と (3) 列の積和

$$(1\times 1)+\big(1\times(-1)\big)+\big(-1\times(-1)\big)+(-1\times 1)=0$$

(2) 列と (3) 列の積和

$$(1\times 1)+\big(-1\times(-1)\big)+\big(1\times(-1)\big)+(-1\times 1)=0$$

補足： L_4 (2^3) 直交表

●$L_4(2^3)$ 直交表の特徴

No.	列番号 （1）	 （2）	 （3）
1	1	1	1
2	1	-1	-1
3	-1	1	-1
4	-1	-1	1
列名 （成分）	a	 b	a b

（iv） (1)～(3) 列は対等な役割を担うと考える
(3) 列は交互作用というように固定しない

（v） **割付**
列に因子や交互作用を対応付けること

例１　(1) 因子A、(2) 因子 B

例２　(1) 因子 B、(2) 因子 A

例３　(1) 因子 B、(3) 因子 A

補足： $L_4 (2^3)$ 直交表

- $L_4(2^3)$ 直交表の特徴

	列番号		
No.	（1）	（2）	（3）
1	1	1	1
2	1	-1	-1
3	-1	1	-1
4	-1	-1	1
列名（成分）	a		a
		b	b

因子名と区別するために小文字
主効果という意味ではない

（vi）各列の主効果と交互作用の関係

任意の２列に主効果を割付けると、これに対応した交互作用の列が「現れる」

列名（成分）で判断、ルール　$a^2 = b^2 = 1$

例１　(1) 列と(2) 列の交互作用は(3)列に現れる

$$a \times b = ab$$

例２　(1) 列と (3) 列の交互作用は(2)列に現れる

$$a \times ab = a^2b = b$$

例３　(2) 列と (3) 列の交互作用は(1)列に現れる

$$b \times ab = ab^2 = a$$

補足： L_4 (2^3) 直交表

p.215

●$L_4(2^3)$ 直交表の特徴

No	(1)		(2)		(3)
1	1	×	1	=	1
2	1	×	-1	=	-1
3	-1	×	1	=	-1
4	-1	×	-1	=	1

	列番号		
No.	（1）	（2）	（3）
1	1	1	1
2	1	-1	-1
3	-1	1	-1
4	-1	-1	1
列名	a		a
(成分)		b	b

因子名と区別するために小文字
主効果という意味ではない

（vi）各列の主効果と交互作用の関係

任意の２列に主効果を割付けると、これに対応した交互作用の列が「現れる」

列名（成分）で判断、ルール　$a^2 = b^2 = 1$

例１　(1) 列と(2) 列の交互作用は(3)列に現れる

$$a \times b = ab$$

例２　(1) 列と (3) 列の交互作用は(2)列に現れる

$$a \times ab = a^2 b = b$$

例３　(2) 列と (3) 列の交互作用は(1)列に現れる

$$b \times ab = ab^2 = a$$

補足： L_4 (2^3) 直交表

p.215

●$L_4(2^3)$ 直交表の特徴

No	(1)		(3)		(2)
1	1	×	1	=	1
2	1	×	-1	=	-1
3	-1	×	-1	=	1
4	-1	×	1	=	-1

No.	列番号		
	（1）	（2）	（3）
1	1	1	1
2	1	-1	-1
3	-1	1	-1
4	-1	-1	1
列名（成分）	a	b	a b

因子名と区別するために小文字
主効果という意味ではない

（vi）各列の主効果と交互作用の関係

任意の２列に主効果を割付けると、これに対応した交互作用の列が「現れる」

列名（成分）で判断、ルール　$a^2 = b^2 = 1$

例１　(1) 列と(2) 列の交互作用は(3)列に現れる

$$a \times b = ab$$

例２　(1) 列と (3) 列の交互作用は(2)列に現れる

$$a \times ab = a^2 b = b$$

例３　(2) 列と (3) 列の交互作用は(1)列に現れる

$$b \times ab = ab^2 = a$$

補足： L_4 (2^3) 直交表

p.215

- $L_4(2^3)$ 直交表の特徴

No	(2)		(3)		(1)
1	1	×	1	=	1
2	-1	×	-1	=	1
3	1	×	-1	=	-1
4	-1	×	1	=	-1

	列番号		
No.	（1）	（2）	（3）
1	1	1	1
2	1	-1	-1
3	-1	1	-1
4	-1	-1	1
列名 （成分）	a		a
		b	b

因子名と区別するために小文字
主効果という意味ではない

（vi）各列の主効果と交互作用の関係

任意の２列に主効果を割付けると、これに対応した交互作用の列が「現れる」

列名（成分）で判断、ルール　$a^2 = b^2 = 1$

例１　(1) 列と(2) 列の交互作用は (3) 列に現れる

$$a \times b = ab$$

例２　(1) 列と (3) 列の交互作用は (2) 列に現れる

$$a \times ab = a^2b = b$$

例３　(2) 列と (3) 列の交互作用は (1) 列に現れる

$$b \times ab = ab^2 = a$$

補足： $L_4(2^3)$ 直交表

p.215

● $L_4(2^3)$ 直交表の利用方法

因子を割付

	A	B	$A\times B$	水準組合せ	観測値
No.	（1）	（2）	（3）		
1	1	1	1	A1B1	0
2	1	-1	-1	A1B2	6
3	-1	1	-1	A2B1	8
4	-1	-1	1	A2B2	10
列名	a		a		
（成分）		b	b		

1 → 1
-1 → 2

（i）因子の割付（例）

(1)列に因子 A、(2)列に因子 B を割付ける

交互作用は(3)列に現れる

（必ず交互作用を割付けるということではない）

$$\underset{(1)}{a} \times \underset{(2)}{b} = \underset{(3)}{ab}$$

（ii）水準組合せ（１→１、－１→２）

１行目、(1)列Aは「1」、(2)列Bは「1」 → A1B1

２行目、(1)列Aは「1」、(2)列Bは「-1」→ A1B2

３行目、(1)列Aは「-1」、(2)列Bは「1」 → A2B1

４行目、(1)列Aは「-1」、(2)列Bは「-1」→ A2B2

（iii）実験を実施

１～４行目の実験を無作為に行い観測値を得る

補足： $L_4(2^3)$ 直交表

p.215

● $L_4(2^3)$ 直交表の利用方法

因子を割付

	A	B	$A\times B$	水準組合せ	観測値
No.	（1）	（2）	（3）		
1	1	1	1	A1B1	0
2	1	-1	-1	A1B2	6
3	-1	1	-1	A2B1	8
4	-1	-1	1	A2B2	10
列名	a		a		
（成分）		b	b		

1 → 第 1水準
-1 → 第 2 水準
1, 2 の直交表がある

（i）因子の割付（例）

(1)列に因子 A、(2)列に因子 B を割付ける
交互作用は(3)列に現れる
（必ず交互作用を割付けるということではない）

$$\underset{(1)}{a} \times \underset{(2)}{b} = \underset{(3)}{ab}$$

（ii）水準組合せ（１→１、－１→２）

１行目、(1)列Aは「1」、(2)列Bは「1」 → A1B1
２行目、(1)列Aは「1」、(2)列Bは「-1」→ A1B2
３行目、(1)列Aは「-1」、(2)列Bは「1」 → A2B1
４行目、(1)列Aは「-1」、(2)列Bは「-1」→ A2B2

（iii）実験を実施

１～４行目の実験を無作為に行い観測値を得る

補足： L_4 (2^3) 直交表

p.215

●$L_4(2^3)$ 直交表の利用方法

因子を割付

	A	B	$A\times B$	水準組合せ	観測値
No.	（1）	（2）	（3）		
1	1	1	1	A1B1	0
2	1	-1	-1	A1B2	6
3	-1	1	-1	A2B1	8
4	-1	-1	1	A2B2	10
列名	a		a		
（成分）		b	b		

1 → 第 1水準
-1 → 第 2 水準
1, 2 の直交表がある

無作為に
実験して
観測値を得る

（i）因子の割付（例）

(1)列に因子 A、(2)列に因子 B を割付ける

交互作用は(3)列に現れる

（必ず交互作用を割付けるということではない）

$$\underset{(1)}{a} \times \underset{(2)}{b} = \underset{(3)}{ab}$$

（ii）水準組合せ（１→１、－１→２）

１行目、(1)列Aは「1」、(2)列Bは「1」 → A1B1
２行目、(1)列Aは「1」、(2)列Bは「-1」→ A1B2
３行目、(1)列Aは「-1」、(2)列Bは「1」 → A2B1
４行目、(1)列Aは「-1」、(2)列Bは「-1」→ A2B2

（iii）実験を実施

１～４行目の実験を無作為に行い観測値を得る

補足： $L_4\ (2^3)$ 直交表

p.215

●割付の事例（i）

	A	B	$A×B$	水準組合せ	観測値
No.	（1）	（2）	（3）		
1	1	1	1	A1B1	0
2	1	-1	-1	A1B2	6
3	-1	1	-1	A2B1	8
4	-1	-1	1	A2B2	10
列名 （成分）	a	b	a b		

(1) 列に A、(2) 列に B、(3) 列に A×B を割付

$$a = (1\times 0 + 1\times 6 + (-1)\times 8 + (-1)\times 10)/4 = -3$$
$$b = (1\times 0 + (-1)\times 6 + 1\times 8 + (-1)\times 10)/4 = -2$$
$$(ab) = (1\times 0 + (-1)\times 6 + (-1)\times 8 + 1\times 10)/4 = -1$$

この分子の部分の 2 乗を4で割って平方和を求める

表示 5.1.2 主効果と交互作用（下 p.171）

データ

	B1	B2	平均	主効果
A1	0	6	3	-3
A2	8	10	9	3
平均	4	8	6	
主効果	-2	2		

データの分解

B1	B2
6 -3-2 -1	6 -3+2+1
6+3-2+1	6+3+2-1

$$a = (0+6-8-10)/4 = -3.00$$
$$b = (0-6+8-10)/4 = -2.00$$
$$(ab) = (0-6-8+10)/4 = -1.00$$

$$S_A = (0-6-8-10)^2/4 = 36.0$$
$$S_B = (0-6+8-10)^2/4 = 16.0$$
$$S_{A\times B} = (0-6-8+10)^2/4 = 4.0$$

補足： $L_4\ (2^3)$ 直交表

p.215

●割付の事例（i）

	A	B	$A{\times}B$	水準組合せ	観測値
No.	（1）	（2）	（3）		
1	1	1	1	A1B1	0
2	1	-1	-1	A1B2	6
3	-1	1	-1	A2B1	8
4	-1	-1	1	A2B2	10
列名（成分）	a	b	a b		

(1) 列に A、(2) 列に B、(3) 列に A×B を割付

$$a=(1\times0+1\times6+(-1)\times8+(-1)\times10)/4=-3$$

$$b=(1\times0+(-1)\times6+1\times8+(-1)\times10)/4=-2$$

$$(ab)=(1\times0+(-1)\times6+(-1)\times8+1\times10)/4=-1$$

この分子の部分の２乗を4で割って平方和を求める

	A	$A{\times}B$	B	水準組合せ	観測値
No.	（1）	（2）	（3）		
1	1	1	1	A1B1	0
2	1	-1	-1	A1B2	6
3	-1	1	-1	A2B2	10
4	-1	-1	1	A2B1	8
列名（成分）	a	b	a b		

位置が上と逆転

(1) 列に A、(3) 列に B、(2) 列に A×B を割付

$$(a\times ab=a^2b=b)$$

$$a=(1\times0+1\times6+(-1)\times10+(-1)\times8)/4=-3$$

$$(ab)=(1\times0+(-1)\times6+1\times10+(-1)\times8)/4=-1$$

$$b=(1\times0+(-1)\times6+(-1)\times10+1\times8)/4=-2$$

水準組合せ、観測値の順番は上と違うが、
効果の値は同じ・・・(1)列、(2)列、(3)列は対等

補足： $L_4\ (2^3)$ 直交表

p.215

●割付の事例（ii）

	A	B	$A{\times}B$	水準 組合せ	観測値
No.	（1）	（2）	（3）		
1	1	1	1	A1B1	0
2	1	-1	-1	A1B2	6
3	-1	1	-1	A2B1	8
4	-1	-1	1	A2B2	10
列名 （成分）	a	b	a b		

(1) 列に A、(2) 列に B、(3) 列に A×B を割付

$$a = (1\times 0 + 1\times 6 + (-1)\times 8 + (-1)\times 10)/4 = -3$$

$$b = (1\times 0 + (-1)\times 6 + 1\times 8 + (-1)\times 10)/4 = -2$$

$$\boxed{(ab)} = (1\times 0 + (-1)\times 6 + (-1)\times 8 + 1\times 10)/4 = -1$$

この分子の部分の２乗を4で割って平方和を求める

割付なし

	A	B	誤差	水準 組合せ	観測値
No.	（1）	（2）	（3）		
1	1	1	1	A1B1	0
2	1	-1	-1	A1B2	6
3	-1	1	-1	A2B1	8
4	-1	-1	1	A2B2	10
列名 （成分）	a	b	a b		

(1) 列に A、(2) 列に B を割付

$$a = (1\times 0 + 1\times 6 + (-1)\times 10 + (-1)\times 8)/4 = -3$$

$$b = (1\times 0 + (-1)\times 6 + (-1)\times 10 + 1\times 8)/4 = -2$$

$$\boxed{e} = (1\times 0 + (-1)\times 6 + 1\times 10 + (-1)\times 8)/4 = \boxed{-1}$$

誤差

交互作用はないと言う前提で交互作用を割り付けない
交互作用の－１は、誤差の推定値になる

補足： L_4 (2³) 直交表

●割付の事例（ii）

	A	B	$A×B$	水準組合せ	観測値
No.	（1）	（2）	（3）		
1	1	1	1	A1B1	0
2	1	-1	-1	A1B2	6
3	-1	1	-1	A2B1	8
4	-1	-1	1	A2B2	10
列名（成分）	a		a		
		b	b		

割付なし

	A	B	誤差	水準組合せ	観測値
No.	（1）	（2）	（3）		
1	1	1	1	A1B1	0
2	1	-1	-1	A1B2	6
3	-1	1	-1	A2B1	8
4	-1	-1	1	A2B2	10
列名（成分）	a		a		
		b	b		

(1) 列に A、(2) 列に B、(3) 列に A×B を割付
効果と平方和を求められるが、*F* 検定はできない

要因	平方和	自由度	平均平方	*F* 値	*p* 値
A	36.0	1	36.0	計算できない	
B	16.0	1	16.0		
A*B	4.0	1	4.0		
T	56.0	3			

(1) 列に A、(2) 列に B、(3) 列を誤差とする
交互作用はないという前提で、*F* 検定ができる

要因	平方和	自由度	平均平方	*F* 値	*p* 値
A	36.0	1	36.0	2.25	0.374
B	16.0	1	16.0	4.00	0.295
誤差	4.0	1	4.0		
T	56.0	3			

誤差の自由度は小さすぎる

補足： L_4 (2^3) 直交表

p.215

LINEST 関数で、残差平方和は求められなかった

●割付の事例（ii）

	A	B	$A\times B$	水準組合せ	観測値
No.	（1）	（2）	（3）		
1	1	1	1	A1B1	0
2	1	-1	-1	A1B2	6
3	-1	1	-1	A2B1	8
4	-1	-1	1	A2B2	10
列名（成分）	a		a		
		b	b		

(1) 列に A、(2) 列に B、(3) 列に A×B を割付
効果と平方和を求められるが、*F* 検定はできない

要因	平方和	自由度	平均平方	*F* 値	*p* 値
A	36.0	1	36.0	計算できない	
B	16.0	1	16.0		
A*B	4.0	1	4.0		
T	56.0	3			

	A	B	誤差	水準組合せ	観測値
No.	（1）	（2）	（3）		
1	1	1	1	A1B1	0
2	1	-1	-1	A1B2	6
3	-1	1	-1	A2B1	8
4	-1	-1	1	A2B2	10
列名（成分）	a		a		
		b	b		

(1) 列に A、(2) 列に B、(3) 列を誤差とする
交互作用はないという前提で、*F* 検定ができる

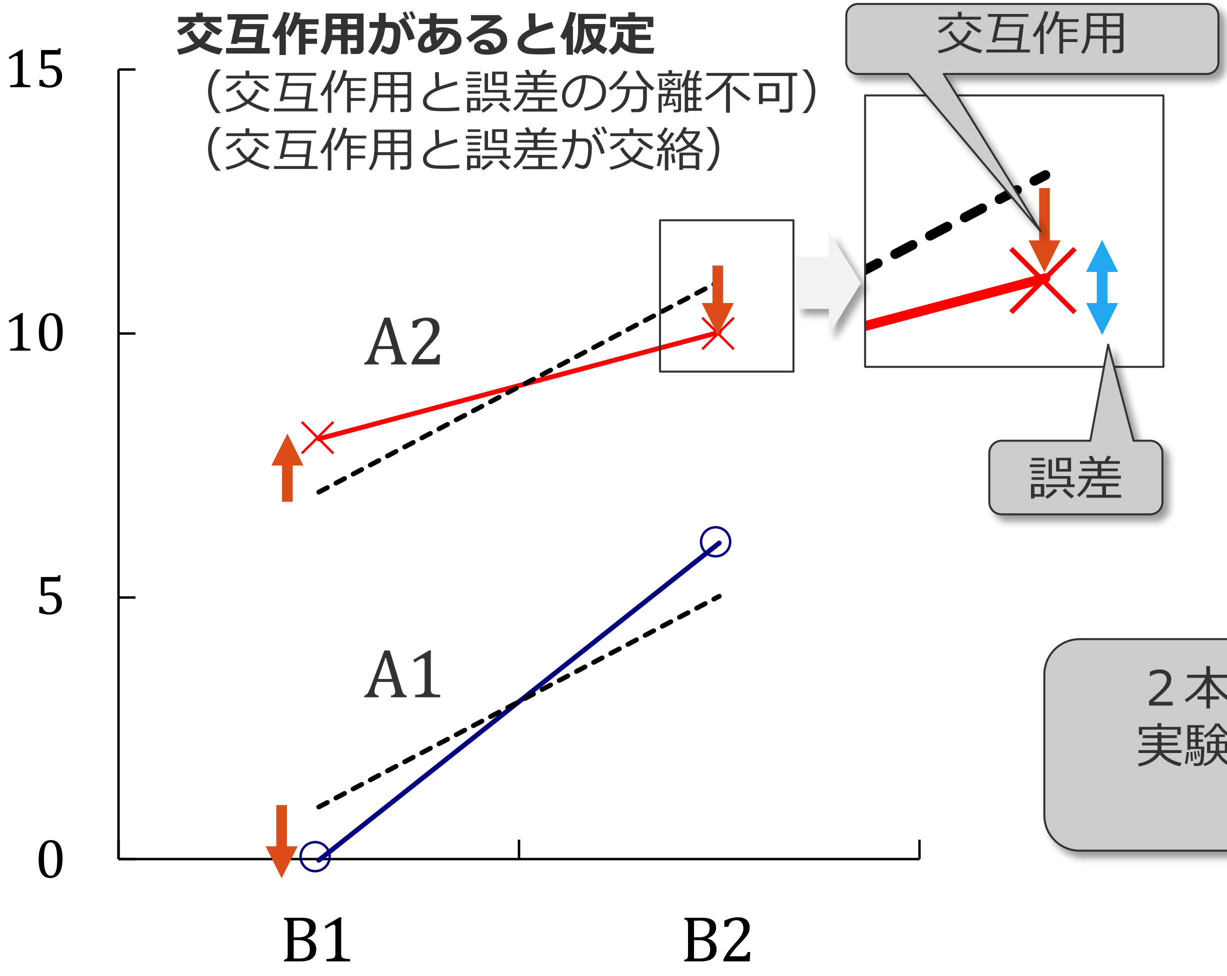
要因	平方和	自由度	平均平方	*F* 値	*p* 値
A	36.0	1	36.0	2.25	0.374
B	16.0	1	16.0	4.00	0.295
誤差	4.0	1	4.0		
T	56.0	3			

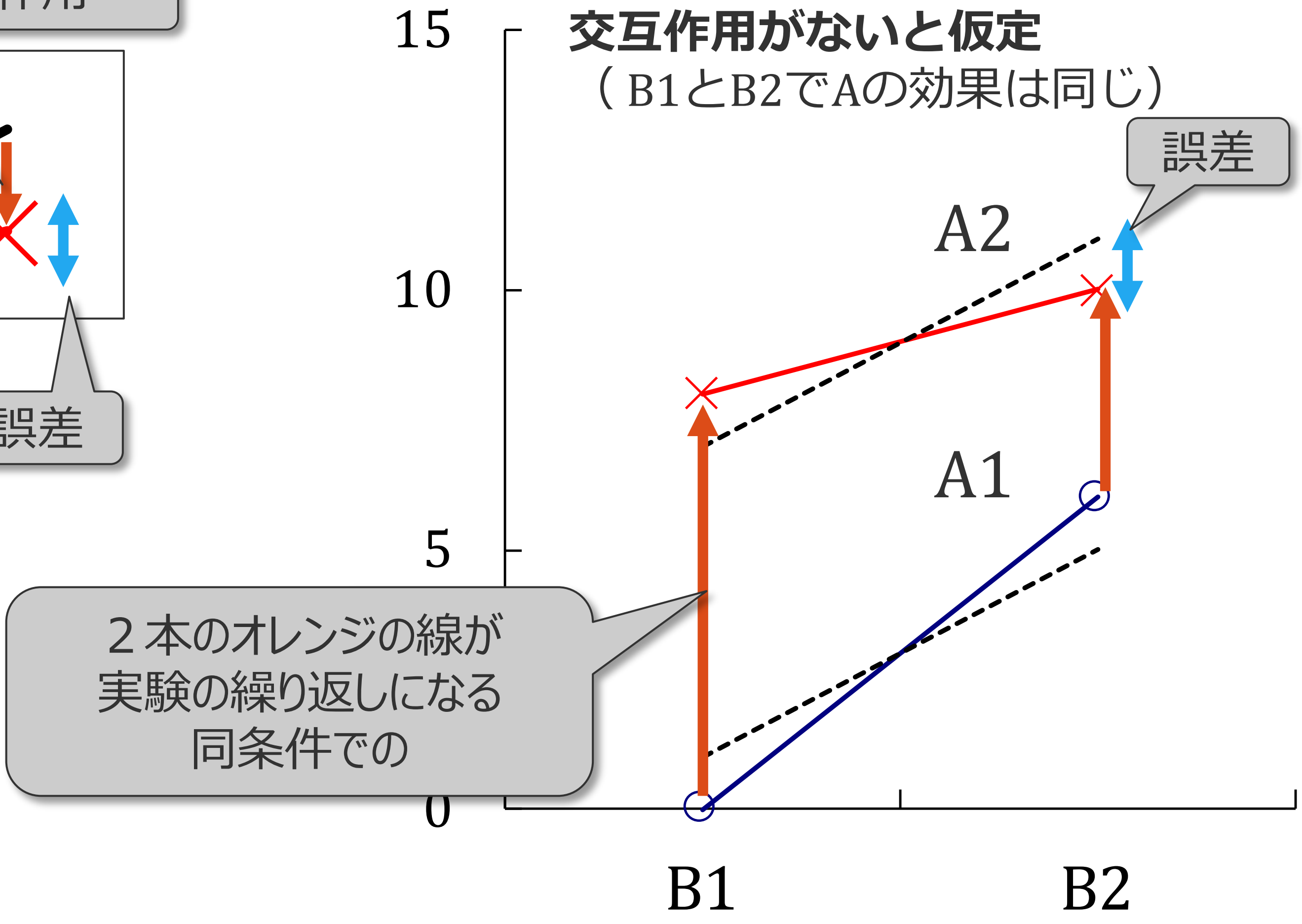
交互作用はない

補足： L_4 (2^3) 直交表

p.215

●割付の事例（ii）





２本のオレンジの線が実験の繰り返しになる同条件での

補足： L_4 (2^3) 直交表

●割付の事例（iii）

	A	B	$\boxed{A\times B}$	水準組合せ	観測値
No.	（1）	（2）	（3）		
1	1	1	1	A1B1	0
2	1	-1	-1	A1B2	6
3	-1	1	-1	A2B1	8
4	-1	-1	1	A2B2	10
列名（成分）	a		a		
		b	b		

(1) 列に A、(2) 列に B、(3) 列に A×B を割付

$$a = (1\times 0 + 1\times 6 + (-1)\times 8 + (-1)\times 10)/4 = -3$$

$$b = (1\times 0 + (-1)\times 6 + 1\times 8 + (-1)\times 10)/4 = -2$$

$$\boxed{(ab)} = (1\times 0 + (-1)\times 6 + (-1)\times 8 + 1\times 10)/4 = -1$$

	A	B	$\boxed{\mathrm{C}}$	水準組合せ	観測値
No.	（1）	（2）	（3）		
1	1	1	1	A1B1C1	0
2	1	-1	-1	A1B2C2	6
3	-1	1	-1	A2B1C2	8
4	-1	-1	1	A2B2C1	10
列名（成分）	a		a		
		b	b		

因子Cが加わる

(1) 列に A、(2) 列に B、(3) 列に C 列を割付

$$a = (1\times 0 + 1\times 6 + (-1)\times 8 + (-1)\times 10)/4 = -3$$

$$b = (1\times 0 + (-1)\times 6 + 1\times 8 + (-1)\times 10)/4 = -2$$

$$\boxed{c} = (1\times 0 + (-1)\times 6 + (-1)\times 8 + 1\times 10)/4 = -1$$

交互作用はないと言う前提で交互作用を割り付けない

交互作用の－１は因子C の推定になる

誤差が評価できないので、F 検定はできない

補足： L$_4$ (2^3) 直交表

p.215

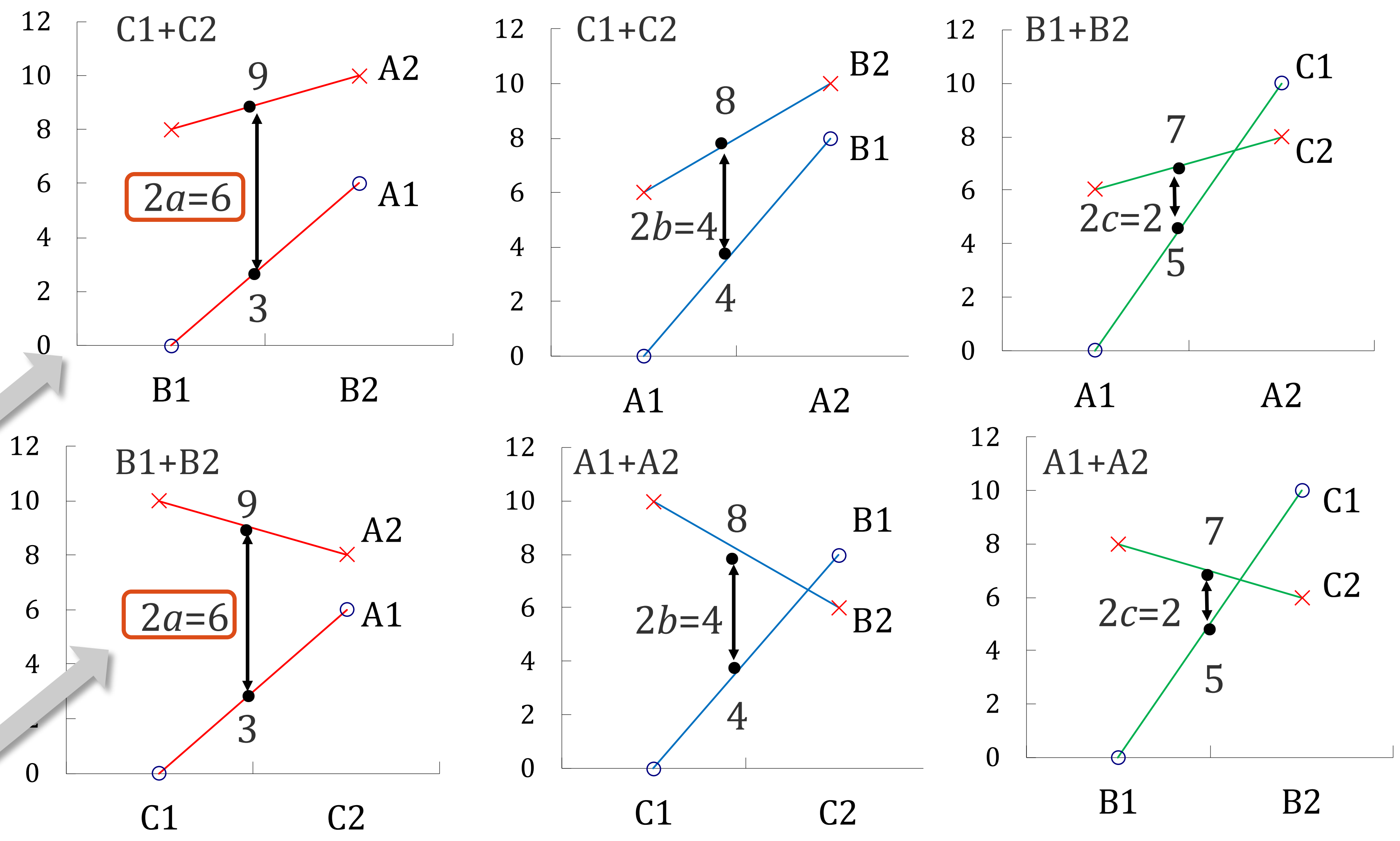
●割付の事例（iii）

水準組合せと観測値

No.	A	B	C	観測値
1	A1	B1	C1	0
2	A1	B2	C2	6
3	A2	B1	C2	8
4	A2	B2	C1	10

	B$_1$	B$_2$	平均
A$_1$	0	6	3
A$_2$	8	10	9

	C1	C2	平均
A$_1$	0	6	3
A$_2$	10	8	9



補足： L_4 (2^3) 直交表

p.215

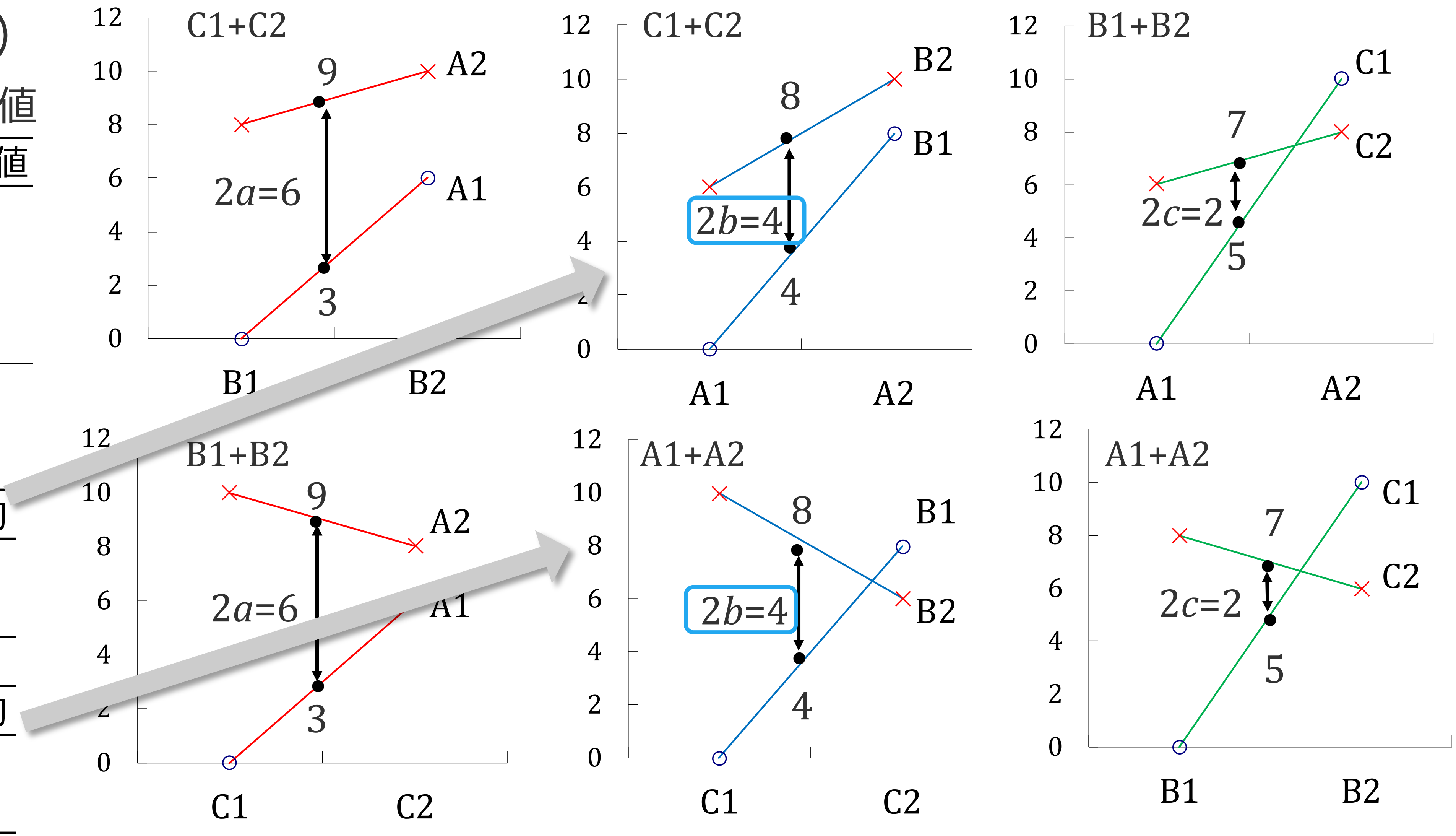
●割付の事例（iii）

水準組合せと観測値

No.	A	B	C	観測値
1	A1	B1	C1	0
2	A1	B2	C2	6
3	A2	B1	C2	8
4	A2	B2	C1	10

	A_1	A_2	平均
B_1	0	8	4
B_2	6	10	8

	C1	C2	平均
B_1	0	8	4
B2	10	6	8



補足： L_4 (2^3) 直交表

p.215

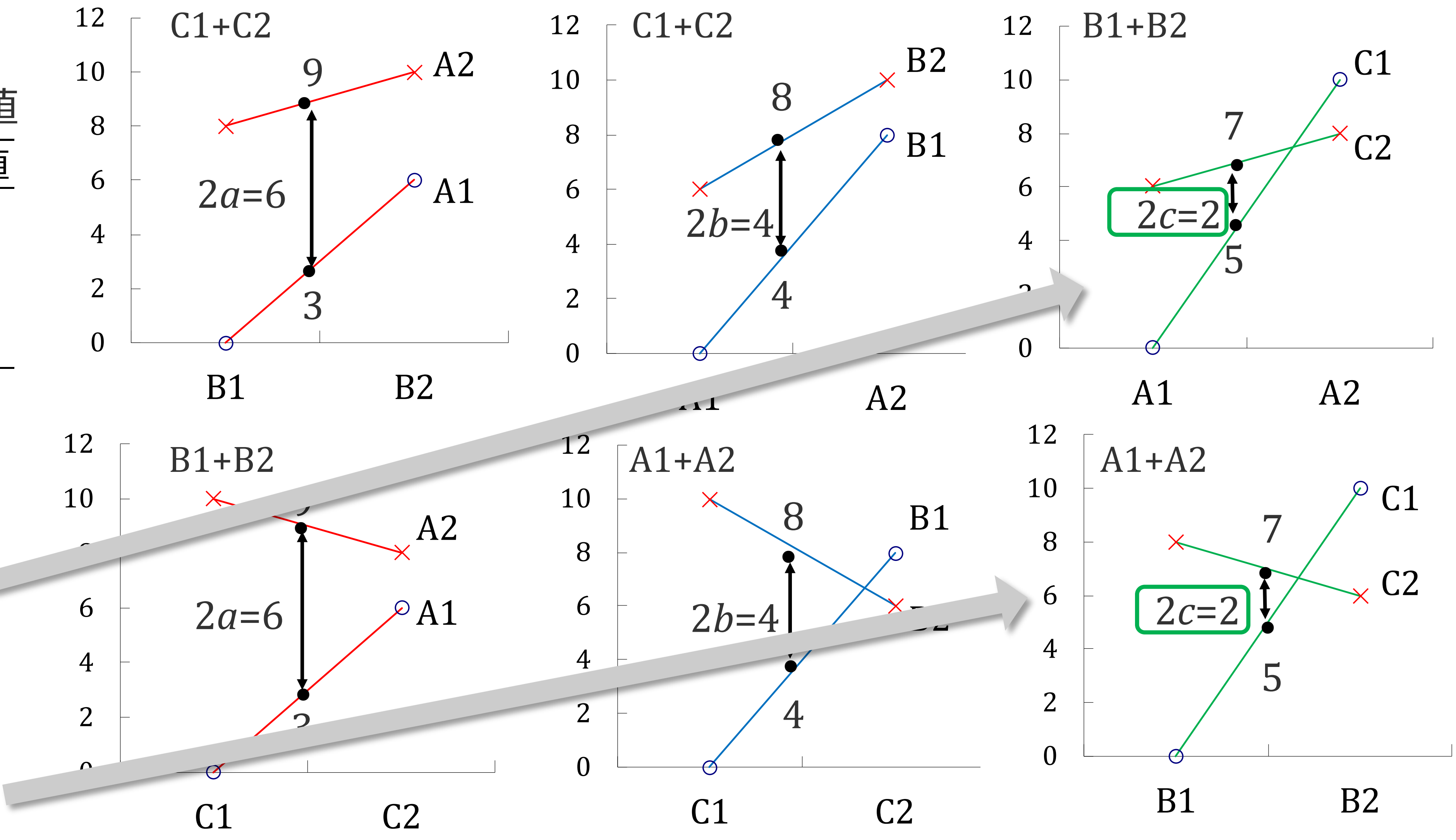
●割付の事例（iii）

水準組合せと観測値

No.	A	B	C	観測値
1	A1	B1	C1	0
2	A1	B2	C2	6
3	A2	B1	C2	8
4	A2	B2	C1	10

	A1	A2	平均
C_1	0	10	5
C_2	6	8	7

	B1	B2	平均
C_1	0	10	5
C_2	8	6	7



補足： $L_4 (2^3)$ 直交表

p.215

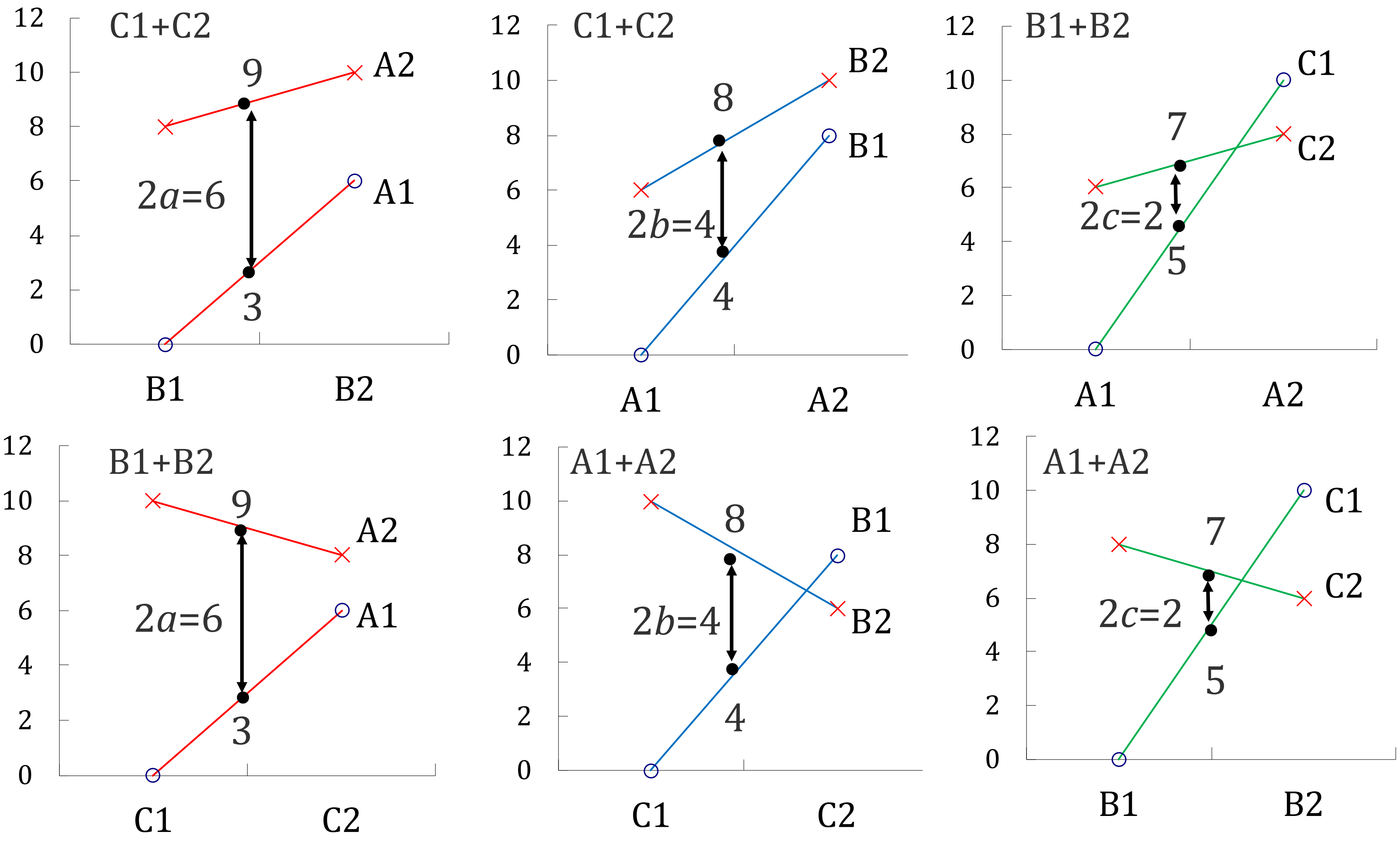
●割付の事例（iii）

水準組合せと観測値

No.	A	B	C	観測値
1	A1	B1	C1	0
2	A1	B2	C2	6
3	A2	B1	C2	8
4	A2	B2	C1	10

効果と平方和

要因	効果	平方和
A	-3.00	36.00
B	-2.00	16.00
C	-1.00	4.00



補足：３因子実験（２水準）の計算方法

p.215

●効果と平方和の算出

３因子実験

因子：A, B, C（質的因子と見なす）

各因子は２水準

（A1,A2）、（B1,B2）、（C1,C2）

水準の組合せ数は2×2×2＝8

同一水準での繰り返しはない

（繰り返しのない３因子実験）

2 × 2 × 2 ＝ 8　８回の実験

表示6.1.1（改変）

実験番号	要因			観測値
	A	B	C	
1	A1	B1	C1	4
2	A1	B1	C2	8
3	A1	B2	C1	8
4	A1	B2	C2	14
5	A2	B1	C1	8
6	A2	B1	C2	15
7	A2	B2	C1	9
8	A2	B2	C2	14

表示6.1.2（一部）

要因	効果	平方和
A	-1.50	18.0
B	-1.25	12.5
C	-2.75	60.5
A*B	-1.25	12.5
A*C	0.25	0.5
B*C	0.00	0.0
e		2.0
T		106.0

補足：３因子実験（２水準）の計算方法

p.215

●効果と平方和の算出

$$a = (4+8+8+14-8-15-9-14)/8 = -1.50$$
$$b = (4+8-8-14+8+15-9-14)/8 = -1.25$$
$$c = (4-8+8-14+8-15+9-14)/8 = -2.75$$
$$(ab) = (4+8-8-14-8-15+9+14)/8 = -1.25$$
$$(ac) = (4-8+8-14-8+15-9+14)/8 = 0.25$$
$$(bc) = (4-8-8+14+8-15-9+14)/8 = 0.00$$
$$e = (4-8-8+14-8+15+9-14)/8 = 4.00$$

$$S_A = (4+8+8+14-8-15-9-14)^2/8 = 18.0$$
$$S_B = (4+8-8-14+8+15-9-14)^2/8 = 12.5$$
$$S_C = (4-8+8-14+8-15+9-14)^2/8 = 60.5$$
$$S_{A\times B} = (4+8-8-14-8-15+9+14)^2/8 = 12.5$$
$$S_{A\times C} = (4-8+8-14-8+15-9+14)^2/8 = 0.5$$
$$S_{B\times C} = (4-8-8+14+8-15-9+14)^2/8 = 0$$
$$S_e = (4-8-8+14-8+15+9-14)^2/8 = 2.0$$

表示6.1.1（改変）

実験番号	要因			観測値
	A	B	C	
1	A1	B1	C1	4
2	A1	B1	C2	8
3	A1	B2	C1	8
4	A1	B2	C2	14
5	A2	B1	C1	8
6	A2	B1	C2	15
7	A2	B2	C1	9
8	A2	B2	C2	14

表示6.1.2（一部）

要因	効果	平方和
A	-1.50	18.0
B	-1.25	12.5
C	-2.75	60.5
A*B	-1.25	12.5
A*C	0.25	0.5
B*C	0.00	0.0
e		2.0
T		106.0

観測値から機械的に算出が可能

補足：３因子実験（２水準）の計算方法

p.215

●効果と平方和の算出

$$
\begin{aligned}
a \quad &= (4+8+8+14-8-15-9-14)/8 = -1.50\\
b \quad &= (4+8-8-14+8+15-9-14)/8 = -1.25\\
c \quad &= (4-8+8-14+8-15+9-14)/8 = -2.75\\
(ab) &= (4+8-8-14-8-15+9+14)/8 = -1.25\\
(ac) &= (4-8+8-14-8+15-9+14)/8 = 0.25\\
(bc) &= (4-8-8+14+8-15-9+14)/8 = 0.00\\
e \quad &= (4-8-8+14-8+15+9-14)/8 = 4.00
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
S_A &= (4+8+8+14-8-15-9-14)^2/8 = 18.0\\
S_B &= (4+8-8-14+8+15-9-14)^2/8 = 12.5\\
S_C &= (4-8+8-14+8-15+9-14)^2/8 = 60.5\\
S_{A\times B} &= (4+8-8-14-8-15+9+14)^2/8 = 12.5\\
S_{A\times C} &= (4-8+8-14-8+15-9+14)^2/8 = 0.5\\
S_{B\times C} &= (4-8-8+14+8-15-9+14)^2/8 = 0\\
S_e &= (4-8-8+14-8+15+9-14)^2/8 = 2.0
\end{aligned}
$$

表示6.1.3（一部） ダミー変数

実験番号	A	B	C	A*B	A*C	B*C	y
1	1	1	1	1	1	1	4
2	1	1	-1	1	-1	-1	8
3	1	-1	1	-1	1	-1	8
4	1	-1	-1	-1	-1	1	14
5	-1	1	1	-1	-1	1	8
6	-1	1	-1	-1	1	-1	15
7	-1	-1	1	1	-1	-1	9
8	-1	-1	-1	1	1	1	14

（ ）の中は、
ダミー変数 と y の積和

補足：３因子実験（２水準）の計算方法

p.215

●効果と平方和の算出

$$a \quad = (\boxed{4+8+8+14-8-15-9-14})/8 = -1.50$$
$$b \quad = (4+8-8-14+8+15-9-14)/8 = -1.25$$
$$c \quad = (4-8+8-14+8-15+9-14)/8 = -2.75$$
$$(ab) = (4+8-8-14-8-15+9+14)/8 = -1.25$$
$$(ac) = (4-8+8-14-8+15-9+14)/8 = 0.25$$
$$(bc) = (4-8-8+14+8-15-9+14)/8 = 0.00$$
$$e \quad = (4-8-8+14-8+15+9-14)/8 = 4.00$$

$$S_A \quad = (\boxed{4+8+8+14-8-15-9-14})^2/8 = 18.0$$
$$S_B \quad = (4+8-8-14+8+15-9-14)^2/8 = 12.5$$
$$S_C \quad = (4-8+8-14+8-15+9-14)^2/8 = 60.5$$
$$S_{A\times B} = (4+8-8-14-8-15+9+14)^2/8 = 12.5$$
$$S_{A\times C} = (4-8+8-14-8+15-9+14)^2/8 = 0.5$$
$$S_{B\times C} = (4-8-8+14+8-15-9+14)^2/8 = 0$$
$$S_e \quad = (4-8-8+14-8+15+9-14)^2/8 = 2.0$$

表示6.1.3（一部） ダミー変数

実験番号	A	B	C	A*B	A*C	B*C	y
1	1	1	1	1	1	1	4
2	1	1	-1	1	-1	-1	8
3	1	-1	1	-1	1	-1	8
4	1	-1	-1	-1	-1	1	14
5	-1	1	1	-1	-1	1	8
6	-1	1	-1	-1	1	-1	15
7	-1	-1	1	1	-1	-1	9
8	-1	-1	-1	1	1	1	14

ダミー変数 A と y の積和

$$1\times 4+1\times 8+1\times 8+1\times 14+(-1)\times 8$$
$$+(-1)\times 15+(-1)\times 9+(-1)\times 14$$

補足：３因子実験（２水準）の計算方法

p.215

●効果と平方和の算出

$$a \quad = (4+8+8+14-8-15-9-14)/8 = -1.50$$
$$b \quad = (4+8-8-14+8+15-9-14)/8 = -1.25$$
$$c \quad = (4-8+8-14+8-15+9-14)/8 = -2.75$$
$$(ab) = (4+8-8-14-8-15+9+14)/8 = -1.25$$
$$(ac) = (4-8+8-14-8+15-9+14)/8 = 0.25$$
$$(bc) = \boxed{(4-8-8+14+8-15-9+14}\,)/8 = 0.00$$
$$e \quad = (4-8-8+14-8+15+9-14)/8 = 4.00$$

$$S_A \quad = (4+8+8+14-8-15-9-14)^2/8 = 18.0$$
$$S_B \quad = (4+8-8-14+8+15-9-14)^2/8 = 12.5$$
$$S_C \quad = (4-8+8-14+8-15+9-14)^2/8 = 60.5$$
$$S_{A\times B} = (4+8-8-14-8-15+9+14)^2/8 = 12.5$$
$$S_{A\times C} = (4-8+8-14-8+15-9+14)^2/8 = 0.5$$
$$S_{B\times C} = (\boxed{4-8-8+14+8-15-9+14})^2/8 = 0$$
$$S_e \quad = (4-8-8+14-8+15+9-14)^2/8 = 2.0$$

表示6.1.3（一部） ダミー変数

実験番号	A	B	C	A*B	A*C	B*C	y
1	1	1	1	1	1	1	4
2	1	1	-1	1	-1	-1	8
3	1	-1	1	-1	1	-1	8
4	1	-1	-1	-1	-1	1	14
5	-1	1	1	-1	-1	1	8
6	-1	1	-1	-1	1	-1	15
7	-1	-1	1	1	-1	-1	9
8	-1	-1	-1	1	1	1	14

ダミー変数 A と y の積和

$$1 \times 4 + (-1) \times 8 + (-1) \times 8 + 1 \times 14$$
$$+1 \times 8 + (-1) \times 15 + (-1) \times 9 + 1 \times 14$$

補足：３因子実験（２水準）の計算方法

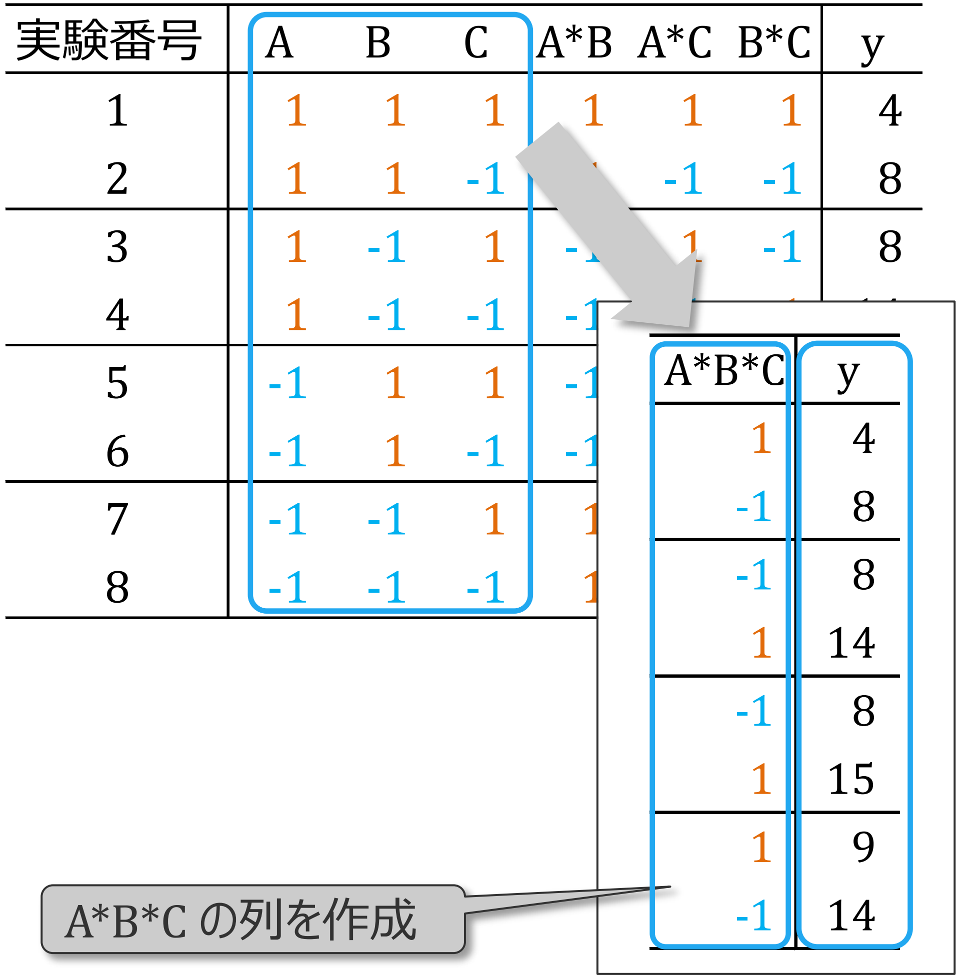
p.215

●効果と平方和の算出

$$a \quad = (4+8+8+14-8-15-9-14)/8 = -1.50$$
$$b \quad = (4+8-8-14+8+15-9-14)/8 = -1.25$$
$$c \quad = (4-8+8-14+8-15+9-14)/8 = -2.75$$
$$(ab) = (4+8-8-14-8-15+9+14)/8 = -1.25$$
$$(ac) = (4-8+8-14-8+15-9+14)/8 = 0.25$$
$$(bc) = (4-8-8+14+8-15-9+14)/8 = 0.00$$
$$e \quad = \boxed{(4-8-8+14-8+15+9-14}\,)/8 = 4.00$$

$$S_A \quad = (4+8+8+14-8-15-9-14)^2/8 = 18.0$$
$$S_B \quad = (4+8-8-14+8+15-9-14)^2/8 = 12.5$$
$$S_C \quad = (4-8+8-14+8-15+9-14)^2/8 = 60.5$$
$$S_{A\times B} = (4+8-8-14-8-15+9+14)^2/8 = 12.5$$
$$S_{A\times C} = (4-8+8-14-8+15-9+14)^2/8 = 0.5$$
$$S_{B\times C} = (4-8-8+14+8-15-9+14)^2/8 = 0$$
$$S_e \quad = \boxed{(4-8-8+14-8+15+9-14}\,)^2/8 = 2.0$$

表示6.1.3（一部） ダミー変数



実験番号	A	B	C	A*B	A*C	B*C	y
1	1	1	1	1	1	1	4
2	1	1	-1		-1	-1	8
3	1	-1	1	-1	1	-1	8
4	1	-1	-1	-1			
5	-1	1	1	-1			
6	-1	1	-1	-1			
7	-1	-1	1	1			
8	-1	-1	-1	1			

A*B*C	y
1	4
-1	8
-1	8
1	14
-1	8
1	15
1	9
-1	14

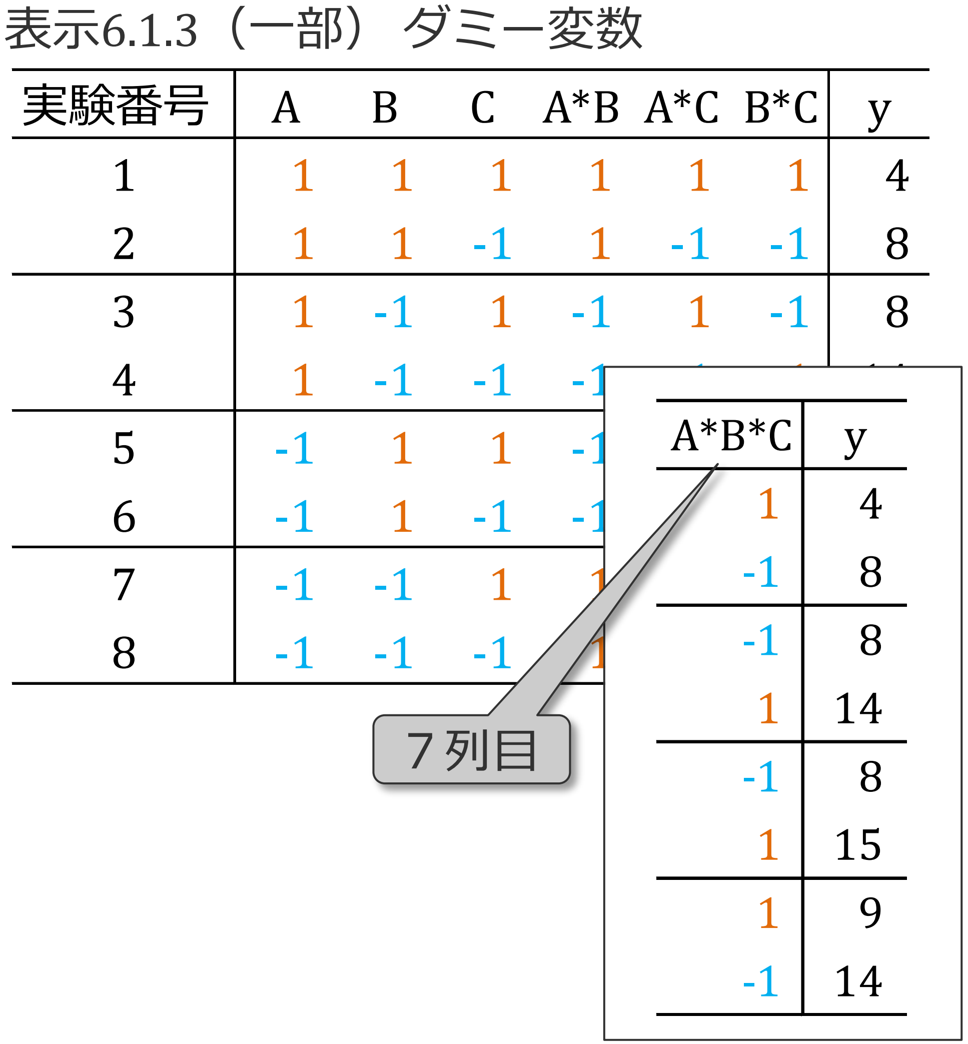
A*B*C の列を作成

補足： $L_8(2^7)$ 直交表

p.215

- ダミー変数から $L_8(2^7)$ 直交表へ

行番号 No.	列番号 (1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	-1	-1	-1	-1
3	1	-1	-1	1	1	-1	-1
4	1	-1	-1	-1	-1	1	1
5	-1	1	-1	1	-1	1	-1
6	-1	1	-1	-1	1	-1	1
7	-1	-1	1	1	-1	-1	1
8	-1	-1	1	-1	1	1	-1
列名	a	b	a b	c	a c	b c	a b c



表示6.1.3（一部） ダミー変数

実験番号	A	B	C	A*B	A*C	B*C	y
1	1	1	1	1	1	1	4
2	1	1	-1	1	-1	-1	8
3	1	-1	1	-1	1	-1	8
4	1	-1	-1	-1			
5	-1	1	1	-1			
6	-1	1	-1	-1			
7	-1	-1	1	1			
8	-1	-1	-1	1			

A*B*C	y
1	4
-1	8
-1	8
1	14
-1	8
1	15
1	9
-1	14

７列目

補足：$L_8(2^7)$ 直交表

- $L_8(2^7)$ 直交表の特徴

行番号	列番号						
No.	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	-1	-1	-1	-1
3	1	-1	-1	1	1	-1	-1
4	1	-1	-1	-1	-1	1	1
5	-1	1	-1	1	-1	1	-1
6	-1	1	-1	-1	1	-1	1
7	-1	-1	1	1	-1	-1	1
8	-1	-1	1	-1	1	1	-1
列名	a		a		a		a
		b	b			b	b
				c	c	c	c

列番号は（）付き

列の順番が入替り

「-1」を「2」と表記する本が多い

因子と区別するために小文字

表示6.1.3（一部） ダミー変数

実験番号	A	B	C	A*B	A*C	B*C	y
1	1	1	1	1	1	1	4
2	1	1	-1	1	-1	-1	8
3	1	-1	1	-1	1	-1	8
4	1	-1	-1	-1			
5	-1	1	1	-1			
6	-1	1	-1	-1			
7	-1	-1	1	1			
8	-1	-1	-1	1			

A*B*C	y
1	4
-1	8
-1	8
1	14
-1	8
1	15
1	9
-1	14

７列目

補足： $L_8(2^7)$ 直交表

p.215

- $L_8(2^7)$ 直交表の特徴

行番号 No.	列番号 (1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	-1	-1	-1	-1
3	1	-1	-1	1	1	-1	-1
4	1	-1	-1	-1	-1	1	1
5	-1	1	-1	1	-1	1	-1
6	-1	1	-1	-1	1	-1	1
7	-1	-1	1	1	-1	-1	1
8	-1	-1	1	-1	1	1	-1
列名	a		a		a		a
		b	b			b	b
				c	c	c	c


列の順番

列番号と列名の関係

列番号	2進数表示			列名
	c	b	a	
(1)	0	0	1	a
(2)	0	1	0	b
(3)	0	1	1	b a
(4)	1	0	0	c
(5)	1	0	1	c a
(6)	1	1	0	c b
(7)	1	1	1	c b a

列の順番は２進数表示に由来

補足： $L_8(2^7)$ 直交表

p.215

- $L_8(2^7)$ 直交表の特徴

行番号	列番号						
No.	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	-1	-1	-1	-1
3	1	-1	-1	1	1	-1	-1
4	1	-1	-1	-1	-1	1	1
5	-1	1	-1	1	-1	1	-1
6	-1	1	-1	-1	1	-1	1
7	-1	-1	1	1	-1	-1	1
8	-1	-1	1	-1	1	1	-1
列名	a	b	a b	c	a c	b c	a b c

（i） $L_8(2^7)$

L：ラテン方格法（Latin square）の頭文字

8：実験規模（**行番号**）

2：２水準の実験系

7：要因（誤差を含む）の最大数（**列番号**）

（ii）数値

列には -1 と 1 が 4 回ずつ現れる（和は 0）

どの 2 列をとっても（1,1）（1,-1）（-1,1）（-1,-1）の 4 つの組が 2 回ずつ出現

→任意の 2 列の積和は 0

＝ この 2 列は**直交**する

補足： $L_8(2^7)$ 直交表

p.215

- $L_8(2^7)$ 直交表の利用方法

行番号 No.	列番号 (1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	-1	-1	-1	-1
3	1	-1	-1	1	1	-1	-1
4	1	-1	-1	-1	-1	1	1
5	-1	1	-1	1	-1	1	-1
6	-1	1	-1	-1	1	-1	1
7	-1	-1	1	1	-1	-1	1
8	-1	-1	1	-1	1	1	-1
列名	a	b	a b	c	a c	b c	a b c

(i) (1)～(7)列は対等な役割を担うと考える

(ii) 各列の主効果と交互作用の関係

任意の２列に対応した交互作用の列がある

列名（成分）で判断、ルール $a^2 = b^2 = c^2 = 1$

(5) 列と (6) 列の交互作用は (3) 列に**現れる**

$$ac \times bc = abc^2 = ab$$

(5) 列と (7) 列の交互作用は (2) 列に現れる

$$ac \times abc = a^2bc^2 = b$$

(iii) **割付**：列に因子、交互作用を対応付けること

(iv) **別名**な関係（**交絡**関係）になる場合

２列に因子を割り付けた後、
この交互作用が出現する列に他の因子を
割付けると、両者を分離できなくなる

補足： $L_8(2^7)$ 直交表

p.215

- $L_8(2^7)$ 直交表の利用方法

行番号 No.	列番号 (1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	-1	-1	-1	-1
3	1	-1	-1	1	1	-1	-1
4	1	-1	-1	-1	-1	1	1
5	-1	1	-1	1	-1	1	-1
6	-1	1	-1	-1	1	-1	1
7	-1	-1	1	1	-1	-1	1
8	-1	-1	1	-1	1	1	-1
列名	a	b	a b	c	a c	b c	a b c

(i) (1)～(7)列は対等な役割を担うと考える

(ii) 各列の主効果と交互作用の関係

任意の２列に対応した交互作用の列がある

列名（成分）で判断、ルール $a^2 = b^2 = c^2 = 1$

(5) 列と (6) 列の交互作用は (3) 列に**現れる**

$$ac \times bc = abc^2 = ab$$

(5) 列と (7) 列の交互作用は (2) 列に現れる

$$ac \times abc = a^2bc^2 = b$$

(iii) **割付**：列に因子、交互作用を対応付けること

(iv) **別名**な関係（**交絡**関係）になる場合

２列に因子を割り付けた後、
この交互作用が出現する列に他の因子を
割付けると、両者を分離できなくなる

補足： $L_8(2^7)$ 直交表

p.215

- $L_8(2^7)$ 直交表の利用方法

事例１：交互作用が無視できるとき

行番号	列番号						
No.	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	-1	-1	-1	-1
3	1	-1	-1	1	1	-1	-1
4	1	-1	-1	-1	-1	1	1
5	-1	1	-1	1	-1	1	-1
6	-1	1	-1	-1	1	-1	1
7	-1	-1	1	1	-1	-1	1
8	-1	-1	1	-1	1	1	-1
列名	a		a		a		a
		b	b			b	b
				c	c	c	c

(i) 解析対象の主効果を設定

A, B, C, D, E・・・自由度５

(ii) 直交表を選ぶ

因子の自由度４→ $L_8(2^7)$ 直交表

通常の２水準の４因子実験

$2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$

直交表による実験

８回の実験で結果が得られる

実験回数が半減

補足： $L_8(2^7)$ 直交表

p.215

● $L_8(2^7)$ 直交表の利用方法

事例１：交互作用が無視できるとき

	A	B		C		D	E		
No.	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	水準組合せ	
1	1	1	1	1	1	1	1	A1B1C1D1E1	
2	1	[illegible]	[illegible]	-1	-1	-1	-1	A1B1C2D2E2	
3	1	-1	-1	1	1	-1	-1	A1B2C1D2E2	
4	1	-1	-1	-1	-1	1	1	A1B2C2D1E1	
5	-1	1	-1	1	-1	1	-1	A2B1C1D1E2	
6	-1	1	-1	-1	1	-1	1	A2B1C2D2E1	
7	-1	-1	1	1	-1	-1	1	A2B2C1D2E1	
8	-1	-1	1	-1	1	1	-1	A2B2C2D1E2	
列名	a	b	a b	c	a c	b c	a b c		

割付

誤差

1 → 1
-1 → 2

(i) 解析対象の主効果を設定
A, B, C, D, E・・・自由度 5

(ii) 直交表を選ぶ
因子の自由度 4 → $L_8(2^7)$ 直交表

(iii) 因子の割付
因子を列に割付ける
割付けない列は誤差の列になる

(iv) ８組の水準組合せを求める
１：第１水準、－１：第２水準
（１と２の直交表がある理由）

補足： $L_8(2^7)$ 直交表

p.215

- $L_8(2^7)$ 直交表の利用方法

事例１：交互作用が無視できるとき

実験して
観測値を得る

	A	B		C		D	E	水準組合せ	観測値
No.	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)		
1	1	1	1	1	1	1	1	A1B1C1D1E1	70.1
2	1	1	1	-1	-1	-1	-1	A1B1C2D2E2	69.5
3	1	-1	-1	1	1	-1	-1	A1B2C1D2E2	71.1
4	1	-1	-1	-1	-1	1	1	A1B2C2D1E1	71.5
5	-1	1	-1	1	-1	1	-1	A2B1C1D1E2	68.1
6	-1	1	-1	-1	1	-1	1	A2B1C2D2E1	70.5
7	-1	-1	1	1	-1	-1	1	A2B2C1D2E1	71.9
8	-1	-1	1	-1	1	1	-1	A2B2C2D1E2	68.5
列名	a	b	a b	c	a c	b c	a b c		

(i) 解析対象の主効果を設定

A, B, C, D, E・・・自由度 5

(ii) 直交表を選ぶ

因子の自由度 4 → $L_8(2^7)$ 直交表

(iii) 因子の割付

因子を列に割付ける

割付けない列は誤差の列になる

(iv) ８組の水準組合せを求める

１：第１水準、－１：第２水準

（１と２の直交表がある理由）

(v) 実験１～８を無作為に実施

観測値を得る

補足：$L_8(2^7)$ 直交表

p.215

- $L_8(2^7)$ 直交表の利用方法

  事例１：交互作用が無視できるとき

	A	B		C		D	E	水準組合せ	観測値
No.	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)		
1	1	1	1	1	1	1	1	A1B1C1D1E1	70.1
2	1	1	1	-1	-1	-1	-1	A1B1C2D2E2	69.5
3	1	-1	-1	1	1	-1	-1	A1B2C1D2E2	71.1
4	1	-1	-1	-1	-1	1	1	A1B2C2D1E1	71.5
5	-1	1	-1	1	-1	1	-1	A2B1C1D1E2	68.1
6	-1	1	-1	-1	1	-1	1	A2B1C2D2E1	70.5
7	-1	-1	1	1	-1	-1	1	A2B2C1D2E1	71.9
8	-1	-1	1	-1	1	1	-1	A2B2C2D1E2	68.5
列名	a	b	a b	c	a c	b c	a b c		

全ての水準組合せは、2×2×2×2×2＝**32 回**

交互作用を考慮しない場合、**8 回**の実験で結果が得られる

飼料成分の効果を比較する飼育実験（人工データ）

因子と２水準（mg）

因子	飼料成分	第１水準	第２水準
A	B_{12}	50.0	10.0
B	コリン	3.2	2.5
C	ビオチン	1.2	0.5
D	葉酸	10.0	3.0
E	ニコチン酸	4.0	1.0

A1，A2

好ましいと予想

される条件を

第１水準

分散分析表

因子	平方和	自由度	平均平方	F値	p値
A	1.28	1	1.28	9.85	0.088
B	2.88	1	2.88	22.15	0.042
C	0.18	1	0.18	1.38	0.360
D	2.88	1	2.88	22.15	0.042
E	5.78	1	5.78	44.46	0.022
誤差	0.13	2	0.07		
全体	13.26	7			

補足： $L_8(2^7)$ 直交表

p.215

- $L_8(2^7)$ 直交表の利用方法

事例１：交互作用が無視できるとき

	A	B		C		D	E	水準組合せ	観測値
No.	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)		
1	1	1	1	1	1	1	1	A1B1C1D1E1	70.1
2	1	1	1	-1	-1	-1	-1	A1B1C2D2E2	69.5
3	1	-1	-1	1	1	-1	-1	A1B2C1D2E2	71.1
4	1	-1	-1	-1	-1	1	1	A1B2C2D1E1	71.5
5	-1	1	-1	1	-1	1	-1	A2B1C1D1E2	68.1
6	-1	1	-1	-1	1	-1	1	A2B1C2D2E1	70.5
7	-1	-1	1	1	-1	-1	1	A2B2C1D2E1	71.9
8	-1	-1	1	-1	1	1	-1	A2B2C2D1E2	68.5
列名	a		a		a		a		
		b	b			b	b		
				c	c	c	c		

経験的に推定の結果が安定するために、誤差の自由度は少なくとも３、できれば５以上（山田, 2004）

飼料成分の効果を比較する飼育実験（人工データ）

因子と２水準（mg）

因子	飼料成分	第１水準	第２水準
A	B_{12}	50.0	10.0
B	コリン	3.2	2.5
C	ビオチン	1.2	0.5
D	葉酸	10.0	3.0
E	ニコチン酸	4.0	1.0

分散分析表

因子	平方和	自由度	平均平方	F 値	p 値
A	1.28	1	1.28	9.85	0.088
B	2.88	1	2.88	22.15	0.042
C	0.18	1	0.18	1.38	0.360
D	2.88	1	2.88	22.15	0.042
E	5.78	1	5.78		
誤差	0.13	2	0.07		
全体	13.26	7			

誤差の自由度
最低３は確保
推奨できる設定ではない

補足： $L_8(2^7)$ 直交表

p.215

- $L_8(2^7)$ 直交表の利用方法

  事例２：交互作用が無視できないとき

行番号	列番号						
No.	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	-1	-1	-1	-1
3	1	-1	-1	1	1	-1	-1
4	1	-1	-1	-1	-1	1	1
5	-1	1	-1	1	-1	1	-1
6	-1	1	-1	-1	1	-1	1
7	-1	-1	1	1	-1	-1	1
8	-1	-1	1	-1	1	1	-1
列名	a		a		a		a
		b	b			b	b
				c	c	c	c

(i) 解析対象の主効果と交互作用を設定

A, B, C, D, A×B, B×C・・・自由度 6

(ii) 直交表を選ぶ

因子の自由度 6 → $L_8(2^7)$ 直交表

補足： $L_8(2^7)$ 直交表

p.215

- $L_8(2^7)$ 直交表の利用方法

  事例２：交互作用が無視できないとき

交互作用が現れる

割付

		A			A×B		B		
No.	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)		
1	1	1	1	1	1	1	1		
2	1	1	1	-1	-1	-1	-1		
3	1	-1	-1	1	1	-1	-1		
4	1	-1	-1	-1	-1	1	1		
5	-1	1	-1	1	-1	1	-1		
6	-1	1	-1	-1	1	-1	1		
7	-1	-1	1	1	-1	-1	1		
8	-1	-1	1	-1	1	1	-1		
列名	a		a		a		a		
		b	b			b	b		
				c	c	c	c		

(i) 解析対象の主効果と交互作用を設定

A, B, C, D, A×B, B×C・・・自由度 6

(ii) 直交表を選ぶ

因子の自由度 6 → $L_8(2^7)$ 直交表

(iii) 因子の割付

A を (2) 列、B を (7) 列に割付

$a^2 = b^2 = c^2 = 1$

$$b \times abc = ab^2c = ac$$

(5) 列（列名 ac）に A×B が現れる

補足： $L_8(2^7)$ 直交表

p.215

- $L_8(2^7)$ 直交表の利用方法

事例２：交互作用が無視できないとき

交互作用が現れる

	C	A			A×B	B×C	B		
No.	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)		
1	1	1	1	1	1	1	1		
2	1	[illegible]	[illegible]	-1	-1	-1	-1		
3	1	-1	-1	1	1	-1	-1		
4	1	-1	-1	-1	-1	1	1		
5	-1	1	-1	1	-1	1	-1		
6	-1	1	-1	-1	1	-1	1		
7	-1	-1	1	1	-1	-1	1		
8	-1	-1	1	-1	1	1	-1		
列名	a		a		a		a		
		b	b			b	b		
				c	c	c	c		

割付

$a^2 = b^2 = c^2 = 1$

(i) 解析対象の主効果と交互作用を設定

A, B, C, D, A×B, B×C・・・自由度 6

(ii) 直交表を選ぶ

因子の自由度 6 → $L_8(2^7)$ 直交表

(iii) 因子の割付

A を (2) 列、B を (7) 列に割付

$$b \times abc = ab^2c = ac$$

(5) 列（列名 ac）に A×B が現れる

C を (1) 列に割付

$$a \times abc = a^2bc = bc$$

(6) 列（列名 bc）に B×C が現れる

補足： $L_8(2^7)$ 直交表

p.215

- $L_8(2^7)$ 直交表の利用方法

  事例２：交互作用が無視できないとき

	C	A	D		A×B	B×C	B		
No.	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)		
1	1	1	1	1	[illegible]	1	1		
2	[illegible]	[illegible]	1	-1	[illegible]	[illegible]	-1		
3	1	-1	-1	1	1	-1	-1		
4	1	-1	-1	-1	-1	1	1		
5	-1	1	-1	1	-1	1	-1		
6	-1	1	-1	-1	1	-1	1		
7	-1	-1	1	1	-1	-1	1		
8	-1	-1	1	-1	1	1	-1		
列名	a		a		a		a		
		b	b			b	b		
				c	c	c	c		

割付

誤差

(i) 解析対象の主効果と交互作用を設定

A, B, C, D, A×B, B×C・・・自由度 6

(ii) 直交表を選ぶ

因子の自由度 6 → $L_8(2^7)$ 直交表

(iii) 因子の割付

A を (2) 列、B を (7) 列に割付

$$b \times abc = ab^2c = ac$$

(5) 列（列名 ac）に A×B が現れる

C を (1) 列に割付

$$a \times abc = a^2bc = bc$$

(6) 列（列名 bc）に B×C が現れる

D を (3) 列に割付、(4) 列は誤差

誤差の自由度
不足している

補足： $L_8(2^7)$ 直交表

p.215

- $L_8(2^7)$ 直交表の利用方法

事例２：交互作用が無視できないとき

実験して
観測値を得る

	C	A	D		A×B	B×C	B	水準組合せ	観測値
No.	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)		
1	1	1	1	1	1	1	1	A1B1C1D1	70.1
2	1	1	1	-1	-1	-1	-1	A1B2C1D1	69.5
3	1	-1	-1	1	1	-1	-1	A2B2C1D2	71.1
4	1	-1	-1	-1	-1	1	1	A2B1C1D2	71.5
5	-1	1	-1	1	-1	1	-1	A1B2C2D2	68.1
6	-1	1	-1	-1	1	-1	1	A1B1C2D2	70.5
7	-1	-1	1	1	-1	-1	1	A2B1C2D1	71.9
8	-1	-1	1	-1	1	1	-1	A2B2C2D1	68.5
列名	a		a		a		a		
		b	b			b	b		
				c	c	c	c		

1 → 1
-1 → 2

(i) 解析対象の主効果と交互作用を設定

A, B, C, D, A×B, B×C・・・自由度６

(ii) 直交表を選ぶ

因子の自由度６→ $L_8(2^7)$ 直交表

(iii) 因子の割付

A を (2) 列、B を (7) 列に割付

$$b \times abc = ab^2c = ac$$

(5) 列（列名 ac）に A×B が現れる

C を (1) 列に割付

$$a \times abc = a^2bc = bc$$

(6) 列（列名 bc）に B×C が現れる

D を (3) 列に割付、(4) 列は誤差

(iv) ８組の水準組合せを求める

(v) 実験１～８を無作為に実施

補足： $L_8(2^7)$ 直交表

p.215

- $L_8(2^7)$ 直交表の利用方法

事例２：交互作用が無視できないとき

	C	A	D		A×B	B×C	B	水準組合せ	観測値
No.	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)		
1	1	1	1	1	1	1	1	A1B1C1D1	70.1
2	1	1	1	-1	-1	-1	-1	A1B2C1D1	69.5
3	1	-1	-1	1	1	-1	-1	A2B2C1D2	71.1
4	1	-1	-1	-1	-1	1	1	A2B1C1D2	71.5
5	-1	1	-1	1	-1	1	-1	A1B2C2D2	68.1
6	-1	1	-1	-1	1	-1	1	A1B1C2D2	70.5
7	-1	-1	1	1	-1	-1	1	A2B1C2D1	71.9
8	-1	-1	1	-1	1	1	-1	A2B2C2D1	68.5
列名	a	b	a b	c	a c	b c	a b c		

仮に、B×D の交互作用が大きかった場合

$$abc \times ab = a^2b^2c = c$$

(7) 列と (3) 列の交互作用は (4) 列に現れる

(4) 列は誤差として扱っているが、

その実体は B×D の交互作用かもしれない

（誤差と B×D の交互作用は交絡している）

仮に、C×D の交互作用が大きかった場合

$$a \times ab = a^2b = b$$

(1) 列と (3) 列の交互作用は (2) 列に現れる

(2) 列には因子 A を割付けているが、

その実体は C×D の交互作用かもしれない

考慮すべき交互作用と無視してもよい交互作用を慎重に区分する必要がある

補足： $L_8(2^7)$ 直交表

p.215

- $L_8(2^7)$ 直交表の利用方法

事例２：交互作用が無視できないとき

	C	A	D		A×B	B×C	B	水準組合せ	観測値
No.	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)		
1	1	1	1	1	1	1	1	A1B1C1D1	70.1
2	1	1	1	-1	-1	-1	-1	A1B2C1D1	69.5
3	1	-1	-1	1	1	-1	-1	A2B2C1D2	71.1
4	1	-1	-1	-1	-1	1	1	A2B1C1D2	71.5
5	-1	1	-1	1	-1	1	-1	A1B2C2D2	68.1
6	-1	1	-1	-1	1	-1	1	A1B1C2D2	70.5
7	-1	-1	1	1	-1	-1	1	A2B1C2D1	71.9
8	-1	-1	1	-1	1	1	-1	A2B2C2D1	68.5
列名	a		a		a		a		
		b	b			b	b		
				c	c	c	c		

仮に、B×D の交互作用が大きかった場合

$$abc \times ab = a^2b^2c = c$$

(7) 列と (3) 列の交互作用は (4) 列に現れる
(4) 列は誤差として扱っているが、
その実体は B×D の交互作用かもしれない
（誤差と B×D の交互作用は交絡している）

仮に、C×D の交互作用が大きかった場合

$$a \times ab = a^2b = b$$

(1) 列と (3) 列の交互作用は (2) 列に現れる
(2) 列には因子 A を割付けているが、
その実体は C×D の交互作用かもしれない

考慮すべき交互作用と無視してもよい交互作用を慎重に区分して割付ける必要がある

おわりに

p.215

●本節と次節の関係

本節　「多因子実験の基礎」

- （1）標準的な多因子実験
  - 3因子実験の標準的な計算方法
  - 2因子実験（2水準）の計算方法
  - 3因子実験（2水準）の計算方法
- （2）LINEST 関数による解析
  - 2因子実験（2水準）のLINEST 関数による解析（ダミー変数の利用）
  - 3因子実験（2水準）のLINEST 関数による解析（ダミー変数の利用）
- （5）補足
  - 2因子実験（2水準）の計算方法と**L_4 直交表**
  - 3因子実験（2水準）の計算方法と**L_8 直交表**

次節　「スクリーニング計画」

- （1）直交表実験　**L_{16}直交表**（JMP を使った解析方法）

- 参考文献

楠ら（1995）応用実験計画法、日科技連

三輪（2015）実験計画法と分散分析、朝倉書店

永田（2000）実験計画法、日科技連

山田（2004）実験計画法－方法編－、日科技連

● 作成	片瀬雅彦
● 監修	松本一彦、長谷文雄
● 作成時期	2019年12月25日
● 改訂	2020年11月2日、2024年1月23日