



3 計数値の解析

3.2 割合の推定・検定と区間推定

テキスト

芳賀敏郎（2016）医薬品開発のための統計解析

第3部 非線形モデル改訂版、サイエンティスト社、p.288



第3部 非線形モデル

1. 非線形最小2乗法（基礎）

- 1.1 線形と非線形、1.2 非線形最小2乗法の基本的な考え方、1.3 指数曲線のあてはめ、
1.4 Emaxモデルとロジスティック曲線

2. 非線形最小2乗法（応用）

- 2.1 誤差を考慮した解析、2.2 効力比、2.3 併用効果（相乗・拮抗効果）、
2.4 モデルの探索（複数の曲線の同時あてはめ）、2.5 薬物動態の解析

3. 計数値の解析

- 3.1 2項分布、**3.2 割合の推定・検定と区間推定**、3.3 割合の差の推定・検定と区間推定、
3.4 多項分布（名義尺度）、3.5 多項分布（順序尺度）、3.6 要因が複数の場合

4. ロジスティック回帰分析

- 4.1 復習、4.2 ロジスティック回帰分析（基本）、4.3 ロジスティック回帰分析（応用）



3.2 割合の推定・検定と区間推定

p.153

- (1) 割合の不偏推定
- (2) 割合の最尤推定
- (3) Excel による割合の仮説検定
- (4) JMP [一変量の分布] による割合の検定
- (5) 割合の区間推定
- (6) JMP [一変量の分布] による区間推定
- (7) 信頼区間の概数

テキストの
該当ページ

★プレゼンテーションの
スピーカーノートを、
PDF の注釈に変換してあります

補遺

- (2) 第 1 種の誤りの確率 α

使用するファイル Excelファイル「改3計数値.xlsx」、JMPファイル「32-割合.jmp」
サイエンティスト社ホームページからダウンロード

JMP 10.0.2 の出力を表示

●課題 3.2

事例：新薬を 100 匹 (n) の動物に投与したところ、有効数が 28 匹 (f) であった

(第1部§2 「1組のデータの解析」の1つの平均値の解析に対応)

割合 (有効率) の点推定

$$p = f/n = 28/100 = 0.28$$

1つの割合の推定値、この理論的な根拠は？

ここでは、「率」、「割合」を区別せずに使用

割合 (有効率) の区間推定

95% 信頼区間

500匹 (n) の動物に投与し、有効数が140匹 (f) の場合 ($p=0.28$) との比較

割合 (有効率) の仮説検定

従来薬の有効率は 0.20 であることが分かっている ($\pi = 0.20$)

新薬の有効率は従来薬よりも有効率が高いといえるか

(新薬の有効率 $p=0.28$ は、従来薬の有効率 $\pi=0.20$ と有意差があるか)



(1) 割合の不偏推定

割合の点推定

- ・ **不偏推定**
- ・ 最尤推定

●分散の不偏推定（復習）

n 個の値から母集団の分散 σ^2 を推定するとき、平方和 S を $n-1$ で割った平均平方 V を用いる
 根拠：平方和 S の期待値が $(n-1)\sigma^2$ で、平均平方 V の期待値が σ^2 になることから $(n-1)$ で割る

$$E[V] = E\left[\frac{S}{n-1}\right] = E\left[\frac{(n-1)\sigma^2}{n-1}\right] = \sigma^2 \quad E[S] = \sum_{i=1}^n V[e_i] = n \frac{n-1}{n} \sigma^2 = (n-1)\sigma^2 \quad (\text{第1部 } \S 2.5 (1))$$

V : σ^2 の不偏推定量（不偏分散）・・・ σ^2 の偏りのない推定ができる

推定の期待値が推定対象の母数と一致するとき、その推定値は「不偏推定量」と呼ばれる

●割合の不偏推定

割合 $p = f/n$ の期待値は π ([§3.1 \(7\)](#))

$$E[p] = E\left[\frac{f}{n}\right] = \pi \quad (3.1.6)$$

p : π の不偏推定量（偏りのない適切な推定値）



(2) 割合の最尤推定

割合の点推定

- ・ 不偏推定
- ・ **最尤推定**

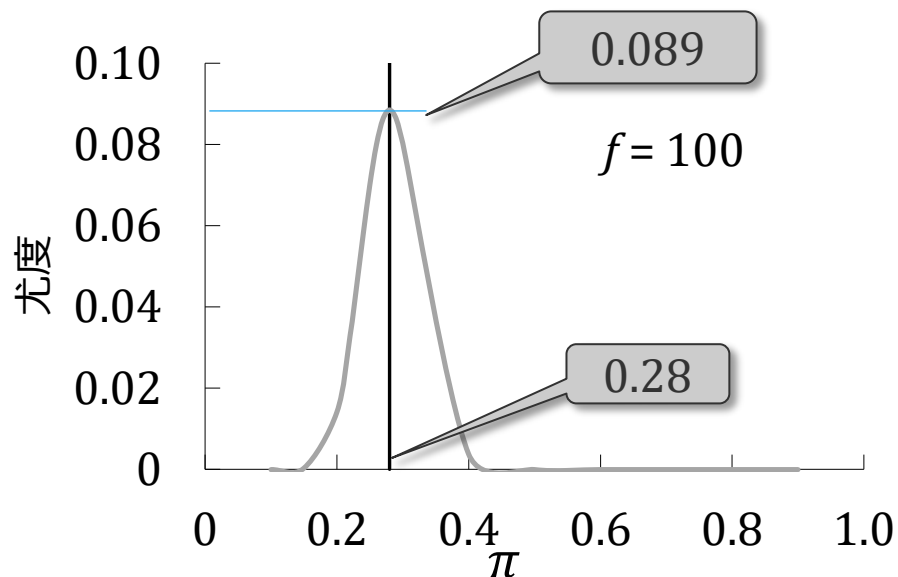
●最尤法（グラフと表から直感的に求める）

$n = 100$ 、 $f = 28$ が得られたとき、 π がいくつするとき、 $f = 28$ という結果が出やすいか
(尤度が最も大きい)

$f = 28$ が得られたとき、尤度の最大値は 0.089 で、最尤推定値は 0.28 である ([§3.1](#))

この値は、 $p = f / n = 28 / 100 = 0.28$ と一致

最尤法：尤度が最大となる π を推定値とする方法



表示 3.1.14 2 項分布の確率と尤度 (改変)

$n = 100$	
	π
f	.24 .25 .26 .27 .28 .29 .30 .31 .32 .33
28	.058 .070 .080 .086 .089 .086 .080 .071 .061 .050

=BINOMDIST(28, 100, π , FALSE)

●最尤法（数式から求める）

尤度 L (Likelihood)

$$L = {}_n C_f \pi^f (1 - \pi)^{n-f} \quad (3.1.2, p.143)$$

確率を表す式の場合 π を定数と見なす
(確率密度関数)

尤度 L を考える場合 π を確率変数と見なす

両辺の対数をとる (対数尤度)

$$\ln L = \ln({}_n C_f) + f \ln \pi + (n - f) \ln(1 - \pi)$$

対数尤度を最大にする π の値は、上記の式を π で偏微分して 0 と置いた方程式を解いて求める

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \pi} = f \frac{1}{\pi} - (n - f) \frac{1}{1 - \pi} = \frac{f(1 - \pi) - (n - f)\pi}{\pi(1 - \pi)} = \frac{f - n\pi}{\pi(1 - \pi)} = 0$$

これにより

$$f - n\pi = 0 \quad \pi = \frac{f}{n} \quad \dots \pi \text{ の最尤推定量、前項(1)で求めた不偏推定量と一致}$$

●対数尤度：全体の対数尤度と個々の対数尤度（参考1）

全体の尤度（確率）は掛け算、尤度の対数を取ると掛け算が足し算になる
 対数尤度はそれぞれの観測データについての値の和で表現できる

$$\ln(ab) = \ln a + \ln b$$

対数尤度の合計

$$\ln L = f \ln(\pi) + (n - f) \ln(1 - \pi)$$

前のスライドの式（下式）の $\ln({}_n C_f)$ の項がない

$$\ln L = \ln({}_n C_f) + f \ln \pi + (n - f) \ln(1 - \pi)$$

微分すると結果は同じ、最尤推定量 $\pi = f/n$ を得る
 yes の度数と尤度を f_1, π_1 、no の度数と尤度を f_2, π_2

$$\begin{aligned} \ln L &= f \ln(\pi) + (n - f) \ln(1 - \pi) \\ &= f_1 \ln(\pi_1) + f_2 \ln(\pi_2) \end{aligned}$$

個別データ		効果ごとに並び替え			
ID	効果	効果	尤度	対数尤度	個数
1	yes	yes	π	$\ln(\pi)$	f
2	no	
3	yes	
4	yes	yes	π	$\ln(\pi)$	
⋮		no	$1 - \pi$	$\ln(1 - \pi)$	$n - f$
⋮		
⋮		
n	no	no	$1 - \pi$	$\ln(1 - \pi)$	

●対数尤度：2つの事象の共通の π の最尤推定量（演習3.2.1）

2組の観測値 $(n_1, f_1), (n_2, f_2)$ が得られたとき、共通の π の最尤推定量を求める

2つの事象が共に起こる確率はそれぞれの確率の積、確率と尤度は同じ式で表せるので、

$$L = {}_{n_1}C_{f_1} \pi^{f_1} (1 - \pi)^{n_1 - f_1} \times {}_{n_2}C_{f_2} \pi^{f_2} (1 - \pi)^{n_2 - f_2}$$

これから、対数尤度を導くと

$$\ln L = \ln({}_{n_1}C_{f_1}) + f_1 \ln \pi + (n_1 - f_1) \ln(1 - \pi) + \ln({}_{n_2}C_{f_2}) + f_2 \ln \pi + (n_2 - f_2) \ln(1 - \pi)$$

この値を最大にする π は、上式を π で偏微分して0と置いた方程式の解

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln L}{\partial \pi} &= \frac{f_1}{\pi} - \frac{n_1 - f_1}{1 - \pi} + \frac{f_2}{\pi} - \frac{n_2 - f_2}{1 - \pi} = \frac{(1 - \pi)f_1 - \pi(n_1 - f_1) + (1 - \pi)f_2 - \pi(n_2 - f_2)}{\pi(1 - \pi)} \\ &= \frac{(f_1 - n_1\pi) - (f_2 - n_2\pi)}{\pi(1 - \pi)} = 0 \end{aligned}$$

これより

$$\hat{\pi} = (f_1 + f_2)/(n_1 + n_2) = f./n. \quad \dots \text{2組の観測値の } n \text{ と } f \text{ の合計の割合が最尤推定となる}$$



●対数尤度：対数尤度とカイ2乗分布（参考2）

x が期待値 μ 標準偏差 σ の正規分布に従うとき、その確率 p は

$$p = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(x - \mu)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (1.3.10、第1部 \a href="#">§1.3)$$

これを尤度とみて、対数尤度 $\ln(L)$ を求める

$$\ln L = -\ln(\sqrt{2\pi}\sigma) - \frac{(x - \mu)^2}{2\sigma^2}$$

σ を既知とし、 $u = (x - \mu)/\sigma$ として、両辺を -2 倍すると

$$-2 \times \ln L = \text{constant} + u^2$$

u は正規分布に従うため、 u^2 は自由度が1のカイ2乗分布に従う（第1部 §2.7 (4)）

対数尤度を用いて検定するとき、その -2 倍を取り、これをカイ2乗値とする



(3) Excel による割合の仮説検定

課題3.2 の事例で
1つの割合の仮説検定を行う



●事例（課題3.2）

新薬を100匹 (n) の動物に投与したところ、有効数が28匹 (f) であった
従来の薬の有効率は0.20であることが分かっている ($\pi = 0.20$)

新薬は従来の薬よりも有効率が高いといえるか ($\alpha = 0.05$ 、片側検定)

(新薬の有効率 $p = 0.28$ は、従来の薬の有効率 $\pi = 0.20$ と有意差があるか)

$n = 100$
 $f = 28$
 $\pi = 0.2$

●1つの割合の仮説検定 (π 既知)

得られた割合 p を π と比較する、帰無仮説 $H_0: \pi = 0.2$ 、対立仮説 $H_1: \pi > 0.2$

2項分布による検定、正規分布による検定（連続修正あり、なし）、尤度比検定（次項）

（第1部 [§2.4](#) 「平均 μ に関する推測（ σ 既知）」に対応）

●Excelファイルの読み込みと表示

Excel ファイル「改3計数値.xlsx」、名前ボックスから「表示3.2.1」（Fig32_01）を選択

Excel による割合の仮説検定

●事例（課題3.2）

新薬を100匹 (n) の動物に投与したところ、有効数が28匹 (f) であった
従来の薬の有効率は0.20であることが分かっている ($\pi = 0.20$)

新薬は従来の薬よりも有効率が高いといえるか ($\alpha = 0.05$ 、片側検定)
(新薬の有効率 $p = 0.28$ は、従来の薬の有効率 $\pi = 0.20$ と有意差があるか)

実験を行う前から
事前情報などで
片側検定を行うと
決めてある
(結果を見て
片側検定を
選択するのではない)

●1つの割合の仮説検定 (π 既知)

得られた割合 p を π と比較する、帰無仮説 $H_0: \pi = 0.2$ 、対立仮説 $H_1: \pi > 0.2$

2項分布による検定、正規分布による検定（連続修正あり、なし）、尤度比検定（次項）

（第1部 [§2.4](#) 「平均 μ に関する推測（ σ 既知）」に対応）

●Excelファイルの読み込みと表示

Excel ファイル「改3計数値.xlsx」、名前ボックスから「表示3.2.1」（Fig32_01）を選択

● 2項分布による検定 表示3.2.1

100匹 (n) で有効数が28匹 (f)
従来の薬の有効率は0.20 (π)

↓

2項分布 ($n = 100, \pi = 0.2$) で
 $f = 28$ が得られた
 f の期待値は $n\pi = 20$

	A	B	C	D	E	F	G	H
3				2項分布				
4	f	n	π	外側確率				
5	11	100	0.200	0.0126	下側確率			
6	12	100	0.200	0.0253				
7	13	100	0.200	0.0469				
8	27	100	0.200	0.0558		省略		
9	28	100	0.200	0.0342	上側確率			
10	29	100	0.200	0.0200				

D5: =IF(A5<B5*C5, BINOMDIST(A5, B5, C5, TRUE),
1 - BINOMDIST(A5-1, B5, C5, TRUE))

$f=11$ の下側確率 : $f=0 \sim f=11$ の確率の合計, 0.0126

$f=12$ の下側確率 : $f=0 \sim f=12$ の確率の合計, 0.0253

$f=28$ の上側確率 : $f=28 \sim f=100$ の確率の合計, 0.0342

$f=29$ の上側確率 : $f=29 \sim f=100$ の確率の合計, 0.0200

Excel による割合の仮説検定

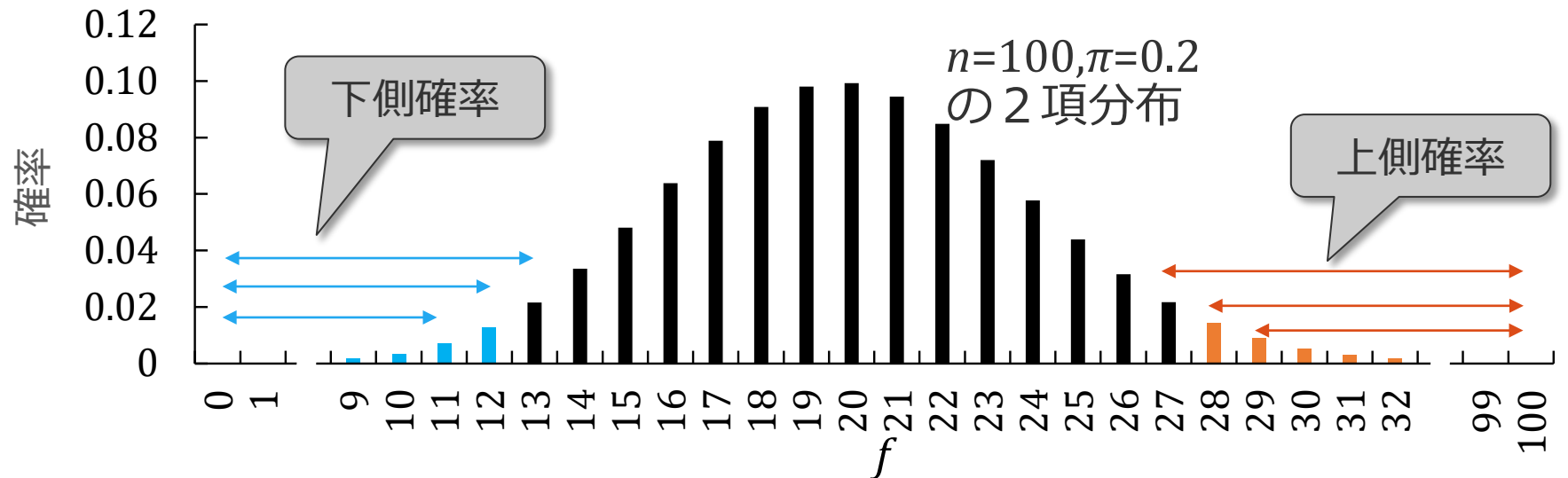
● 2項分布による検定 表示3.2.1

100匹 (n) で有効数が28匹 (f)
 従来の薬の有効率は0.20 (π)

↓

2項分布 ($n = 100, \pi = 0.2$) で
 $f = 28$ が得られた
 f の期待値は $n\pi = 20$

	A	B	C	D	E	F	G	H
3				2項分布				
4	f	n	π	外側確率				
5	11	100	0.200	0.0126	下側確率		省略	
6	12	100	0.200	0.0253				
7	13	100	0.200	0.0469				
8	27	100	0.200	0.0558	上側確率			
9	28	100	0.200	0.0342				
10	29	100	0.200	0.0200				



● 2項分布による検定 表示3.2.1

100匹 (n) で有効数が28匹 (f)
 従来の薬の有効率は0.20 (π)

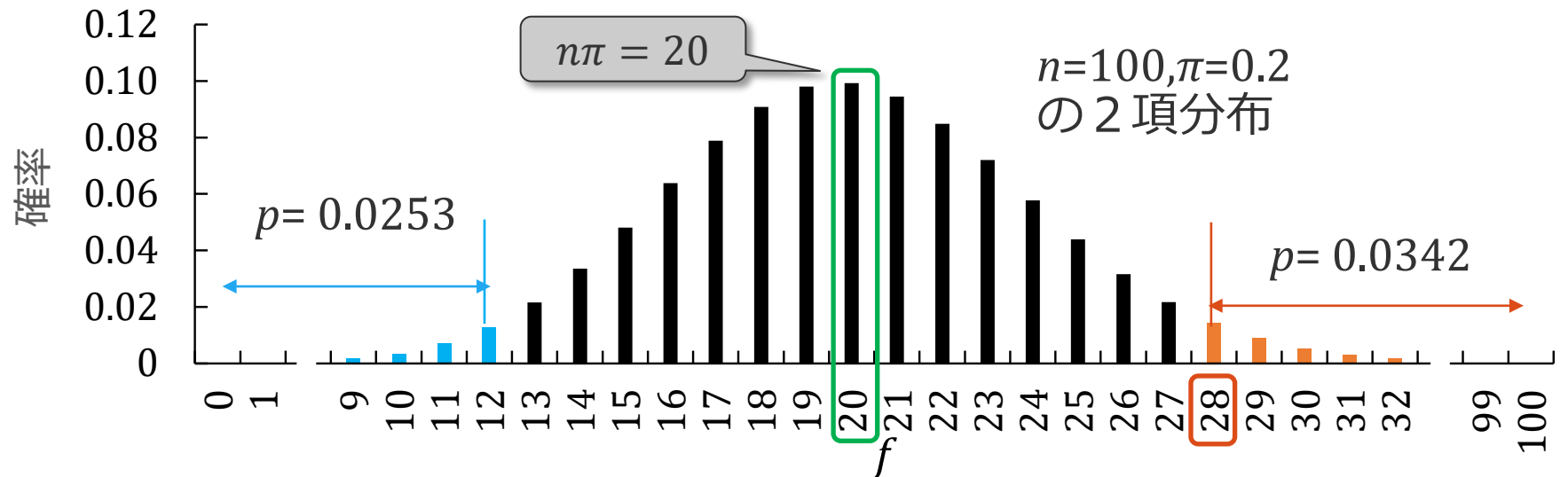
↓

2項分布 ($n = 100, \pi = 0.2$) で
 $f \geq 28$ が p 値 (上側確率)
 f の期待値は $n\pi = 20$

	A	B	C	D	E	F	G	H
3				2項分布				
4	f	n	π	外側確率				
5	11	100	0.200	0.0126				
6	12	100	0.200	0.0253				
7	13	100	0.200	0.0469				
8	27	100	0.200	0.0558				
9	28	100	0.200	0.0342				
10	29	100	0.200	0.0200				

$f=12, f=28$ は $f=20$ から等距離
 左右非対称なので外側確率は
 等しくない $0.0253 \neq 0.0342$

省略



Excel による割合の仮説検定

● 2 項分布による検定

表示3.2.1

D列での計算内容

IF 文で条件分岐を利用

$f < n\pi$

下側確率を計算

`=BINOMDIST(f , n , π , TRUE)`

$f > n\pi$

上側確率を計算

`=1 - BINOMDIST($f-1$, n , π , TRUE)`

	A	B	C	D
3				2 項分布
4	f	n	π	外側確率
5	11	100	0.200	0.0126
6	12	100	0.200	0.0253
7	13	100	0.200	0.0469
8	27	100	0.200	0.0558
9	28	100	0.200	0.0342
10	29	100	0.200	0.0200

f の期待度数より遠い側の確率

$f < n\pi$ $11 < 20$ 下側確率を
 $12 < 20$ 計算
 $13 < 20$

$f > n\pi$ $27 > 20$ 上側確率を
 $28 > 20$ 計算
 $29 > 20$

D5: `=IF(A5<B5*C5, BINOMDIST(A5, B5, C5, TRUE), 1 - BINOMDIST(A5-1, B5, C5, TRUE))`

f と $n\pi$ を比較
 上側確率か
 下側確率か判断

下側確率を
 計算

上側確率を
 計算

Excel による割合の仮説検定

● 2 項分布による検定

表示3.2.1

帰無仮説 $H_0 : \pi = 0.2$

対立仮説 $H_1 : \pi > 0.2$ (片側)

$H_1 : \pi \neq 0.2$ (両側)

有効数は $f = 28$ であった

片側検定

$$p = 0.0342 < 0.05$$

新薬の π は 0.2 より有意に大きい

棄却域は $f \geq 28$ ($\alpha = 0.0342$) \rightarrow 実質的な第 1 種の誤りの確率 α は 0.05 よりも低い

(平均値の検定 (t 検定) の場合、第 1 種の誤りの確率はピッタリ $\alpha = 0.05$)

	A	B	C	D
3				2 項分布
4	f	n	π	外側確率
5	11	100	0.200	0.0126
6	12	100	0.200	0.0253
7	13	100	0.200	0.0469
8	27	100	0.200	0.0558
9	28	100	0.200	0.0342
10	29	100	0.200	0.0200

f の期待度数より遠い側の確率

$f < n\pi$ 11 < 20 下側確率を
12 < 20 計算
13 < 20

$f > n\pi$ 27 > 20 上側確率を
28 > 20 計算
29 > 20

観測値

D5: =IF(A5<B5*C5, BINOMDIST(A5, B5, C5, TRUE),
1 - BINOMDIST(A5-1, B5, C5, TRUE))

Excel による割合の仮説検定

● 2 項分布による検定

表示3.2.1

帰無仮説 $H_0 : \pi = 0.2$

対立仮説 $H_1 : \pi > 0.2$ (片側)

$H_1 : \pi \neq 0.2$ (両側)

有効数は $f = 28$ であった
片側検定

$$p = 0.0342 < 0.05$$

新薬の π は 0.2 より有意に大きい

棄却域は $f \geq 28$ ($\alpha = 0.0342$) → 実質的な第 1 種の誤りの確率 α は 0.05 よりも低い
(平均値の検定 (t 検定) の場合、第 1 種の誤りの確率はピッタリ $\alpha = 0.05$)

両側検定

$$p = 0.0342 \times 2 = 0.0684 > 0.05、新薬の \pi は 0.2 と有意差は認められない$$

	A	B	C	D
3				2 項分布
4	f	n	π	外側確率
5	11	100	0.200	0.0126
6	12	100	0.200	0.0253
7	13	100	0.200	0.0469
8	27	100	0.200	0.0558
9	28	100	0.200	0.0342
10	29	100	0.200	0.0200

f の期待度数より遠い側の確率

$f < n\pi$ 11 < 20 下側確率を
 12 < 20 計算
 13 < 20

$f > n\pi$ 27 > 20 上側確率を
 28 > 20 計算
 29 > 20

観測値

D5: =IF(A5<B5*C5, BINOMDIST(A5, B5, C5, TRUE),
1 - BINOMDIST(A5-1, B5, C5, TRUE))

● 2項分布による検定

表示3.2.1

観測値

	A	B	C	D	E	F	G	H
3				2項分布				
4	f	n	π	外側確率	$f < n\pi$	$11 < 20$	下側確率を	
5	11	100	0.200	0.0126		$12 < 20$	計算	
6	12	100	0.200	0.0253		$13 < 20$		
7	13	100	0.200	0.0469				
8	27	100	0.200	0.0558	$f > n\pi$	$27 > 20$	上側確率を	
9	28	100	0.200	0.0342		$28 > 20$	計算	
10	29	100	0.200	0.0200		$29 > 20$		

$f < n\pi$ 11 < 20 下側確率を
12 < 20 計算
13 < 20

$f > n\pi$ 27 > 20 上側確率を
28 > 20 計算
29 > 20

D5: =IF(A5<B5*C5, BINOMDIST(A5, B5, C5, TRUE),
1 - BINOMDIST(A5-1, B5, C5, TRUE))

帰無仮説 $H_0 : \pi = 0.2$

対立仮説 $H_1 : \pi < 0.2$ (片側)

$H_1 : \pi \neq 0.2$ (両側)

別の事例

副作用の発生の低下が目的

$f = 12$ が得られた

($p = 12/100 = 0.12$)

片側検定

$p = 0.0253 < 0.05$

新薬の π は 0.2 より有意に小さい・・・ $f=12$ 、 $f=28$ は期待値20から等距離、

しかし p 値は異なる (2項分布は $\pi = 0.5$ 以外非対称)

両側検定

$p = 0.0253 \times 2 = 0.0506 < 0.05$

新薬の π は 0.2 と有意差は認められない

Excel による割合の仮説検定

●正規分布による検定 表示3.2.1

2項分布の期待値と分散から
標準正規分布に近似 (§3.1)

$$E[f] = n\pi = 100 \times 0.2 = 20$$

$$D[f] = \sqrt{n\pi(1-\pi)}$$

$$= \sqrt{100 \times 0.2 \times (1-0.2)}$$

$$= \sqrt{16}$$

連続修正なし (無修正)

$$|u| = |28 - 20| / \sqrt{16} = 2.000$$

$$p = \text{NORMSDIST}(-2.000) = 0.0228$$

連続修正あり

$$|u^*| = (|28 - 20| - 0.5) / \sqrt{16} = 1.875$$

$$p = \text{NORMSDIST}(-1.875) = 0.0304$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
3				2項分布	正規近似(無修正)		正規近似(連続修正)	
4	<i>f</i>	<i>n</i>	<i>π</i>	外側確率	<i>u</i>	外側確率	<i>u</i> *	外側確率
5	11	100	0.200	0.0126	2.250	0.0122	2.125	0.0168
6	12	100	0.200	0.0253	2.000	0.0228	1.875	0.0304
7	13	100	0.200	0.0469	1.750	0.0401	1.625	0.0521
8	27	100	0.200	0.0558	1.750	0.0401	1.625	0.0521
9	28	100	0.200	0.0342	2.000	0.0228	1.875	0.0304
10	29	100	0.200	0.0200	2.250	0.0122	2.125	0.0168

連続修正なし

E5: =ABS(A5 - B5 * C5) / SQRT(C5 * (1-C5) * B5)

F5: =NORMSDIST(-E5)

G5: =(ABS(A5 - B5 * C5) - 0.5) / SQRT(C5 * (1 - C5) * B5)

H5: =NORMSDIST(-G5)

●正規分布による検定 表示3.2.1

2項分布の期待値と分散から
標準正規分布に近似 ([§3.1](#))

$$E[f] = n\pi = 100 \times 0.2 = 20$$

$$D[f] = \sqrt{n\pi(1-\pi)}$$

$$= \sqrt{100 \times 0.2 \times (1 - 0.2)}$$

$$= \sqrt{16}$$

観測値

連続修正なし

絶対値

$$|u| = |28 - 20| / \sqrt{16} = 2.000$$

$$p = \text{NORMSDIST}(-2.000) = 0.0228$$

連続修正あり

マイナス

$$|u^*| = (|28 - 20| - 0.5) / \sqrt{16} = 1.875$$

$$p = \text{NORMSDIST}(-1.875) = 0.0304$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
3				2項分布	正規近似(無修正)		正規近似(連続修正)	
4	<i>f</i>	<i>n</i>	<i>π</i>	外側確率	<i>u</i>	外側確率	<i>u</i> *	外側確率
5	11	100	0.200	0.0126	2.250	0.0122	2.125	0.0168
6	12	100	0.200	0.0253	2.000	0.0228	1.875	0.0304
7	13	100	0.200	0.0469	1.750	0.0401	1.625	0.0521
8	27	100	0.200	0.0558	1.750	0.0401	1.625	0.0521
9	28	100	0.200	0.0342	2.000	0.0228	1.875	0.0304
10	29	100	0.200	0.0200	2.250	0.0122	2.125	0.0168

E5: =ABS(A5 - B5 * C5) / SQRT(C5 * (1-C5) * B5)

絶対値

F5: =NORMSDIST(-E5)

マイナス

G5: =(ABS(A5 - B5 * C5) - 0.5) / SQRT(C5 * (1 - C5) * B5)

H5: =NORMSDIST(-G5)

●標準正規分布の確率の計算

表示3.2.1 の補足

Excel 関数のNORMSDIST 関数は下側確率を返す

$x < 0$ の場合、下側確率を計算、そのまま $\text{NORMSDIST}(x)$ で下側確率が求められる

$x > 0$ の場合、上側確率を計算、 $1 - \text{NORMSDIST}(x)$ として上側確率が求められる (下図)

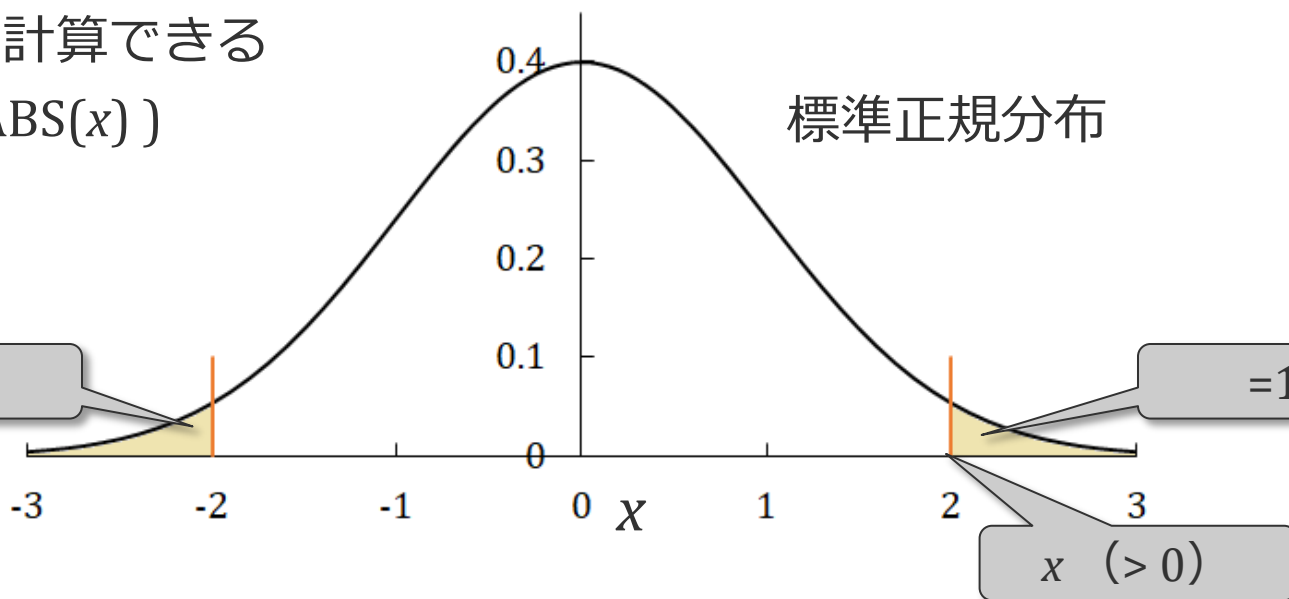
この代わりに、 $\text{NORMSDIST}(-x)$ とすることでも計算可 (0 を中心に左右対称だから)

両者とも以下の式で計算できる

$\text{NORMSDIST}(-\text{ABS}(x))$

マイナス

$=\text{NORMSDIST}(-x)$



$=1 - \text{NORMSDIST}(x)$

$x (> 0)$

●正規分布による検定 表示3.2.1

2項分布の期待値と分散から
標準正規分布に近似 (§3.1)

$$E[f] = n\pi = 100 \times 0.2 = 20$$

$$D[f] = \sqrt{n\pi(1-\pi)}$$

$$= \sqrt{100 \times 0.2 \times (1-0.2)}$$

$$= \sqrt{16}$$

観測値

連続修正なし

$$|u| = |28 - 20| / \sqrt{16} = 2.000$$

$$p = \text{NORMSDIST}(-2.000) = 0.0228$$

連続修正あり

$$|u^*| = (|28 - 20| - 0.5) / \sqrt{16} = 1.875$$

$$p = \text{NORMSDIST}(-1.875) = 0.0304$$

マイナス

偏差値 u の絶対値にマイナスを付けて
標準正規分布の下側確率を使ってるため
0.5を引く

	A	B	C	D	E	F	G	H
3				2項分布	正規近似(無修正)		正規近似(連続修正)	
4	f	n	π	外側確率	u	外側確率	u*	外側確率
5	11	100	0.200	0.0126	2.250	0.0122	2.125	0.0168
6	12	100	0.200	0.0253	2.000	0.0228	1.875	0.0304
7	13	100	0.200	0.0469	1.750	0.0401	1.625	0.0521
8	27	100	0.200	0.0558	1.750	0.0401	1.625	0.0521
9	28	100	0.200	0.0342	2.000	0.0228	1.875	0.0304
10	29	100	0.200	0.0200	2.250	0.0122	2.125	0.0168

E5: =ABS(A5 - B5 * C5) / SQRT(C5 * (1-C5) * B5)

F5: =NORMSDIST(-E5)

G5: =(ABS(A5 - B5 * C5) - 0.5) / SQRT(C5 * (1 - C5) * B5)

H5: =NORMSDIST(-G5)

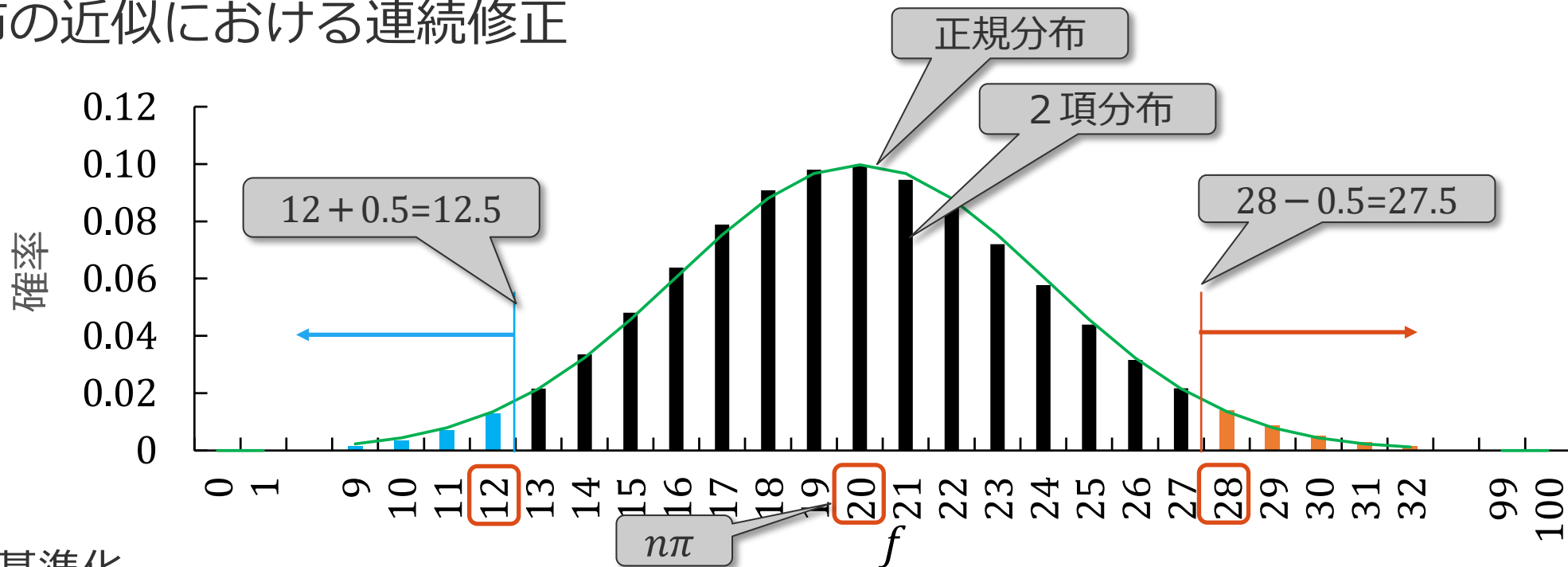
マイナス

絶対値

絶対値

●標準正規分布の近似における連続修正

表示3.2.1
の補足



連続修正と基準化

$$f > n\pi = 20 \quad \frac{(28 - 0.5) - 20}{\sqrt{16}} \Rightarrow |u^*| = \frac{|28 - 20| - 0.5}{\sqrt{16}} = \frac{7.5}{\sqrt{16}}$$

→ =NORMSDIST(-|u|)

$$f < n\pi = 20 \quad \frac{(12 + 0.5) - 20}{\sqrt{16}} \Rightarrow |u^*| = \frac{|12 - 20| - 0.5}{\sqrt{16}} = \frac{7.5}{\sqrt{16}}$$

●正規分布による検定 表示3.2.1

2項分布の期待値と分散から
標準正規分布に近似 (§3.1)

$$E[f] = n\pi = 100 \times 0.2 = 20$$

$$D[f] = \sqrt{n\pi(1-\pi)}$$

$$= \sqrt{100 \times 0.2 \times (1-0.2)}$$

$$= \sqrt{16}$$

観測値

連続修正なし (正規近似、無修正)

$$|u| = |28 - 20| / \sqrt{16} = 2.000$$

$$p = \text{NORMSDIST}(-2.000) = 0.0228$$

連続修正あり (正規近似、連続修正)

$$|u^*| = (|28 - 20| - 0.5) / \sqrt{16} = 1.875$$

$$p = \text{NORMSDIST}(-1.875) = 0.0304$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
3				2項分布	正規近似(無修正)		正規近似(連続修正)	
4	<i>f</i>	<i>n</i>	<i>π</i>	外側確率	<i>u</i>	外側確率	<i>u</i> *	外側確率
5	11	100	0.200	0.0126	2.250	0.0122	2.125	0.0168
6	12	100	0.200	0.0253	2.000	0.0228	1.875	0.0304
7	13	100	0.200	0.0469	1.750	0.0401	1.625	0.0521
8	27	100	0.200	0.0558	1.750	0.0401	1.625	0.0521
9	28	100	0.200	0.0342	2.000	0.0228	1.875	0.0304
10	29	100	0.200	0.0200	2.250	0.0122	2.125	0.0168

E5: =ABS(A5 - B5 * C5) / SQRT(C5 * (1-C5) * B5)

F5: =NORMSDIST(-E5)

G5: =(ABS(A5 - B5 * C5) - 0.5) / SQRT(C5 * (1-C5) * B5)

H5: =NORMSDIST(-G5)

左右対称、*f* = 12, 28 のいずれも0.0228 ,
2項分布で求めた正確な*p* 値 0.0253, 0.0342 よりも小さい
連続修正なしの正規近似を用いると、正確な検定よりも
有意になりやすい傾向 → 後述

●正規分布による検定 表示3.2.1

2項分布の期待値と分散から
標準正規分布に近似 (§3.1)

$$E[f] = n\pi = 100 \times 0.2 = 20$$

$$D[f] = \sqrt{n\pi(1-\pi)}$$

$$= \sqrt{100 \times 0.2 \times (1-0.2)}$$

$$= \sqrt{16}$$

観測値

連続修正なし

$$|u| = |28 - 20| / \sqrt{16} = 2.000$$

$$p = \text{NORMSDIST}(-2.000) = 0.0228$$

連続修正あり

$$|u^*| = (|28 - 20| - 0.5) / \sqrt{16} = 1.875$$

$$p = \text{NORMSDIST}(-1.875) = 0.0304$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
3				2項分布	正規近似(無修正)		正規近似(連続修正)	
4	<i>f</i>	<i>n</i>	<i>π</i>	外側確率	<i>u</i>	外側確率	<i>u</i> *	外側確率
5	11	100	0.200	0.0126	2.250	0.0122	2.125	0.0168
6	12	100	0.200	0.0253	2.000	0.0228	1.875	0.0304
7	13	100	0.200	0.0469	1.750	0.0401	1.625	0.0521
8	27	100	0.200	0.0558	1.750	0.0401	1.625	0.0521
9	28	100	0.200	0.0342	2.000	0.0228	1.875	0.0304
10	29	100	0.200	0.0200	2.250	0.0122	2.125	0.0168

E5: =ABS(A5 - B5 * C5) / SQRT(C5 * (1-C5) * B5)

F5: =NORMSDIST(-E5)

G5: =(ABS(A5 - B5 * C5) - 0.5) / SQRT(C5 * (1 - C5) * B5)

H5: =NORMSDIST(-G5)

左右対称、*f* = 12, 28 のいずれも0.0228 ,
2項分布で求めた正確な*p* 値の平均値に近い値
(0.0342 + 0.0253) / 2 = 0.0297

●割合の仮説検定

表示3.2.1

2 項分布による検定

正規分布による検定

連続修正なし (無修正)

連続修正あり

	A	B	C	D	E	F	G	H
3				2 項分布	正規近似(無修正)		正規近似(連続修正)	
4	<i>f</i>	<i>n</i>	<i>π</i>	外側確率	<i>u</i>	外側確率	<i>u</i> *	外側確率
5	11	100	0.200	0.0126	2.250	0.0122	2.125	0.0168
6	12	100	0.200	<i>0.0253</i>	2.000	0.0228	1.875	<i>0.0304</i>
7	13	100	0.200	<i>0.0469</i>	1.750	<i>0.0401</i>	1.625	0.0521
8	27	100	0.200	0.0558	1.750	<i>0.0401</i>	1.625	0.0521
9	28	100	0.200	<i>0.0342</i>	2.000	0.0228	1.875	<i>0.0304</i>
10	29	100	0.200	0.0200	2.250	0.0122	2.125	0.0168

E5: =ABS(A5 - B5 * C5) / SQRT(C5 * (1-C5) * B5)

F5: =NORMSDIST(-E5)

G5: =(ABS(A5 - B5 * C5) - 0.5) / SQRT(C5 * (1 - C5) * B5)

H5: =NORMSDIST(-G5)



(4) JMP [一変量の分布] による割合の検定

2項分布による検定

正規分布による検定 (連続修正あり)

正規分布による検定 (連続修正なし)

尤度比検定 (G 検定)

JMP [一変量の分布] による割合の検定

●JMP 用の 2 種類のデータ表

個別データと、その集計データ、
いずれでもJMPで解析可能

表示3.2.2 JMP用のデータ (改変)

個別データ		集計データ		個別データ		集計データ		個別データ			集計データ	
ID	効果	効果	度数	ID	効果	効果	度数	ID	効果	体重	効果	度数
1	有効	無効	72	1	yes	no	72	1	1	10.5	0	72
2	無効	有効	28	2	no	yes	28	2	0	12.8	1	28
3	有効			3	yes			3	1	13.6		
4	有効			4	yes			4	1	14.5		
5	無効			5	no			5	0	12.1		
⋮				⋮				⋮				
⋮				⋮				⋮				
⋮				⋮				⋮				
98	無効			98	no			98	0	15.1		
99	無効			99	no			99	0	14.2		
100	有効			100	yes			100	1	18.1		

$100 - f = 72$
 $f = 28$

名義尺度

ID 1~100は
無作為かつ
独立に実験

JMP [一変量の分布] による割合の検定

●JMP 用の 2 種類のデータ表

表示3.2.2 JMP用のデータ (改変)

個別データ	
ID	効果
1	有効
2	無効
3	有効
4	有効
5	無効
⋮	
⋮	
⋮	
98	無効
99	無効
100	有効

集計データ	
効果	度数
無効	72
有効	28

$100 - f = 72$
 $f = 28$

名義尺度

ID 1~100は
無作為かつ
独立に実験

個別データ	
ID	効果
1	yes
2	no
3	yes
4	yes
5	no
⋮	
⋮	
⋮	
98	no
99	no
100	yes

集計データ	
効果	度数
no	72
yes	28

yes : 有効
no : 無効
名義尺度

個別データ		
ID	効果	体重
1	1	10.5
2	0	12.8
3	1	13.6
4	1	14.5
5	0	12.1
⋮		
⋮		
⋮		
98	0	15.1
99	0	14.2
100	1	18.1

集計データ	
効果	度数
0	72
1	28

1 : 有効
0 : 無効
名義尺度に変更

- JMPファイルの読み込みと表示

JMP ファイル「32-割合.jmp」を読み込み

- 事例（課題3.2）

新薬を100匹 (n) の動物に投与したところ、有効数 (yes) が28匹 (f) であった

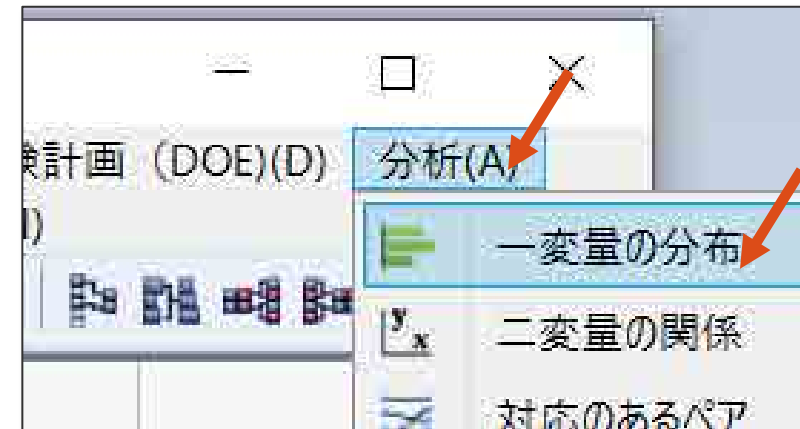
従来の薬の有効率は0.20であることが分かっている ($\pi = 0.20$)

新薬は従来の薬よりも有効率が高いといえるか（片側検定）

新薬の有効率は、従来の薬の有効率と差があるか（両側検定）

[分析] > [一変量の分布]

	効果	度数
1	no	72
2	yes	28



JMP [一変量の分布] による割合の検定

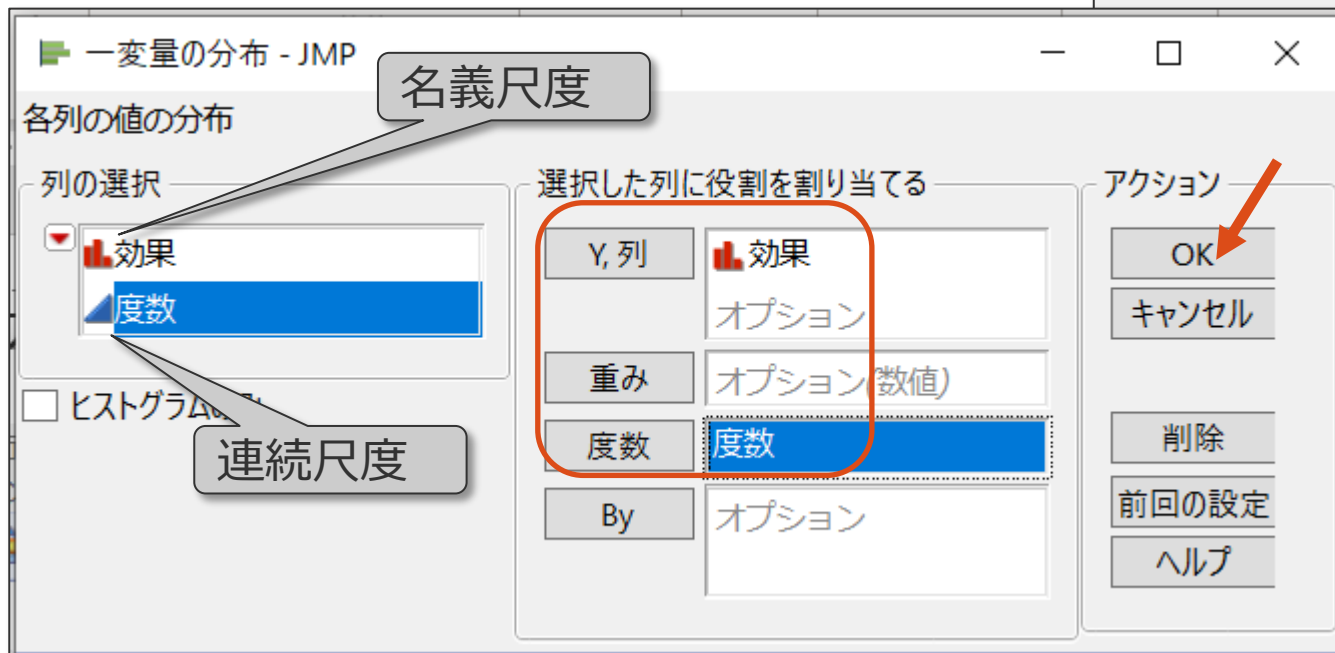
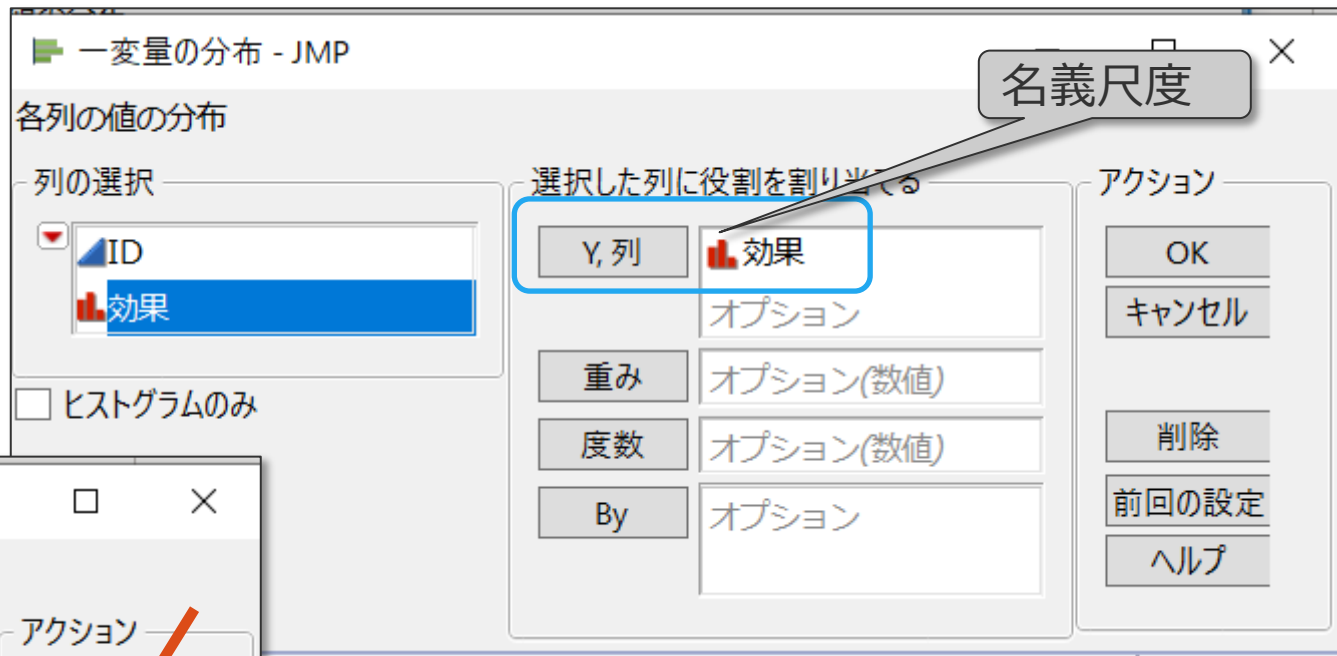
●JMP [一変量の分布]

集計データ

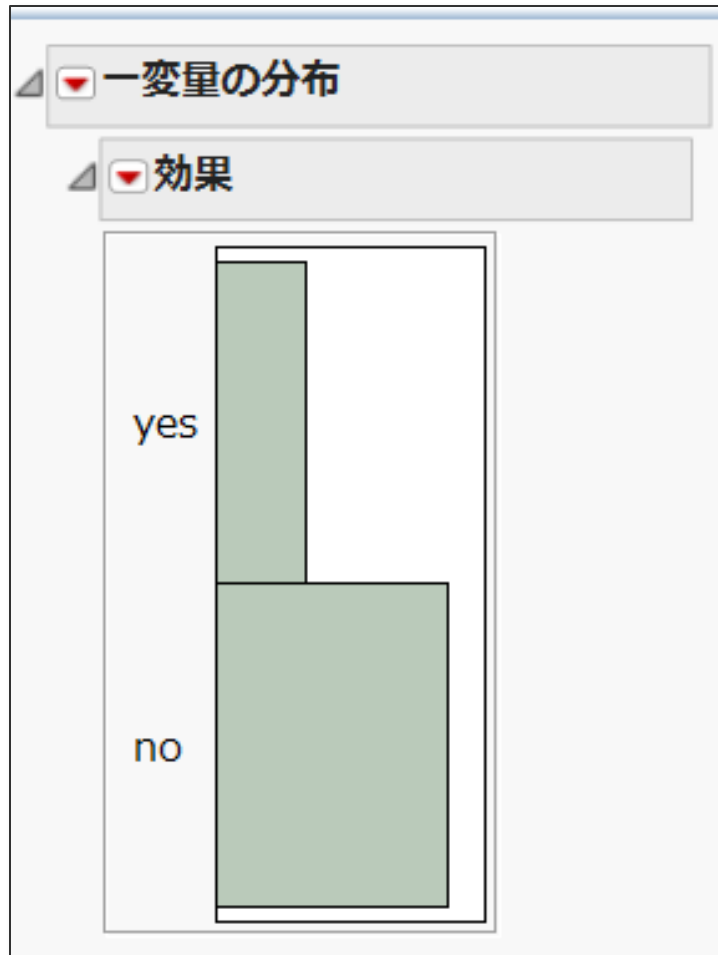
効果	度数
無効	72
有効	28

個別データ

ID	効果
1	有効
2	無効
⋮	⋮
⋮	⋮
⋮	⋮

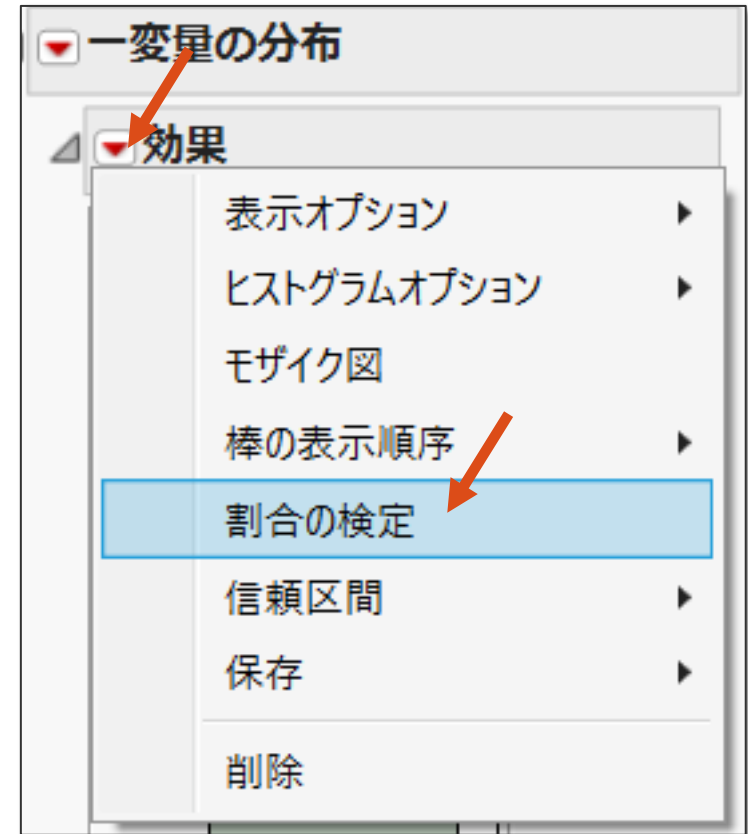


- [一変量の分布]



度数		
水準	度数	割合
no	72	0.72000
yes	28	0.28000
合計	100	1.00000
欠測値N	0	

2 水準



●割合の検定 (片側検定)

表示 3.2.1 p 値の計算表

			2項分布
f	n	π	外側確率
27	100	0.200	0.0558
28	100	0.200	0.0342
29	100	0.200	0.0200

表示 3.2.3 [割合の検定] の条件設定画面

割合の検定

水準	推定割合	仮説割合
no	0.72000	.
yes	0.28000	0.20000

クリックして、仮説割合を入力してください。

割合の検定に使う対立仮説を選択します。

- 割合が仮説値と等しくない(両側カイ2乗検定)
- 割合が仮説値より大きい(正確な片側二項検定)
- 割合が仮説値より小さい(正確な片側二項検定)

完了 ヘルプ

表示 3.2.4 片側検定の出力

割合の検定

水準	推定割合	仮説割合
no	0.72000	0.80000
yes	0.28000	0.20000

二項検定	検定した水準	仮説割合(p1)	p値
Ha: Prob(p > p1)	yes	0.20000	0.0342*

JMP [一変量の分布] による割合の検定

●割合の検定 (片側検定)

表示 3.2.3 [割合の検定] の条件設定画面

割合の検定

水準	推定割合	仮説割合
no	0.72000	.
yes	0.28000	0.20000

クリックして、仮説割合を入力してください。

割合の検定に使う対立仮説を選択します。

- 割合が仮説値と等しくない(両側カイ2乗検定)
- 割合が仮説値より大きい(正確な片側二項検定)
- 割合が仮説値より小さい(正確な片側二項検定)

完了 ヘルプ

帰無仮説

表示 3.2.1 p 値の計算表

f	n	π	2項分布 外側確率
27	100	0.200	0.0558
28	100	0.200	0.0342
29	100	0.200	0.0200

表示 3.2.4 片側検定の出力

割合の検定

水準	推定割合	仮説割合
no	0.72000	0.80000
yes	0.28000	0.20000

二項検定	検定した水準	仮説割合(p1)	p値
Ha: Prob(p > p1)	yes	0.20000	0.0342*

対立仮説 H_1 (H_a alternative hypothesis)
yes の割合 p が仮説割合 $p1=0.2$ より大きい

●割合の検定 (両側検定)

表示 3.2.3 [割合の検定] の条件設定画面

割合の検定

水準	推定割合	仮説割合
no	0.72000	.
yes	0.28000	0.20000

クリックして、仮説割合を入力してください。

割合の検定に使う対立仮説を選択します。

- 割合が仮説値と等しくない(両側カイ2乗検定)
- 割合が仮説値より大きい(正確な片側二項検定)
- 割合が仮説値より小さい(正確な片側二項検定)

完了 ヘルプ

表示 3.2.5 両側検定の出力

割合の検定

水準	推定割合	仮説割合
no	0.72000	0.80000
yes	0.28000	0.20000

検定	カイ2乗	自由度	p値(Prob>Chisq)
尤度比	3.6705	1	0.0554
Pearson	4.0000	1	0.0455*

方法: 仮説値を固定し、省略された値のスケールを変更

JMP [一変量の分布] による割合の検定

●割合の検定（両側検定）：Pearson

正規近似による検定（連続修正なし）

$$|u| = |28 - 20| / \sqrt{16} = 2.000$$

$$p = \text{NORMSDIDT}(-2.000) = 0.0228$$

（片側検定）

$$p = 0.0228 \times 2 = 0.0456$$

（両側検定）

カイ2乗分布

$$\chi^2 = u^2 = 2.000^2 = 4.000$$

$$p = \text{CHIDIST}(4.000, 1) = 0.0455$$

（第1部§2.7）

連続修正した場合より p 値は小さい

連続修正を施していない理由については後述

表示 3.2.1

f	n	π	$ u $	外側確率
27	100	0.200	1.750	0.0401
28	100	0.200	2.000	0.0228
29	100	0.200	2.250	0.0112

表示 3.2.5

割合の検定			
水準	推定割合	仮説割合	
no	0.72000	0.80000	
yes	0.28000	0.20000	
検定	カイ2乗	自由度	p値(Prob>Chisq)
尤度比	3.6705	1	0.0554
Pearson	4.0000	1	0.0455*

方法: 仮説値を固定し、省略された値のスケールを変更

0.0228 × 2 = 0.0456

●割合の検定（両側検定）：尤度比検定（G 検定）

$n = 100, f = 28$ が得られたとき、

帰無仮説 $H_0 : \pi = 0.2$ の下での尤度は0.0141（帰無仮説が正しいときに $f=28$ という値の起こり易さ）

対立仮説 $H_1 : \pi \neq 0.2$ の下での尤度の最大値は0.0886（ $\pi = 0.28$ の下での尤度）

尤度比の自然対数を2倍した値は、自由度が1のカイ2乗分布で近似される

$$\chi^2 = 2 \times \ln(0.0886/0.0141) = 2 \times \ln(6.267) = 3.6705$$

このカイ2乗分布で χ^2 値が 3.6705 よりも大きい確率 0.0554 が p 値になる

$$(\text{=CHIDIST}(3.6705, 1) = 0.0554)$$

$n = 100$ 表示 3.1.14 2項分布の確率と尤度（改変）

f	π												
	.19	.20	.21	.22	.23	.24	.25	.26	.27	.28	.29	.30	.31
28	.0082	.0141	.0224	.0329	.0451	.0580	.0701	.0799	.0864	.0886	.0864	.0804	.0715

帰無仮説 $H_0 : \pi = 0.2$ の下での尤度
 =BINOMDIST(28, 100, 0.20, FALSE) = 0.0141

対立仮説 $H_1 : \pi \neq 0.2$ の下での尤度の最大値
 =BINOMDIST(28, 100, 0.28, FALSE) = 0.0886

●割合の検定（両側検定）：尤度比検定

尤度比が大きいとき、帰無仮説を棄却

(帰無仮説の下で起こり難く、対立仮説の下では起こり易い場合)

f	H ₀ での 尤度	H ₁ での 尤度の最大値	尤度比 λ	χ^2 $2 \times \ln(\lambda)$	p 値
24	0.0577	0.0931	1.612	0.9549	0.328
28	0.0141	0.0886	6.267	3.6705	0.055
30	0.0052	0.0868	16.723	5.6335	0.018

表示 3.1.14 2項分布の確率と尤度 (改変)

$n = 100$

f	π												
	.19	.20	.21	.22	.23	.24	.25	.26	.27	.28	.29	.30	.31
24	.0433	.0577	.0716	.0830	.0905	.0931	.0906	.0837	.0736	.0618	.0496	.0380	.0280
28	.0082	.0141	.0224	.0329	.0451	.0580	.0701	.0799	.0864	.0886	.0864	.0804	.0715
30	.0027	.0052	.0093	.0154	.0237	.0340	.0458	.0580	.0694	.0787	.0847	.0868	.0848

帰無仮説での尤度 (指向 .20)

対立仮説での最大尤度 (指向 .28)

●割合の検定（両側検定）：尤度比検定

尤度比が大きいとき、帰無仮説を棄却

(帰無仮説の下で起こり難く、対立仮説の下では起こり易い場合)

f	H ₀ での 尤度	H ₁ での 尤度の最大値	尤度比 λ	χ^2 $2 \times \ln(\lambda)$	p 値
24	0.0577	0.0931	1.612	0.9549	0.328
28	0.0141	0.0886	6.267	3.6705	0.055
30	0.0052	0.0868	16.723	5.6335	0.018

表示 3.1.14 2項分布の確率と尤度 (改変)

$n = 100$

f	π												
	.19	.20	.21	.22	.23	.24	.25	.26	.27	.28	.29	.30	.31
24	.0433	.0577	.0716	.0830	.0905	.0931	.0906	.0837	.0736	.0618	.0496	.0380	.0280
28	.0082	.0141	.0224	.0329	.0451	.0580	.0701	.0799	.0864	.0886	.0864	.0804	.0715
30	.0027	.0052	.0093	.0154	.0237	.0340	.0458	.0580	.0694	.0787	.0847	.0868	.0848

帰無仮説での尤度
対立仮説での最大尤度

●割合の検定（両側検定）：尤度比検定

尤度比が大きいとき、帰無仮説を棄却

（帰無仮説の下で起こり難く、対立仮説の下では起こり易い場合）

帰無仮説の $f=20$ から、
実際に得られた f が 24、28、30 と
離れるにしたがって尤度比は大きくなり
 p 値は小さくなる

f	H_0 での 尤度	H_1 での 尤度の最大値	尤度比 λ	χ^2 $2 \times \ln(\lambda)$	p 値
24	0.0577	0.0931	1.612	0.9549	0.328
28	0.0141	0.0886	6.267	3.6705	0.055
30	0.0052	0.0868	16.723	5.6335	0.018

表示 3.1.14 2項分布の確率と尤度（改変）

$n = 100$

f	π												
	.19	.20	.21	.22	.23	.24	.25	.26	.27	.28	.29	.30	.31
24	.0433	.0577	.0716	.0830	.0905	.0931	.0906	.0837	.0736	.0618	.0496	.0380	.0280
28	.0082	.0141	.0224	.0329	.0451	.0580	.0701	.0799	.0864	.0886	.0864	.0804	.0715
30	.0027	.0052	.0093	.0154	.0237	.0340	.0458	.0580	.0694	.0787	.0847	.0868	.0848

帰無仮説での尤度 (指向 .20)

対立仮説での最大尤度 (指向 .28)

JMP [一変量の分布] による割合の検定

- 割合の検定 (両側検定)
: 尤度比検定 表示 3.2.6

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	
18	尤度比検定									
19						尤度				χ^2
20	f	n	π	p	帰無仮説	対立仮説	尤度比	対数尤度比	p (両側)	
21	12	100	0.200	0.120	0.0128	0.1219	9.5581	4.5148	0.0336	
22	28	100	0.200	0.280	0.0141	0.0886	6.2668	3.6705	0.0554	

帰無仮説の下での尤度

$$D22 = A22 / B22$$

$$E22 = \text{BINOMDIST}(A22, B22, C22, \text{FALSE})$$

対立仮説の下での尤度の最大値

$$F22 = \text{BINOMDIST}(A22, B22, D22, \text{FALSE})$$

$$G22 = F22 / E22$$

尤度比

$$H22 = 2 * \text{LN}(F22 / E22)$$

$$I22 = \text{CHIDIST}(H22, 1)$$

$$\chi^2 = 2 \times \ln(\text{尤度})$$

尤度比 (λ) の自然対数を2倍した値は、自由度が1のカイ2乗分布で近似される

JMP [一変量の分布] による割合の検定

●割合の検定 (両側検定)

: 尤度比検定 表示 3.2.6

JMPの結果は
Excelの結果と一致

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
18	尤度比検定								
19					尤度		χ^2		
20	<i>f</i>	<i>n</i>	π	<i>p</i>	帰無仮説	対立仮説	尤度比	対数尤度比	<i>p</i> (両側)
21	12	100	0.200	0.120	0.0128	0.1219	9.5581	4.5148	0.0336
22	28	100	0.200	0.280	0.0141	0.0886	6.2668	3.6705	0.0554

$f=12$ 、 $f=28$ での結果を比較
(期待値 $f=20$ から等距離)

Pearson では同じ p 値

正規近似により左右対称

尤度比検定では異なる p 値

正規近似ではないので左右非対称

両者の平均値は Pearson の結果に近い値

$$(0.0554 + 0.0336) / 2 = 0.0445$$

$$D22 = A22 / B22$$

$$E22 = \text{BINOMDIST}(A22, B22, \dots)$$

$$F22 = \text{BINOMDIST}(A22, B22, \dots)$$

$$G22 = F22 / E22$$

$$H22 = 2 * \text{LN}(F22 / E22)$$

$$I22 = \text{CHIDIST}(H22, 1)$$

割合の検定

水準	推定割合	仮説割合
no	0.72000	0.80000
yes	0.28000	0.20000

検定	カイ2乗	自由度	p値(Prob>Chisq)
尤度比	3.6705	1	0.0554
Pearson	4.0000	1	0.0455*

方法: 仮説値を固定し、省略された値のスケールを変更



JMP [一変量の分布] による割合の検定

●割合検定、4種類の方法の比較

$n = 100$ 、 f を 12 と 28 に設定 ($n\pi=20$ の両側に同じ距離で設定)

片側 p 値で比較 (尤度比検定では、 p 値の $1/2$ で比較)

2項検定と尤度比検定では、平均値も同時に表示

表示 3.2.7 4つの p 値の比較 (一部改変、片側 p 値)

f	n	f/n	π	u^* 正規近似 連続修正	2項 正確な 2項分布	尤度 尤度比検定	u 正規近似 無修正
12	100	0.12	0.2	0.0304	0.0253	0.0168	0.0228
28	100	0.28	0.2	0.0304	0.0342	0.0277	0.0228
平均					0.0297	0.0222	

注) 太字の数値は、JMP の表示

追加

連続修正なし

両側検定の1/2

JMP [一変量の分布] による割合の検定

●割合検定、4種類の方法の比較

$n = 100$ 、 f を 12 と 28 に設定 ($n\pi = 20$ の両側に同じ距離で設定)

片側 p 値で比較 (尤度比検定では、 p 値の $1/2$ で比較)

2項検定と尤度比検定では、平均値も同時に表示

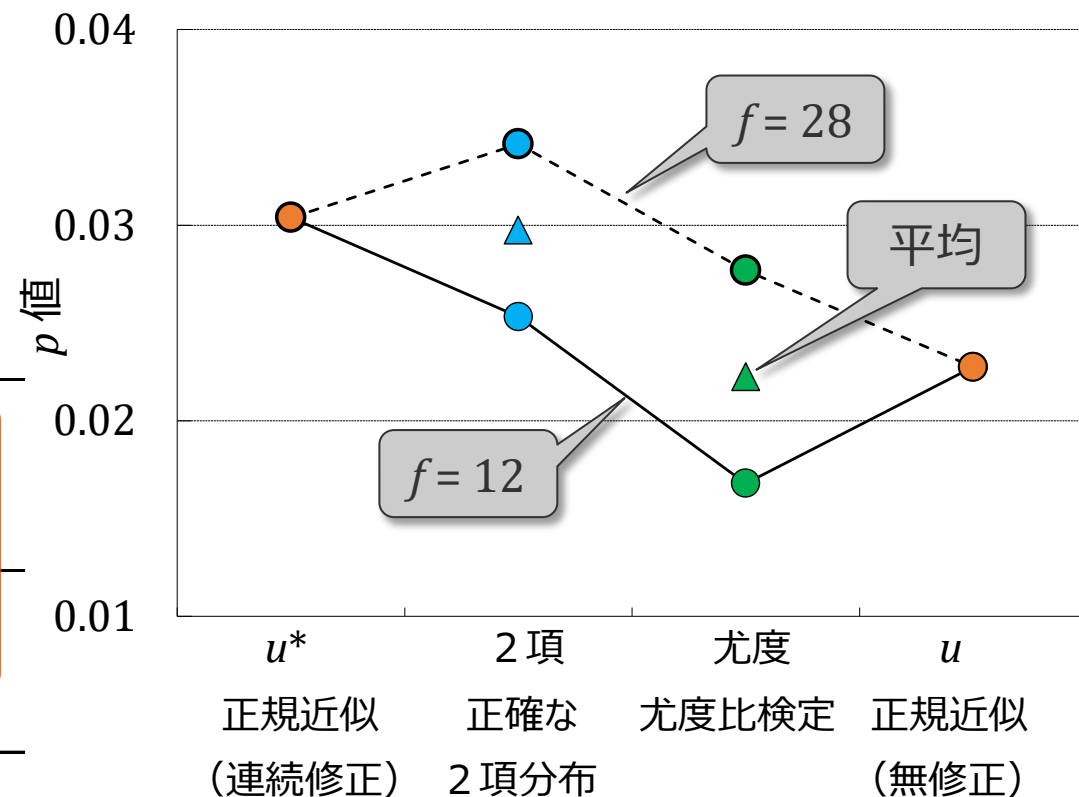
p 値の比較

正規近似 < 尤度比検定 < 2項分布 < 正規近似
(無修正) (連続修正)

表示 3.2.7 4つの p 値の比較 (一部改変、片側 p 値)

f	n	f/n	π	u^* 正規近似 連続修正	2項 正確な 2項分布	尤度 尤度比検定	u 正規近似 無修正
12	100	0.12	0.2	0.0304	0.0253	0.0168	0.0228
28	100	0.28	0.2	0.0304	0.0342	0.0277	0.0228
平均					0.0297	0.0222	

注) 太字の数値は、JMP の表示



JMP [一変量の分布] による割合の検定

●割合検定、4種類の方法の比較

$n = 100$ 、 f を 12 と 28 に設定 ($n\pi = 20$ の両側に同じ距離で設定)

片側 p 値で比較 (尤度比検定では、 p 値の $1/2$ で比較)

2項検定と尤度比検定では、平均値も同時に表示

p 値の比較

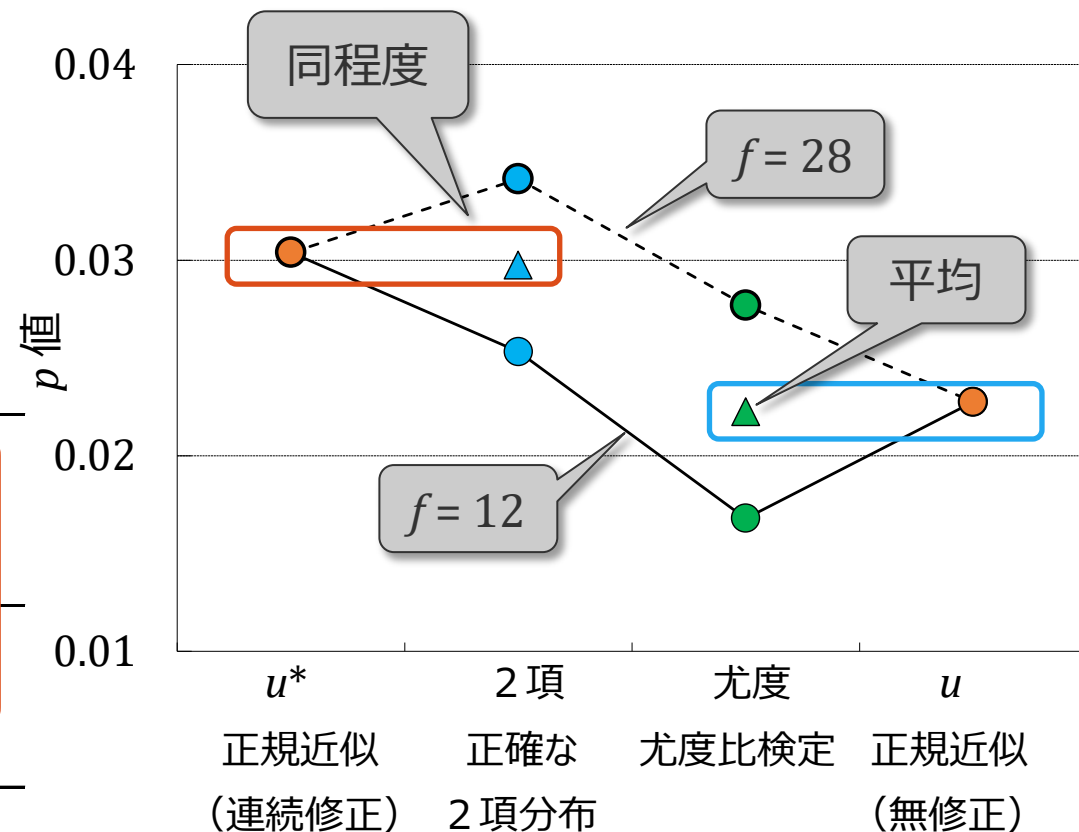
正規近似 < 尤度比検定 < 2項分布 < 正規近似

(無修正) (連続修正)

表示 3.2.7 4つの p 値の比較 (一部改変、片側 p 値)

f	n	f/n	π	u^* 正規近似 連続修正	2項 正確な 2項分布	尤度 尤度比検定	u 正規近似 無修正
12	100	0.12	0.2	0.0304	0.0253	0.0168	0.0228
28	100	0.28	0.2	0.0304	0.0342	0.0277	0.0228
平均					0.0297	0.0222	

注) 太字の数値は、JMP の表示



JMP [一変量の分布] による割合の検定

●割合検定、4種類の方法の比較

$n = 100$ 、 f を 12 と 28 に設定 ($n\pi = 20$ の両側に同じ距離で設定)

片側 p 値で比較 (尤度比検定では、 p 値の 1/2 で比較)

2項検定と尤度比検定では、平均値も同時に表示

JMP 表示

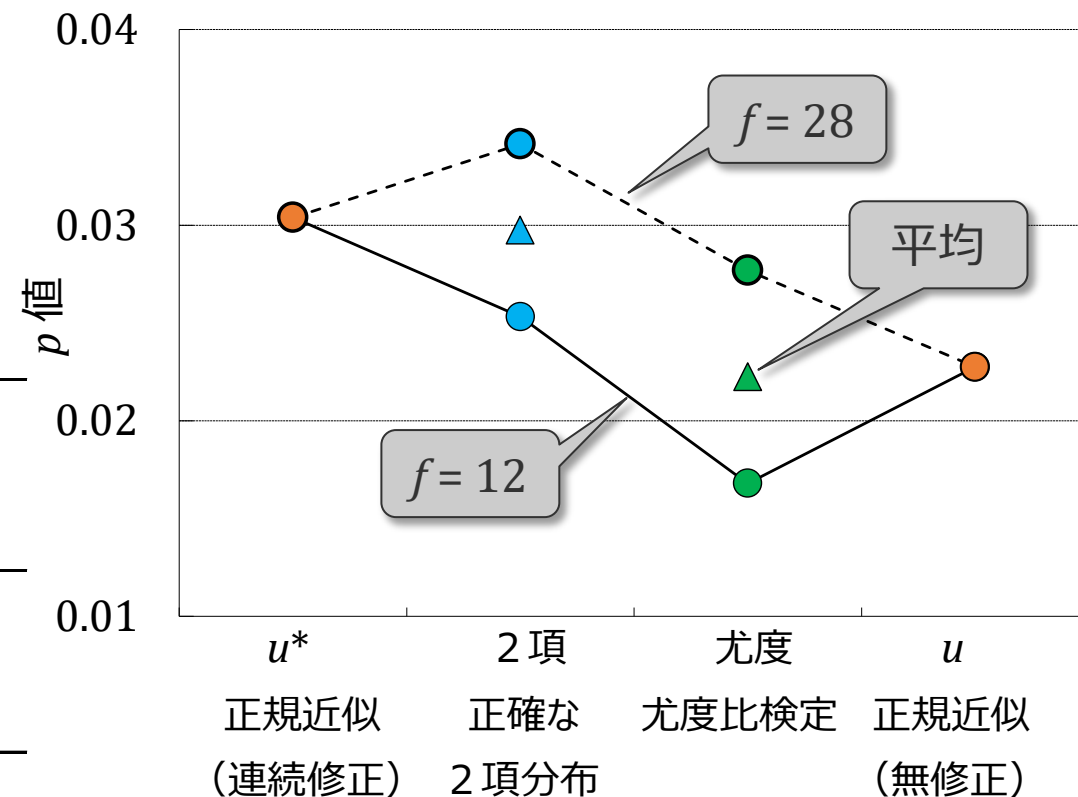
片側検定: 2項分布を使った検定

両側検定: 尤度比検定、正規近似 (無修正)

表示 3.2.7 4つの p 値の比較 (一部改変、片側 p 値)

f	n	f/n	π	u^*	2項	尤度	u
				正規近似 連続修正	正確な 2項分布	尤度比検定	正規近似 無修正
12	100	0.12	0.2	0.0304	0.0253	0.0168	0.0228
28	100	0.28	0.2	0.0304	0.0342	0.0277	0.0228
平均					0.0297	0.0222	

注) 太字の数値は、JMP の表示



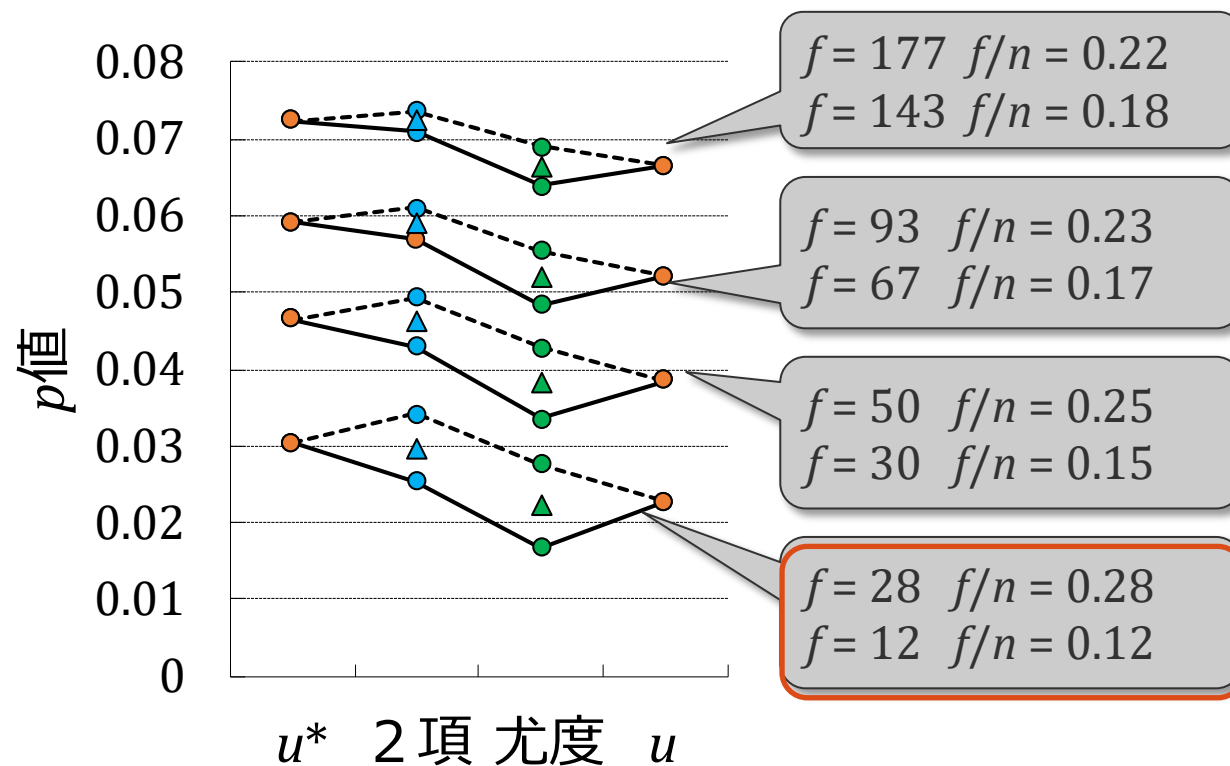
JMP [一変量の分布] による割合の検定

●割合の検定、4種類の方法の比較

表示 3.2.7 4つの p 値の比較 (片側 p 値)

f	n	f/n	π	u^*	2項	尤度	u
12	100	0.12	0.2	0.0304	0.0253	0.0168	0.0228
28	100	0.28	0.2	0.0304	0.0342	0.0277	0.0228
					0.0297	0.0222	
30	200	0.15	0.2	0.0465	0.0430	0.0336	0.0385
50	200	0.25	0.2	0.0465	0.0494	0.0429	0.0385
					0.0462	0.0382	
67	400	0.17	0.2	0.0591	0.0568	0.0484	0.0521
93	400	0.23	0.2	0.0591	0.0610	0.0554	0.0521
					0.0589	0.0519	
143	800	0.18	0.2	0.0724	0.0709	0.0638	0.0665
177	800	0.22	0.2	0.0724	0.0737	0.0690	0.0665
					0.0723	0.0664	

期待値 $n\pi$ の両側に同じ距離で設定
 比較する割合は n が大きいほど小さくしてある
 連続修正に関する考え方については、後述





(5) 割合の区間推定

●割合の区間推定：Wald（ワルド）法

$$E[f] = n\pi \quad D[f] = \sqrt{n\pi(1-\pi)}$$

$$u = \frac{f - n\pi}{\sqrt{n\pi(1-\pi)}}$$

正規近似
(連続修正なし)

u は標準正規分布に従うので
(信頼率 $1-\alpha = 0.95$)

$$-1.96 < u = \frac{f - n\pi}{\sqrt{n\pi(1-\pi)}} < 1.96 \quad (3.2.0)$$

分母と分子を n で割って ($f/n = p$)

$$-1.96 < u = \frac{p - \pi}{\sqrt{\pi(1-\pi)/n}} < 1.96$$

$$\pi - 1.96\sqrt{\pi(1-\pi)/n} < p < \pi + 1.96\sqrt{\pi(1-\pi)/n}$$

$$p - 1.96\sqrt{\pi(1-\pi)/n} < \pi < p + 1.96\sqrt{\pi(1-\pi)/n}$$

(3.2.1)

帰無仮説が正しいとき π がこの範囲に含まれる確率は近似的に信頼率 $1-\alpha = 1 - 0.05 = 0.95$
ただし、不等式の両辺に π が含まれる
そこで、 π を p で置き換えて近似式を得る

$$p - 1.96\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} < \pi < p + 1.96\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \quad (3.2.2)$$

この区間推定の方法を Wald 法という

●割合の区間推定：Wald（ワルド）法

$$\pi - 1.96\sqrt{\pi(1-\pi)/n} < p < \pi + 1.96\sqrt{\pi(1-\pi)/n}$$

$$p - 1.96\sqrt{\pi(1-\pi)/n} < \pi < p + 1.96\sqrt{\pi(1-\pi)/n}$$

(3.2.1)

帰無仮説が正しいとき π がこの範囲に含まれる確率は近似的に信頼率 $1-\alpha = 1 - 0.05 = 0.95$ ただし、不等式の両辺に π が含まれる
そこで、 π を p で置き換えて近似式を得る

$$p - 1.96\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} < \pi < p + 1.96\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \quad (3.2.2)$$

この区間推定の方法を Wald 法という

問題点 $p=0, p=1$ のとき信頼区間の幅が 0 になる
 $\pi < 0, \pi > 1$ になる場合がある

$$\frac{0}{20} - 1.96\sqrt{\frac{0/20 \times (1 - 0/20)}{20}} = 0.00$$

$$\frac{1}{20} - 1.96\sqrt{\frac{1/20 \times (1 - 1/20)}{20}} = -0.05$$

$$\frac{2}{20} - 1.96\sqrt{\frac{2/20 \times (1 - 2/20)}{20}} = -0.03$$

$$\frac{3}{20} - 1.96\sqrt{\frac{3/20 \times (1 - 3/20)}{20}} = -0.01$$

$$\frac{4}{20} - 1.96\sqrt{\frac{4/20 \times (1 - 4/20)}{20}} = 0.02$$

●割合の区間推定：Score（スコア）法

$$p - 1.96 \sqrt{\frac{\pi(1 - \pi)}{n}} < \pi < p + 1.96 \sqrt{\frac{\pi(1 - \pi)}{n}} \quad (3.2.1)$$

不等号を等号に変えて

$$\pi = p \pm 1.96 \sqrt{\frac{\pi(1 - \pi)}{n}}$$

右辺の p を左辺に移項して2乗すると

$$(\pi - p)^2 = 1.96^2 \pi(1 - \pi)/n \quad (3.2.3)$$

$$(n + 1.96^2)\pi^2 - 2\left(np + \frac{1.96^2}{2}\right)\pi + np^2 = 0$$

π に関する2次方程式を解く（煩雑 → ゴールシーク） = 0.025

式(3.2.3) の元の式(3.2.0)で不等号を等号に変えて

$$- 1.96 < u = \frac{f - n\pi}{\sqrt{n\pi(1 - \pi)}} < 1.96 \quad (3.2.0)$$

$$u = \frac{f - n\pi}{\sqrt{n\pi(1 - \pi)}} = \pm 1.96$$

u は標準正規分布に従うので、

u の下側確率と上側確率が 0.025 になるように

π の上限 π_L 、下限 π_U をゴールシークで求める

$$= 1 - \text{NORMSDIST}(u) \rightarrow u = \frac{f - n\pi_L}{\sqrt{n\pi_L(1 - \pi_L)}} = 0.025$$

$$= \text{NORMSDIST}(u) \rightarrow u = \frac{f - n\pi_U}{\sqrt{n\pi_U(1 - \pi_U)}} = 0.025$$

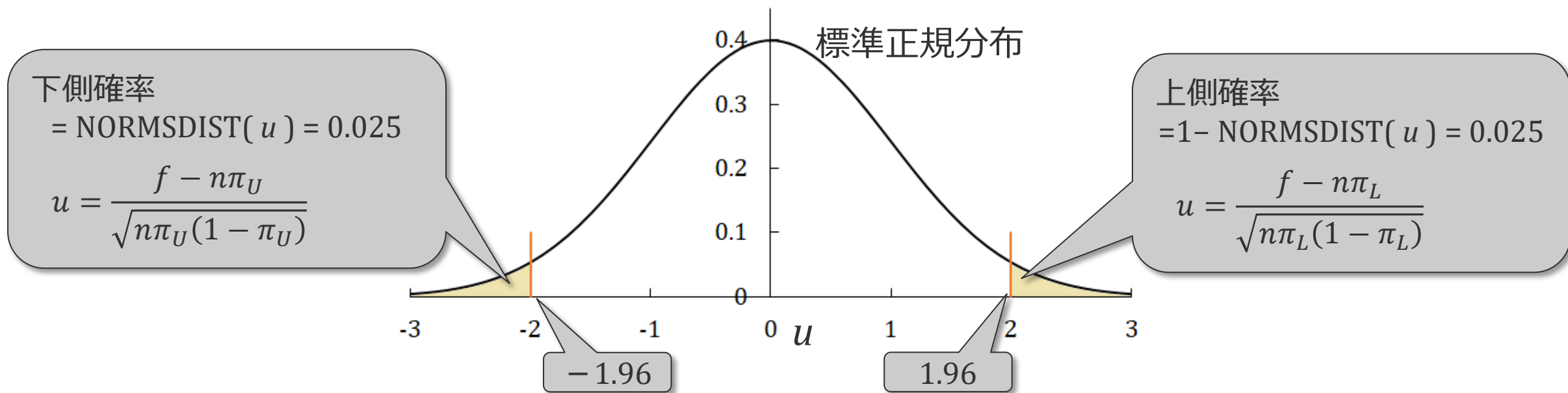
●標準正規分布の確率の計算

表示3.2.8 の補足

Excel 関数のNORMSDIST 関数は下側確率を返す

$u < 0$ の場合、上下側確率を計算、そのまま $\text{NORMSDIST}(u)$ で下側確率が求められる

$u > 0$ の場合、上側確率を計算、 $1 - \text{NORMSDIST}(u)$ として上側確率が求められる



●割合の区間推定：Score（スコア）法

π の上限を π_L とすると

セル D34 : $= 1 - \text{NORMSDIST}(u)$
 $= 0.025$

$$u = \frac{f - n\pi_L}{\sqrt{n\pi_L(1 - \pi_L)}}$$

セル A34、B34 に f 、 n を入力

セル C34 に適当な π の下限の値を入力

ゴールシークで π_L を求める

[数式入力セル] : D34

[目標値] : $\alpha/2$ (ここでは 0.025)

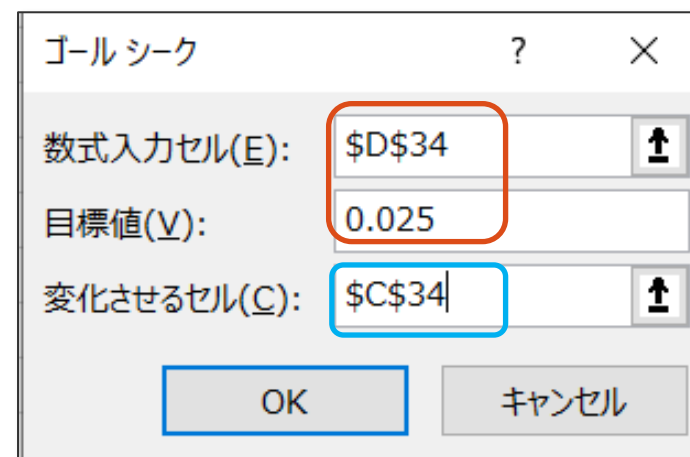
[変化させるセル] : C34

表示 3.2.8 信頼区間の計算表

	A	B	C	D	E	F
32	Score法 (ゴールシークによる)					
33	f	n	π_L	上側確率	π_U	下側確率
34	28	100	0.2014	0.0250	0.3749	0.0250

D34: =1-NORMSDIST
 ((A34-B34*C34)/SQRT(B34*C34*(1-C34)))

F34: =NORMSDIST
 ((A34-B34*E34)/SQRT(B34*E34*(1-E34)))



●割合の区間推定：Score（スコア）法

π の上限を π_L 、下限を π_U とすると

セル D34 : $= 1 - \text{NORMSDIST}(u)$
 $= 0.025$ $u = \frac{f - n\pi_L}{\sqrt{n\pi_L(1 - \pi_L)}}$

セル F34 : $= \text{NORMSDIST}(u)$
 $= 0.025$ $u = \frac{f - n\pi_U}{\sqrt{n\pi_U(1 - \pi_U)}}$

セル A34、B34 に f 、 n を入力

セル E34 に適当な π の上限の値を入力

ゴールシークで π_U を求める

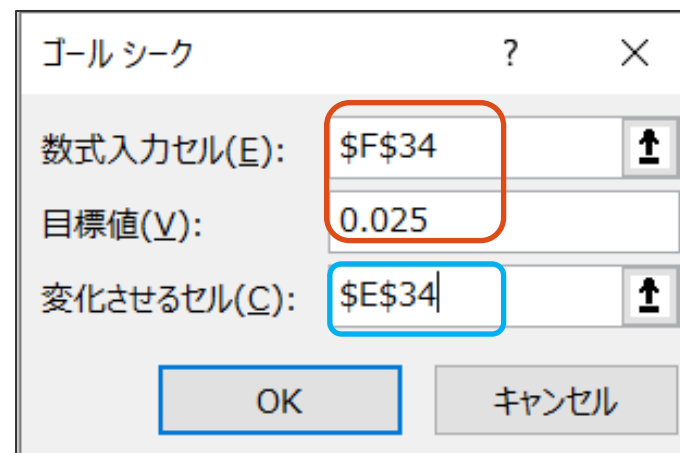
- [数式入力セル] : F34
- [目標値] : $\alpha/2$ (例えば 0.025)
- [変化させるセル] : E34

表示 3.2.8 信頼区間の計算表

	A	B	C	D	E	F
32	Score法 (ゴールシークによる)					
33	f	n	π_L	上側確率	π_U	下側確率
34	28	100	0.2014	0.0250	0.3749	0.0250

D34: $=1-\text{NORMSDIST}((A34-B34*C34)/\text{SQRT}(B34*C34*(1-C34)))$

F34: $=\text{NORMSDIST}((A34-B34*E34)/\text{SQRT}(B34*E34*(1-E34)))$



●割合の区間推定：Score（スコア）法

π の上限を π_L 、下限を π_U とすると

$$\begin{aligned} \text{セル D34} &:= 1 - \text{NORMSDIST}(u) \\ &= 0.025 \end{aligned} \quad u = \frac{f - n\pi_L}{\sqrt{n\pi_L(1 - \pi_L)}}$$

$$\begin{aligned} \text{セル F34} &:= \text{NORMSDIST}(u) \\ &= 0.025 \end{aligned} \quad u = \frac{f - n\pi_U}{\sqrt{n\pi_U(1 - \pi_U)}}$$

セル A34、B34 に f 、 n を入力

セル C34、E34 に適当な π の下限、上限を入力

ゴールシークで π_L 、 π_U を求める

[数式入力セル] : D34、F34

[目標値] : $\alpha/2$ (例えば 0.025)

[変化させるセル] : C34、E34

表示 3.2.8 信頼区間の計算表

	A	B	C	D	E	F
32	Score法 (ゴールシークによる)					
33	f	n	π_L	上側確率	π_U	下側確率
34	28	100	0.2014	0.0250	0.3749	0.0250

D34: =1-NORMSDIST
 ((A34-B34*C34)/SQRT(B34*C34*(1-C34)))
 F34: =NORMSDIST
 ((A34-B34*E34)/SQRT(B34*E34*(1-E34)))

39	Score法 (ユーザー定義関数による)					
40	f	n	α (片側)	π_L	π_U	
41	28	100	0.025	0.2014	0.3749	

D41: =Bin_Sc(A41,B41,C41,"L")
 E41: =Bin_Sc(A41,B41,C41,"U")

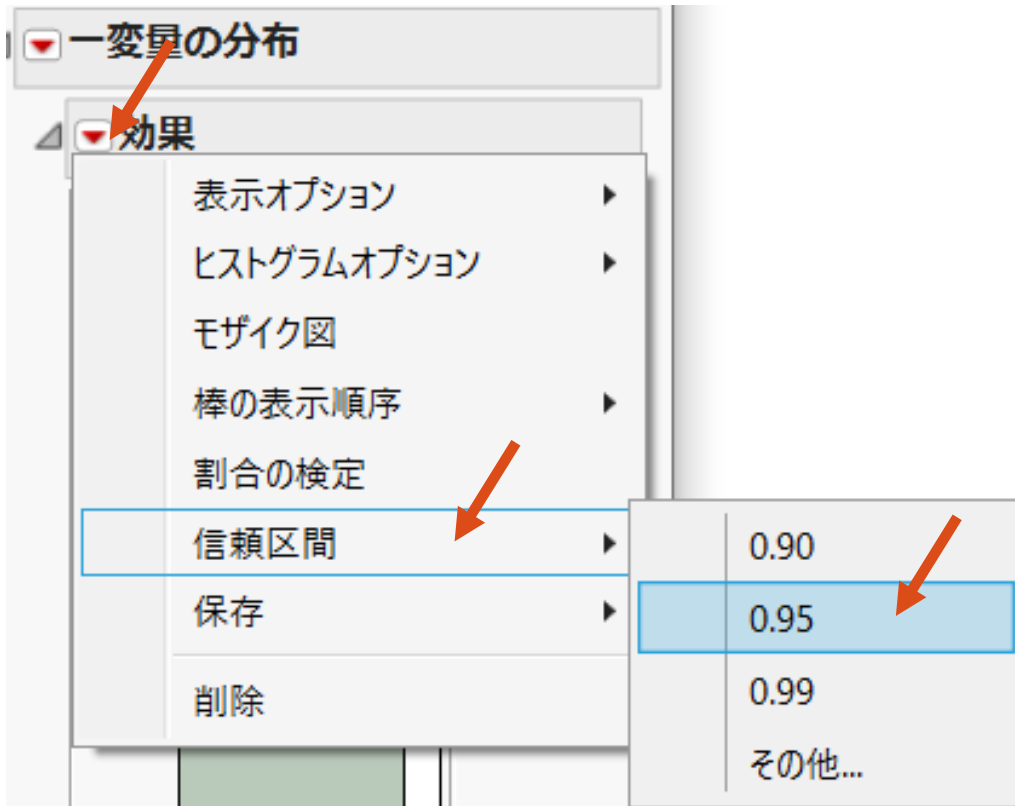


(6) JMP [一変量の分布] による区間推定

Score (スコア) 法による割合の区間推定

●割合の区間推定：Score（スコア）法

[分析] > [一変量の分布]



表示 3.2.8 信頼区間の計算表 (Excel)

	A	B	C	D	E	F
32	Score法 (ゴールシークによる)					
33	f	n	πL	上側確率	πU	下側確率
34	28	100	0.2014	0.0250	0.3749	0.0250

表示 3.2.9 [信頼区間] の出力 (JMP)

信頼区間						
水準	度数	割合	下側信頼限界	上側信頼限界	1- α	
no	72	0.72000	0.62512	0.798603	0.950	
yes	28	0.28000	0.201397	0.37488	0.950	
合計	100					

注: スコア信頼区間を使って計算。



(7) 信頼区間の概数

Score 法による 信頼区間の精度

●Score 法による 区間推定

表示 3.2.10

4 対の曲線 : 95%信頼区間
の上限と下限を示す
($n = 20, 100, 500, 2000$)

$n = 20$

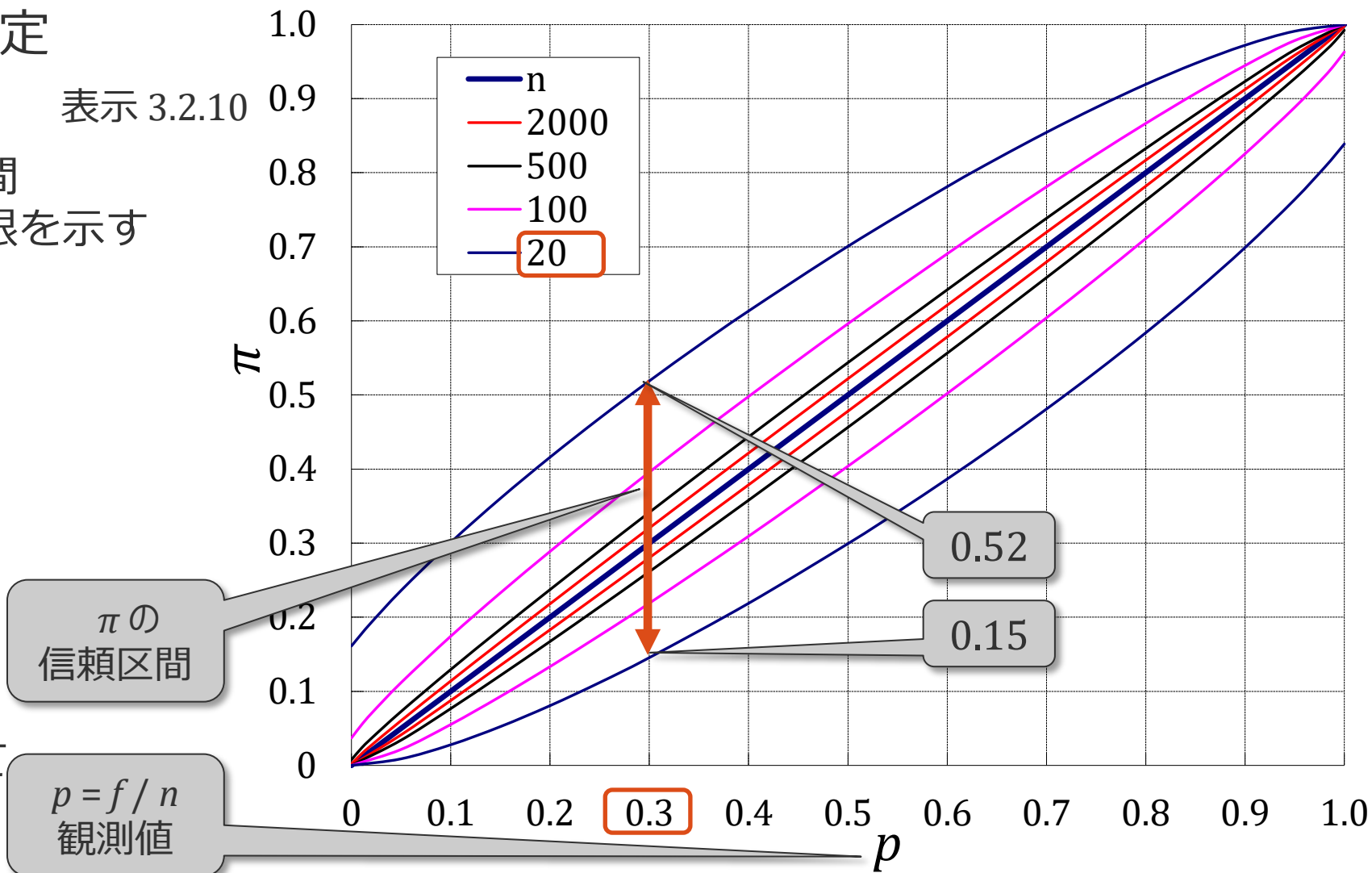
$f = 6$

$p = 6/20 = 0.3$ の場合

上限と下限の比は

$$0.52/0.15 = 3.5$$

この推定区間は広すぎて
実用にならない



●Score 法による 95%信頼区間

$n = 100$

表示 3.2.10

$f = 30$

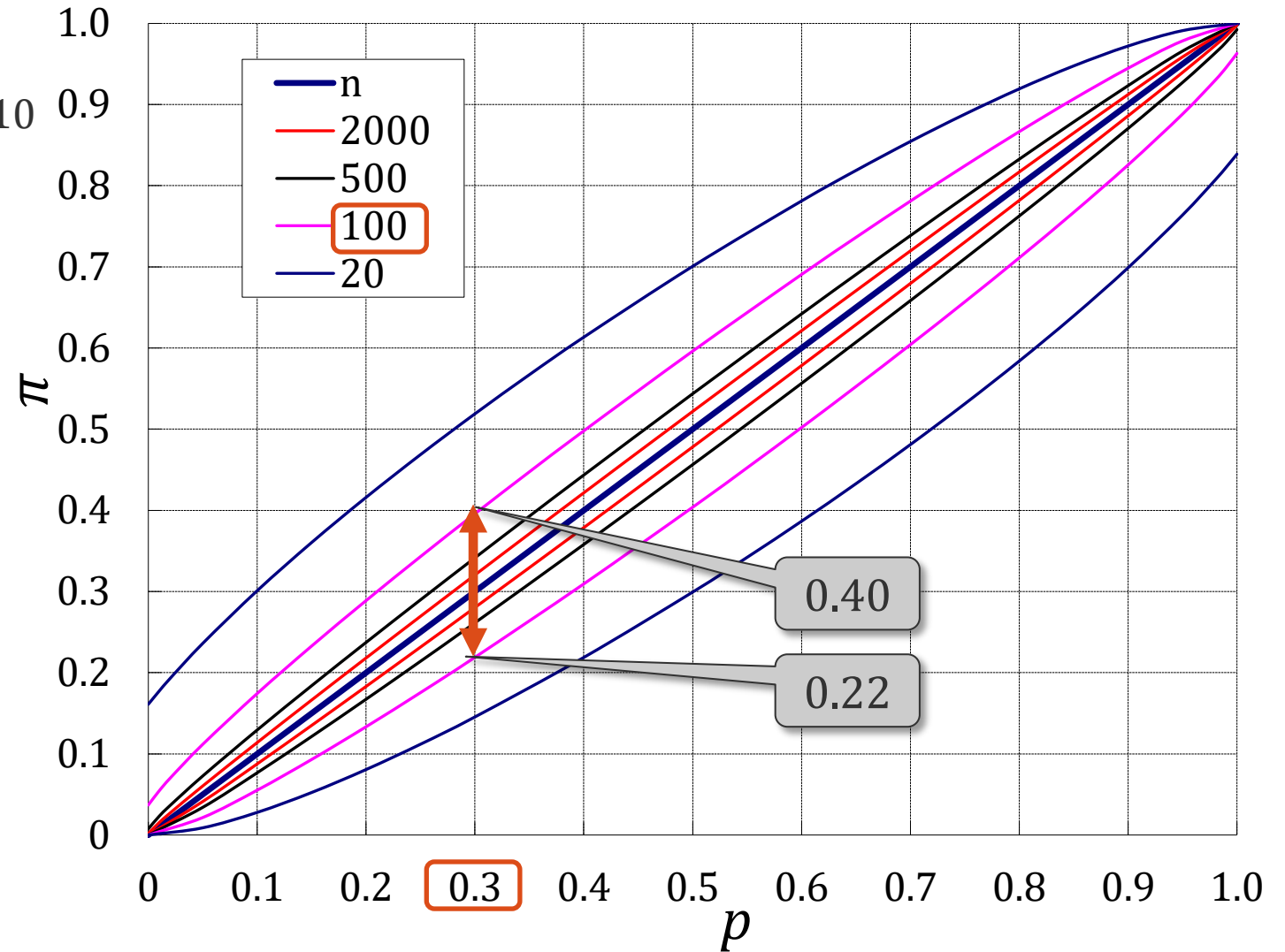
$p = 30/100 = 0.3$ の場合

上限と下限の比は

$$0.40/0.22 = 1.81$$

「真の割合は 20~40% の
範囲内にある」

十分な精度とは言い難い
(予想以上に広いと感じられる)



● Score 法による 95%信頼区間

$$n = 2000$$

表示 3.2.10

$$f = 600$$

$$p = 600/2000 = 0.3 \quad \text{の場合}$$

上限と下限の比は

$$0.32/0.28 = 1.14$$

かなり信頼できる値になってきた

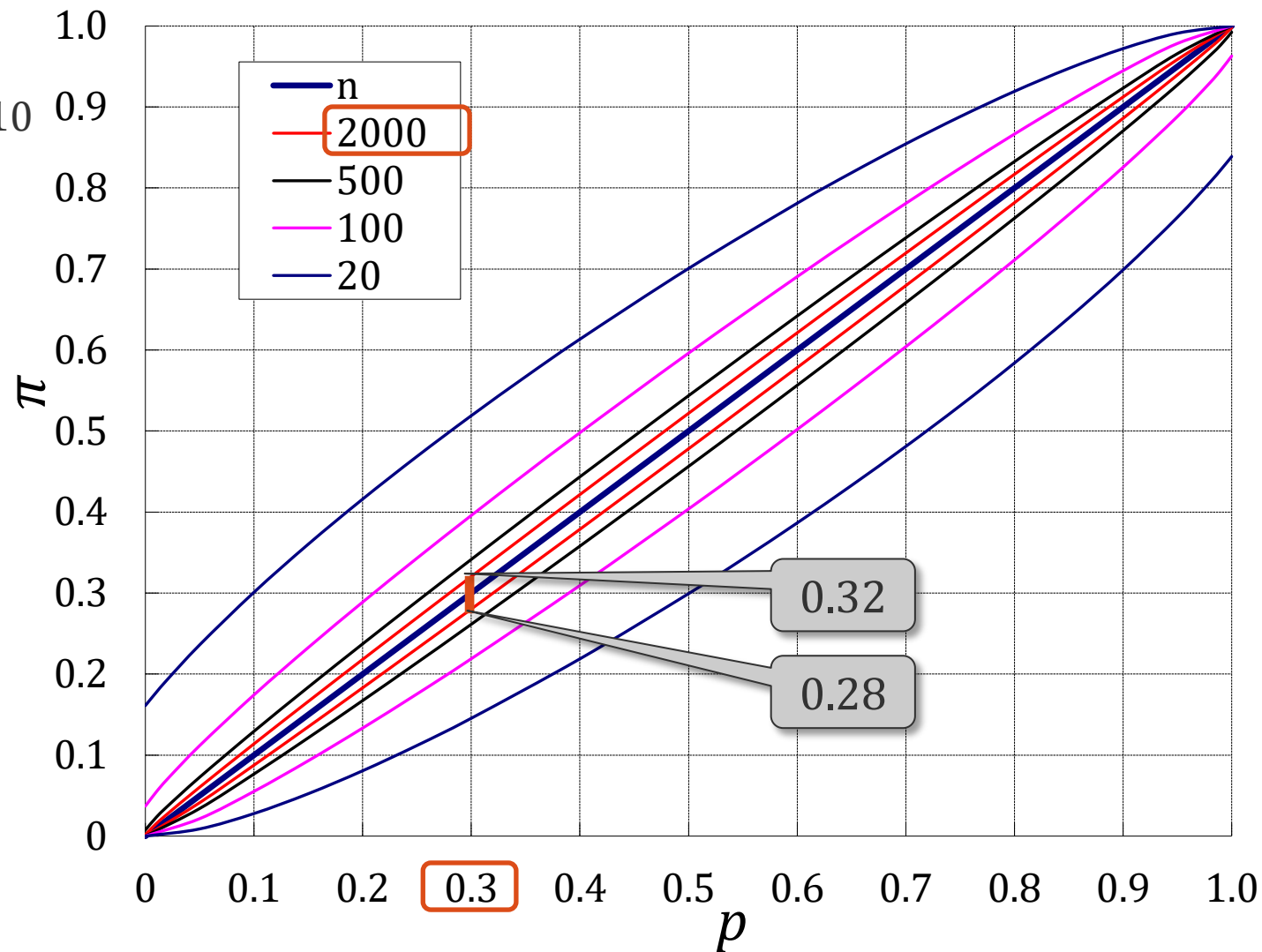
しかし、1% 前後の増減は

誤差の範囲内です

(2000 人くらいの調査で

1% 前後の増減に一喜一憂する

ことは無意味)



●Score 法での必要なサンプルサイズ

表示 3.2.10

π の予想は 20%

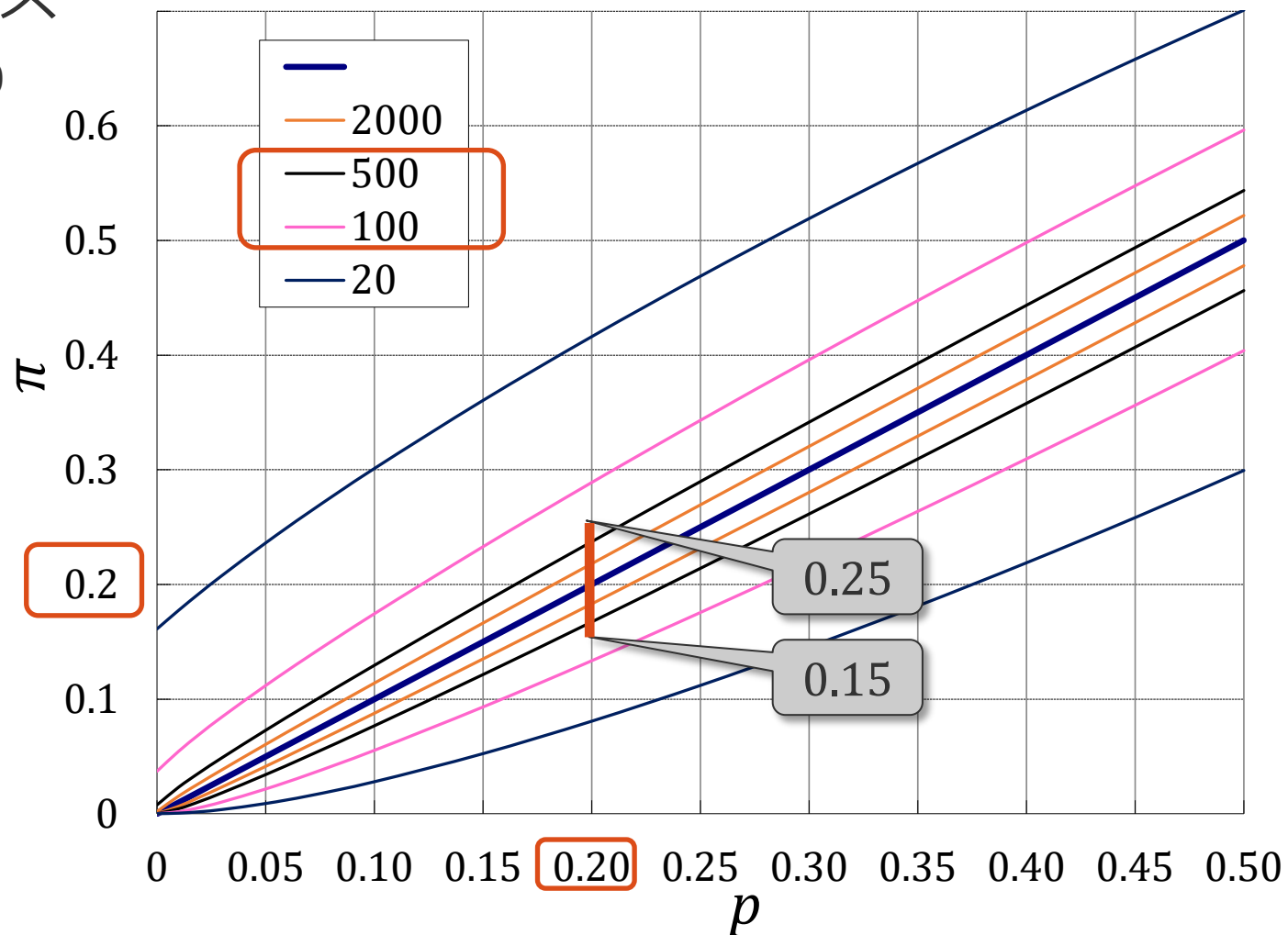
0.20 ± 0.05 (0.15~0.25) で

予測したい

必要な n のサイズは？

上限 0.15, 下限 0.25 は、

$n = 100$ と $n=500$ の線の間

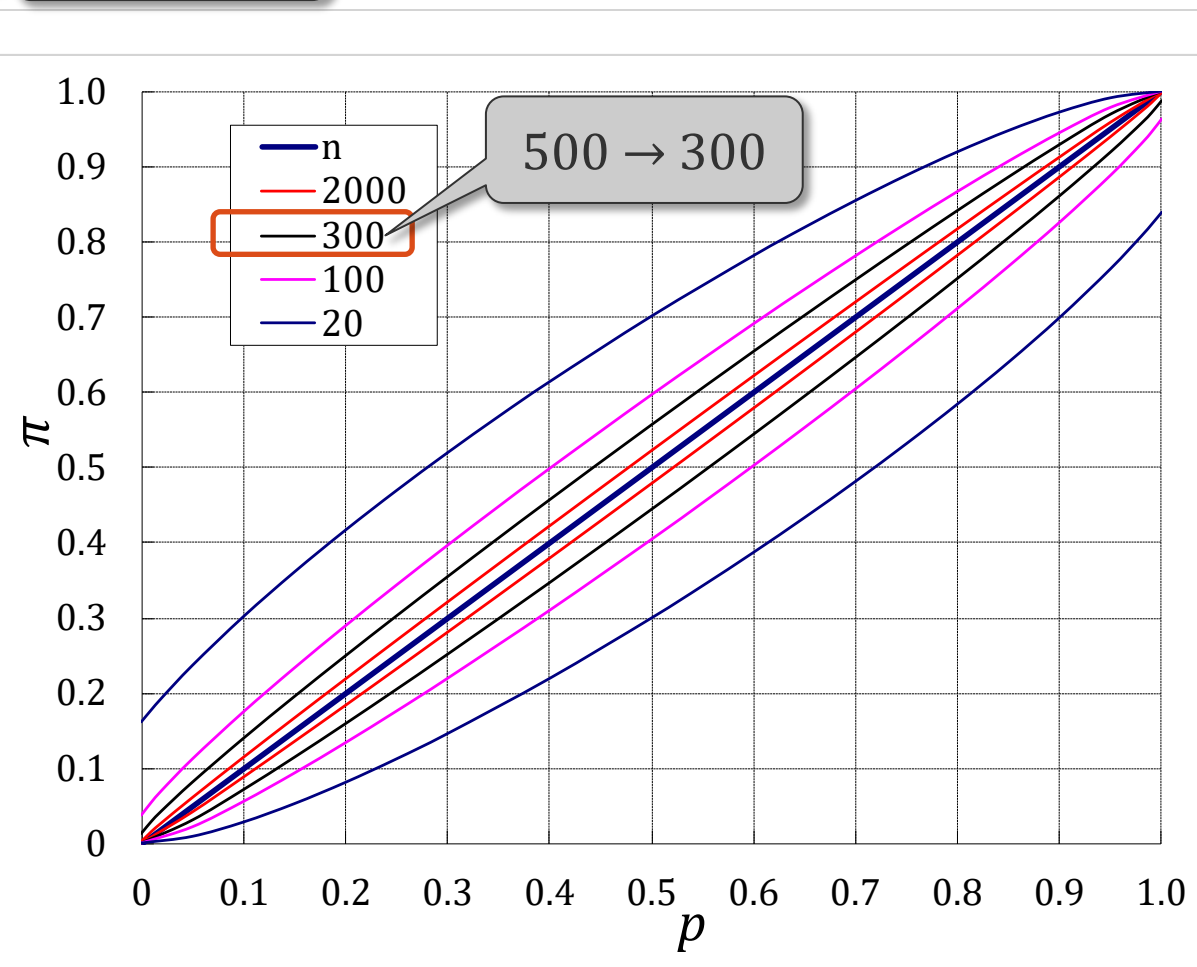


●Score 法での必要なサンプルサイズ

500 → 300

表示 3.2.10

α (片側)		0.025			
	n	2000	300	100	20
0.00	0.00	0.00	0.01	0.04	0.16
0.01	0.01	0.02	0.03	0.05	0.18
0.02	0.02	0.03	0.04	0.07	0.19
0.05	0.05	0.06	0.08	0.11	0.24
0.10	0.10	0.11	0.14	0.17	0.30
0.15	0.15	0.17	0.19	0.23	0.36
0.20	0.20	0.22	0.25	0.29	0.42
0.25	0.25	0.27	0.30	0.34	0.47
0.30	0.30	0.32	0.35	0.40	0.52
0.35	0.35	0.37	0.41	0.45	0.57
0.40	0.40	0.42	0.46	0.50	0.61
0.50	0.50	0.52	0.56	0.60	0.70
0.60	0.60	0.62	0.65	0.69	0.78
0.65	0.65	0.67	0.70	0.74	0.82
0.70	0.70	0.72	0.75	0.78	0.85
0.75	0.75	0.77	0.80	0.82	0.89
0.80	0.80	0.82	0.84	0.87	0.92
0.85	0.85	0.86	0.89	0.91	0.95
0.90	0.90	0.91	0.93	0.94	0.97
0.95	0.95	0.96	0.97	0.98	0.99
1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00



●Score 法での必要なサンプルサイズ 表示 3.2.10

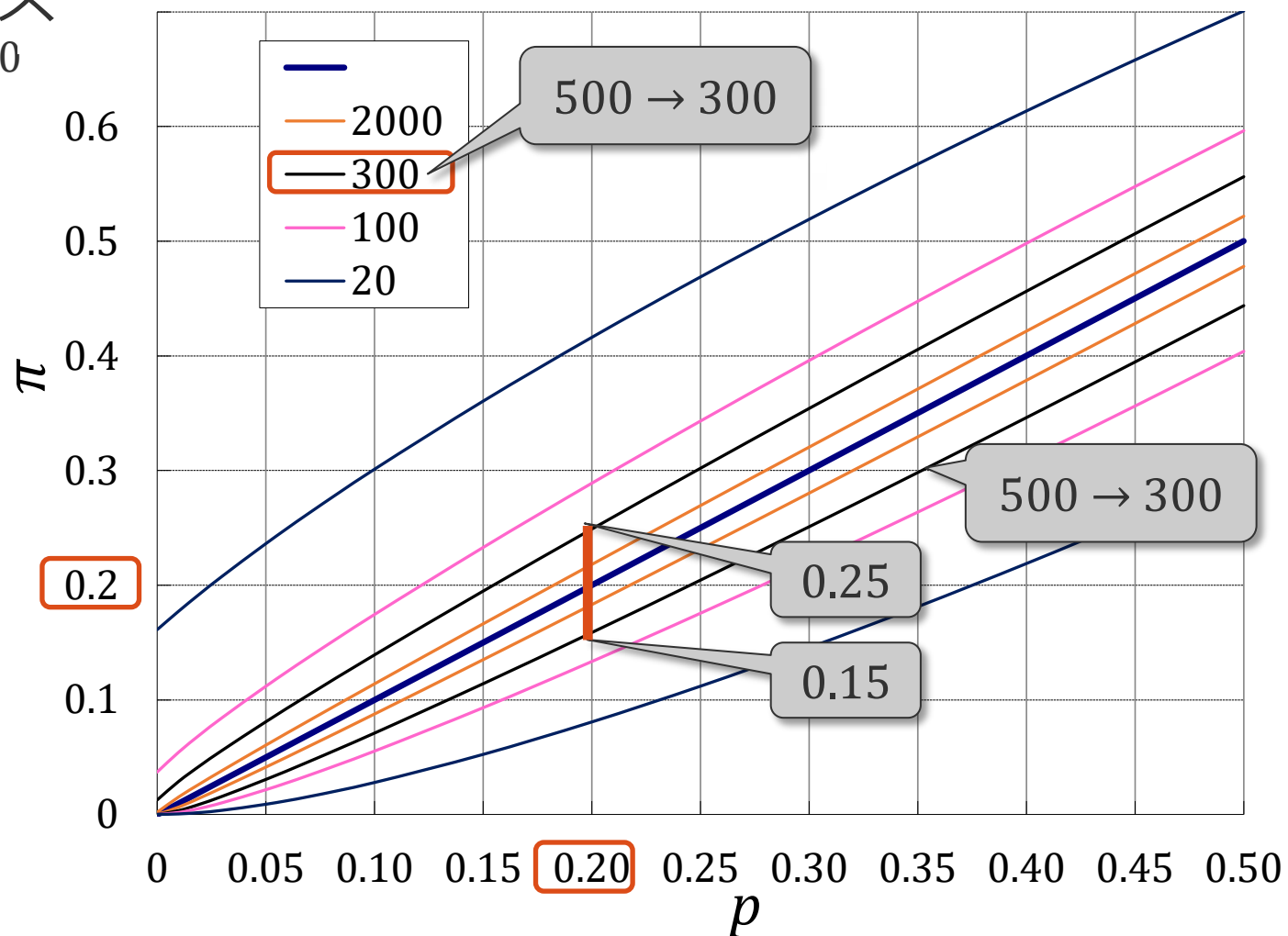
π の予想は 20%

0.20 ± 0.05 (0.15~0.25) で

予測したい

必要な n のサイズは?

上限 0.15, 下限 0.25 は、
 $n \approx 300$ の線上



補遺

(2) 第1種の誤りの確率 α

割合の検定にどの検定方法を用いるか？

正規近似に連続修正は必要か？

JMP はなぜ連続修正を採用していないのか？



●論点

2 項分布は観測される値 f が整数に限られる \rightarrow 不連続に変化 (離散型確率変数)
危険率 (有意水準) $\alpha=0.05$ で検定したとしても、実際の第 1 種の誤る確率は 0.05 ではない
第 1 種の誤りの確率 (第 1 部 [§1.4](#))

JMP の割合に関する解析方法

片側検定 : 2 項分布による検定

両側検定 : Pearson の検定 $\cdot \cdot \cdot$ 正規近似による検定で、連続修正を加えていない

尤度比検定



正規近似において連続修正をするかしないかは、
通常解析では大きな問題にならないが、
理論的にはいろいろと議論がある

検定方法の違いによる第 1 種の誤りの確率を比較

●事例と計算方法

事例：新薬を50匹 (n) の動物に投与したところ、有効数が f 匹であった

従来の薬の有効率は π である

新薬は従来の薬よりも有効率が高いか、それとも低いか

(具体例を示してテキストを補足)

用いる検定方法

2項分布による検定 (正確法)

正規近似による検定 (Pearson) : 連続修正あり、連続修正なし (無修正)

計算内容

危険率 $\alpha=0.025$ の片側検定、 $\alpha=0.050$ の両側検定 (この α を「**名目 α** 」とする)

従来の薬の有効率 π を変えて、50匹中何匹が有効になれば差が有意になるか、棄却域を計算

その棄却限界値から第1種の誤りの確率を正確に求める (この α を「**実質 α** 」とする)

(Excel ファイル「改3計数値.xlsx」の、表示3.7.1の元になっている計算表も参照)



割合の検定における第1種の誤りの確率 α

p.218

●事例と計算方法

事例：新薬を50匹 (n) の動物に投与したところ、有効数が f 匹であった

従来の薬の有効率は π である

新薬は従来の薬よりも有効率が高いか、それとも低いか

(具体例を示してテキストを補足)

用いる検定方法

2項分布による検定 (正確法)

正規近似による検定 (Pearson、連続修正あり、連続修正なし)

片側検定と両側検定
(第1部 [§1.4](#))

計算内容

便宜的な設定

危険率 $\alpha=0.025$ の片側検定、 $\alpha=0.050$ の両側検定 (この α を「**名目 α** 」とする)

従来の薬の有効率 π を変えて、50匹中何匹が有効になれば差が有意になるか、棄却域を計算

その棄却限界値から第1種の誤りの確率を正確に求める (この α を「**実質 α** 」とする)

(Excel ファイル「改3計数値.xlsx」の、表示3.7.1、3.7.2 の元になっている計算表も参照)

割合の検定における第1種の誤りの確率 α

● 2項分布による割合の検定

$n=50$ 、従来の有効率 $\pi = 0.2000 \sim 0.2450$ 、新薬での有効数 f と下側確率および上側確率

表頭：有効の個体数
 $f : 4, 5, 6, 17, 18, 19$

表側：従来の有効率
 $\pi : 0.2000 \sim 0.2450$

		$n = 50$								
		π	片側						両側	
			f							
			4	5	6	...	17	18	19	
2項分布 による 棄却限界値 と 実質 α (着色部分)	0.2000	0.018	0.048	0.103	...	0.014	0.006	0.003	0.033	
	0.2100	0.012	0.034	0.076	...	0.023	0.010	0.004	0.035	
	0.2120	0.011	0.031	0.072	...	0.025	0.012	0.005	0.036 0.023	
	0.2160	0.010	0.027	0.063	...	0.030	0.014	0.006	0.024	
	0.2180	0.009	0.025	0.060	...	0.033	0.017	0.007	0.024 0.040	
	0.2200	0.008	0.023	0.058	...	0.035	0.017	0.008	0.040	
	0.2291	0.005	0.016	0.041	...	0.049	0.025	0.012	0.041 0.028	
	0.2300	0.005	0.016	0.040	...	0.051	0.026	0.012	0.028	
	0.2430	0.003	0.009	0.025	...	0.079	0.043	0.022	0.047 0.025	
	0.2450	0.003	0.009	0.023	...	0.084	0.046	0.024	0.023	

下側確率

上側確率

割合の検定における第1種の誤りの確率 α

● 2項分布による割合の検定

$$E[f] = 50 \times 0.200 = 10 \text{ 匹}$$

$n=50$ 、従来の有効率 $\pi = 0.2000$ 、新薬での有効数 f と下側確率および上側確率

=BINOMDIST(**4**, 50, 0.2000, TRUE) = **0.018** =1 - BINOMDIST(**17-1**, 50, 0.2000, TRUE) = **0.014**

=BINOMDIST(**5**, 50, 0.2000, TRUE) = **0.048** =1 - BINOMDIST(**16-1**, 50, 0.2000, TRUE) = **0.031**

		$n = 50$								
		π	片側					両側		
			f							
			4	5	6	...	17	18	19	
<div data-bbox="249 753 769 811" style="border: 1px solid gray; padding: 5px;"> $\pi=0.2000$ で説明 </div>	<div data-bbox="231 911 769 1053" style="border: 1px solid gray; padding: 5px;"> 新薬は従来の薬よりも有効ではない </div>	0.2000	0.018	0.048	0.103	...	0.014	0.006	0.003	0.033
		0.2100	0.012	0.034	0.076	...	0.023	0.010	0.004	0.035
<div data-bbox="231 1068 769 1210" style="border: 1px solid gray; padding: 5px;"> 新薬は従来の薬よりも有効 </div>	<div data-bbox="1014 896 1205 1182" style="border: 1px solid gray; padding: 5px;"> 2項分布による棄却限界値と実質 α (着色部分) </div>	0.2120	0.011	0.031	0.072	...	0.025	0.012	0.005	0.036 0.023
		0.2160	0.010	0.027	0.063	...	0.030	0.014	0.006	0.024
		0.2180	0.009	0.023	0.055	...	0.030	0.014	0.006	0.024 0.040
		0.2200	0.008	0.023	0.050	...	0.030	0.017	0.008	0.040
		0.2291	0.005	0.016	0.041	...	0.049	0.025	0.012	0.041 0.028
		0.2300	0.005	0.016	0.040	...	0.051	0.026	0.012	0.028
		0.2430	0.003	0.009	0.025	...	0.079	0.043	0.022	0.047 0.025
		0.2450	0.003	0.009	0.023	...	0.084	0.046	0.024	0.023

下側確率

上側確率

割合の検定における第1種の誤りの確率 α

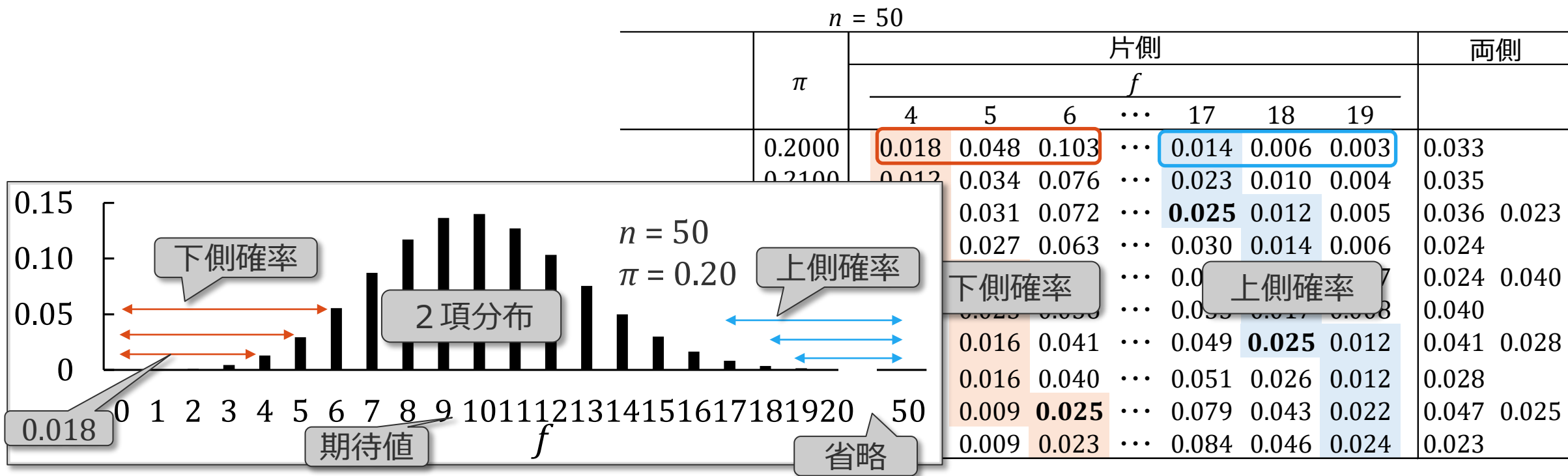
● 2項分布による割合の検定

$E[f] = 50 \times 0.200 = 10$ 匹

$n=50$ 、従来の有効率 $\pi = 0.2000$ 、新薬での有効数 f と下側確率および上側確率

$=\text{BINOMDIST}(4, 50, 0.2000, \text{TRUE}) = 0.018$ $=1 - \text{BINOMDIST}(17-1, 50, 0.2000, \text{TRUE}) = 0.014$

$=\text{BINOMDIST}(5, 50, 0.2000, \text{TRUE}) = 0.048$ $=1 - \text{BINOMDIST}(16-1, 50, 0.2000, \text{TRUE}) = 0.031$



割合の検定における第1種の誤りの確率 α

● 2項分布による割合の検定

$n=50$ 、従来の有効率 $\pi=0.2000$ 、新薬が有意に高いといえる f は？、有意に低いといえる f は？

=BINOMDIST(**4**, 50, 0.2000, TRUE) = **0.018** =1 - BINOMDIST(**17-1**, 50, 0.2000, TRUE) = **0.014**

=BINOMDIST(**5**, 50, 0.2000, TRUE) = 0.048 =1 - BINOMDIST(**16-1**, 50, 0.2000, TRUE) = 0.031

名目 α

片側検定 ($\alpha = 0.025$) の
棄却域は 4 以下、17 以上

下側 4 以下：実質 $\alpha = 0.018$

上側 17 以上：実質 $\alpha = 0.014$

	π	$n = 50$							両側
		片側						両側	
		f							
	4	5	6	...	17	18	19		
2項分布 による 棄却限界値 と 実質 α (着色部分)	0.2000	0.018	0.048	0.103	...	0.014	0.006	0.003	0.033
	0.2100	0.012	0.034	0.076	...	0.023	0.010	0.004	0.035
	0.2120	0.011	0.031	0.072	...	0.025	0.012	0.005	0.036 0.023
	0.2160	0.010	0.027	0.063	...	0.030	0.014	0.006	0.024
	0.2180	0.009	0.025	0.060	...	0.030	0.014	0.006	0.024 0.040
	0.2200	0.008	0.023	0.058	...	0.030	0.014	0.006	0.040
	0.2291	0.005	0.016	0.041	...	0.049	0.025	0.012	0.041 0.028
	0.2300	0.005	0.016	0.040	...	0.051	0.026	0.012	0.028
	0.2430	0.003	0.009	0.025	...	0.079	0.043	0.022	0.047 0.025
	0.2450	0.003	0.009	0.023	...	0.084	0.046	0.024	0.023

$\alpha=0.025$ の
棄却限界値

$\alpha=0.025$ の
棄却限界値

下側確率

上側確率

割合の検定における第1種の誤りの確率 α

● 2項分布による割合の検定

$n=50$ 、従来の有効率 $\pi=0.2000$ 、新薬が有意に高いといえる f は？、有意に低いといえる f は？

=BINOMDIST(**4**, 50, 0.2000, TRUE) = **0.018** =1 - BINOMDIST(**17-1**, 50, 0.2000, TRUE) = **0.014**

=BINOMDIST(**5**, 50, 0.2000, TRUE) = 0.048 =1 - BINOMDIST(**16-1**, 50, 0.2000, TRUE) = 0.031

片側検定 ($\alpha = 0.025$) の
棄却域は 4 以下、17 以上

下側 4 以下：実質 $\alpha = 0.018$

上側 17 以上：実質 $\alpha = 0.014$

両側検定 ($\alpha=0.05$) の棄却域

4 以下、17 以上：実質 $\alpha = 0.032$

0.018 + 0.014 = 0.032

		$n = 50$										
		π	片側						18	19	両側	
			f									
			4	5	6	...	17					
2項分布 による 棄却限界値 と 実質 α (着色部分)	0.2000	0.018	0.048	0.103	...	0.014	0.006	0.003	0.033			
	0.2100	0.012	0.034	0.076	...	0.023	0.010	0.004	0.035			
	0.2120	0.011	0.031	0.072	...	0.025	0.012	0.005	0.036	0.023		
	0.2160	0.010	0.027	0.063	...	0.030	0.014	0.006	0.024			
	0.2180	0.009	0.025	0.059	...	0.032	0.015	0.007	0.024	0.040		
	0.2200	0.008	0.023	0.056	...	0.035	0.017	0.008	0.040			
	0.2291	0.005	0.016	0.041	...	0.049	0.025	0.012	0.041	0.028		
	0.2300	0.004	0.014	0.037	...	0.052	0.014	0.008	0.028			
	0.2430	0.003	0.009	0.025	...	0.079	0.043	0.022	0.047	0.025		
	0.2450	0.003	0.009	0.023	...	0.084	0.046	0.024	0.023			

0.032

下側確率

上側確率

割合の検定における第1種の誤りの確率 α

● 2項分布による割合の検定

$E[f] = 50 \times 0.212 = 10.6$ 匹

$n=50$ 、従来の有効率 $\pi=0.2120$ 、新薬が有意に高いといえる f は？、有意に低いといえる f は？

$=\text{BINOMDIST}(4, 50, 0.2120, \text{TRUE}) = 0.011$ $=1 - \text{BINOMDIST}(17-1, 50, 0.2120, \text{TRUE}) = 0.025$

$=\text{BINOMDIST}(5, 50, 0.2120, \text{TRUE}) = 0.031$ $=1 - \text{BINOMDIST}(18-1, 50, 0.2120, \text{TRUE}) = 0.012$

$\pi=0.2120$ で説明

		$n = 50$									
		π	片側						f	両側	
			4	5	6	...	17	18		19	
2項分布 による 棄却限界値 と 実質 α (着色部分)	0.2000	0.018	0.048	0.103	...	0.014	0.006	0.003	0.033		
	0.2100	0.012	0.034	0.076	...	0.023	0.010	0.004	0.035		
	0.2120	0.011	0.031	0.072	...	0.025	0.012	0.005	0.036	0.023	
	0.2160	0.010	0.027	0.063	...	0.030	0.014	0.006	0.024		
	0.2180	0.009	0.025	0.059	...	0.032	0.015	0.007	0.024	0.040	
	0.2200	0.008	0.023	0.056	...	0.035	0.017	0.008	0.040		
	0.2291	0.005	0.016	0.041	...	0.049	0.025	0.012	0.041	0.028	
	0.2300	0.004	0.014	0.037	...	0.052	0.022	0.008	0.028	0.028	
	0.2430	0.003	0.009	0.025	...	0.079	0.043	0.022	0.047	0.025	
	0.2450	0.003	0.009	0.023	...	0.084	0.046	0.024	0.023		

下側確率

上側確率

割合の検定における第1種の誤りの確率 α

● 2項分布による割合の検定

$n=50$ 、従来の有効率 $\pi=0.2120$ 、新薬が有意に高いといえる f は？、有意に低いといえる f は？

=BINOMDIST(**4**, 50, 0.2120, TRUE) = **0.011** =1 - BINOMDIST(**17-1**, 50, 0.2120, TRUE) = **0.025**

=BINOMDIST(**5**, 50, 0.2120, TRUE) = 0.031 =1 - BINOMDIST(**18-1**, 50, 0.2120, TRUE) = **0.012**

片側検定 ($\alpha = 0.025$) の

棄却域は 4 以下、17 or 18 以上

下側 **4** 以下：実質 $\alpha =$ **0.011**

上側 **17**以上：実質 $\alpha =$ **0.025**

18以上：実質 $\alpha =$ **0.012**

両側検定 ($\alpha=0.05$) の棄却域

4以下、**17**以上：実質 $\alpha =$ **0.036**

(**0.011**+**0.025**=**0.036**)

4以下、**18**以上：実質 $\alpha =$ **0.023**

(**0.011**+**0.012**=**0.023**)

2つを併記

2項分布による棄却限界値と実質 α (着色部分)

2つを併記

		$n = 50$							
π	片側	f							両側
		4	5	6	...	17	18	19	
0.2000		0.018	0.048	0.103	...	0.014	0.006	0.003	0.033
0.2100		0.012	0.034	0.076	...	0.023	0.010	0.004	0.035
0.2120		0.011	0.031	0.072	...	0.025	0.012	0.005	0.036 0.023
0.2160		0.010	0.027	0.063	...	0.030	0.014	0.006	0.024
0.2180		0.009	0.025	0.059	...	0.032	0.015	0.007	0.024 0.040
0.2200		0.008	0.023	0.056	...	0.035	0.017	0.008	0.040
0.2291		0.005	0.016	0.041	...	0.049	0.025	0.012	0.041 0.028
0.2300		0.004	0.014	0.037	...	0.052	0.019	0.008	0.028
0.2430		0.005	0.009	0.023	...	0.079	0.043	0.022	0.047 0.025
0.2450		0.003	0.009	0.023	...	0.084	0.046	0.024	0.023

下側確率

上側確率

割合の検定における第1種の誤りの確率 α

● 2項分布による割合の検定

$n=50$ 、従来の有効率 $\pi=0.2120$ 、新薬が有意に高いといえる f は？、有意に低いといえる f は？

$=\text{BINOMDIST}(4, 50, 0.2120, \text{TRUE}) = 0.011$ $=1 - \text{BINOMDIST}(17-1, 50, 0.2120, \text{TRUE}) = 0.025$

$=\text{BINOMDIST}(5, 50, 0.2120, \text{TRUE}) = 0.031$ $=1 - \text{BINOMDIST}(18-1, 50, 0.2120, \text{TRUE}) = 0.012$

片側検定 ($\alpha = 0.025$) の

棄却域は 4 以下、17 or 18 以上

下側 4 以下：実質 $\alpha = 0.011$

上側 17 以上：実質 $\alpha = 0.025$

18 以上：実質 $\alpha = 0.012$

両側検定 ($\alpha=0.05$) の棄却域

4 以下、17 以上：実質 $\alpha = 0.036$

($0.011+0.025=0.036$)

4 以下、18 以上：実質 $\alpha = 0.023$

($0.011+0.012=0.023$)

2つを併記

2項分布による棄却限界値と実質 α (着色部分)

2つを併記

棄却限界値が階段状に変化

π	$n = 50$								両側
	片側								
	f								
	4	5	6	...	17	18	19		
0.2000	0.018	0.048	0.103	...	0.014	0.006	0.003	0.033	
0.2100	0.012	0.031	0.072	...	0.023	0.010	0.004	0.035	
0.2120	0.011	0.031	0.072	...	0.025	0.012	0.005	0.036 0.023	
0.2160	0.010	0.027	0.063	...	0.030	0.014	0.006	0.024	
0.2180	0.009	0.025	0.056	...	0.032	0.015	0.007	0.024 0.040	
0.2200	0.008	0.023	0.050	...	0.035	0.017	0.008	0.040	
0.2291	0.005	0.016	0.041	...	0.049	0.025	0.012	0.041 0.028	
0.2300	0.005	0.016	0.040	...	0.051	0.026	0.012	0.028	
0.2430	0.003	0.009	0.025	...	0.079	0.043	0.022	0.047 0.025	
0.2450	0.003	0.009	0.023	...	0.084	0.046	0.024	0.023	

割合の検定における第1種の誤りの確率 α

● 2項分布による割合の検定

$n=50$ 、従来の有効率 $\pi=0.2120$ 、新薬が有意に高いといえる f は？、有意に低いといえる f は？

$=\text{BINOMDIST}(4, 50, 0.2120, \text{TRUE}) = 0.011$ $=1 - \text{BINOMDIST}(17-1, 50, 0.2120, \text{TRUE}) = 0.025$

$=\text{BINOMDIST}(5, 50, 0.2120, \text{TRUE}) = 0.031$ $=1 - \text{BINOMDIST}(18-1, 50, 0.2120, \text{TRUE}) = 0.012$

片側検定 ($\alpha = 0.025$) の

棄却域は 4 以下、17 or 18 以上

下側 4 以下：実質 $\alpha = 0.011$

上側 17以上：実質 $\alpha = 0.025$

18以上：実質 $\alpha = 0.012$

両側検定 ($\alpha=0.05$) の棄却域

4以下、17以上：実質 $\alpha = 0.036$

($0.011+0.025=0.036$)

4以下、18以上：実質 $\alpha = 0.023$

($0.011+0.012=0.023$)

2つを併記

2項分布による棄却限界値と実質 α (着色部分)

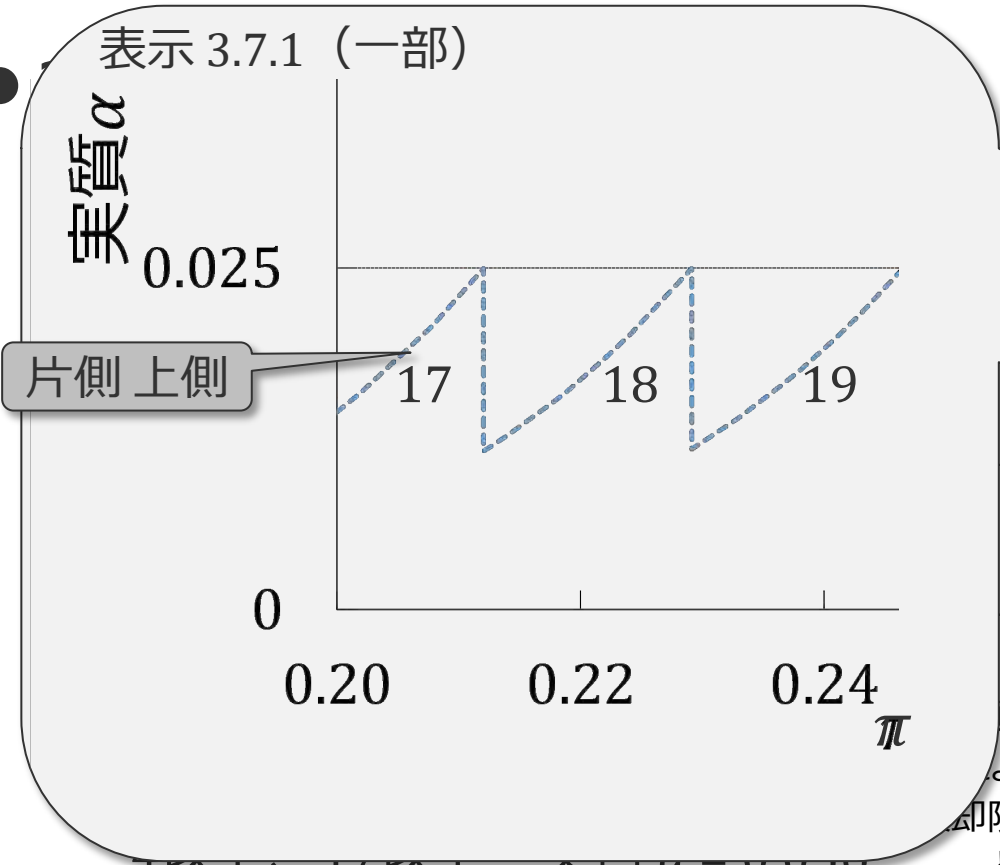
2つを併記

棄却限界値が階段状に変化

π	$n = 50$								両側
	片側								
	f								
	4	5	6	...	17	18	19		
0.2000	0.018	0.048	0.103	...	0.014	0.006	0.003	0.033	
0.2100	0.012	0.031	0.072	...	0.023	0.010	0.004	0.035	
0.2120	0.011	0.031	0.072	...	0.025	0.012	0.005	0.036 0.023	
0.2160	0.010	0.027	0.063	...	0.030	0.014	0.006	0.024	
0.2180	0.009	0.025	0.056	...	0.032	0.015	0.007	0.024 0.040	
0.2200	0.008	0.023	0.050	...	0.035	0.017	0.008	0.040	
0.2291	0.005	0.016	0.041	...	0.049	0.025	0.012	0.041 0.028	
0.2300	0.005	0.016	0.040	...	0.051	0.026	0.012	0.028	
0.2430	0.003	0.009	0.025	...	0.079	0.043	0.022	0.047 0.025	
0.2450	0.003	0.009	0.023	...	0.084	0.046	0.024	0.023	

割合の検定における第1種の誤りの確率 α

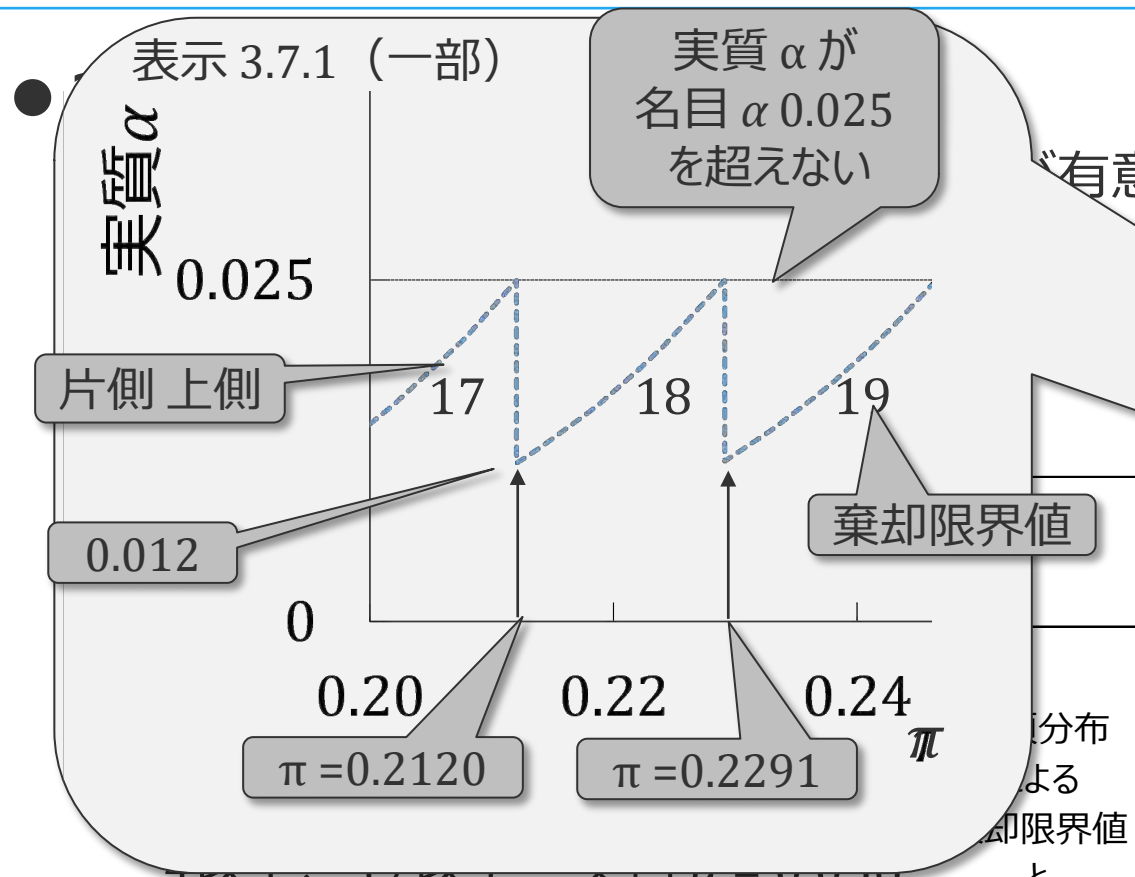
有意に高いといえる f は?、有意に低いといえる f は?
 $= 1 - \text{BINOMDIST}(17-1, 50, 0.2120, \text{TRUE}) = 0.025$
 $= 1 - \text{BINOMDIST}(18-1, 50, 0.2120, \text{TRUE}) = 0.012$



	π	片側							両側
		f							
		4	5	6	...	17	18	19	
	0.2000	0.018	0.048	0.103	...	0.014	0.006	0.003	0.033
	0.2100	0.012	0.034	0.076	...	0.023	0.010	0.004	0.035
分布	<u>0.2120</u>	0.011	0.031	0.072	...	0.025	0.012	0.005	0.036 0.023
による	0.2160	0.010	0.027	0.063	...	0.030	0.014	0.006	0.024
却限界値	0.2180	0.009	0.025	0.055	...	0.032	0.015	0.007	0.024 0.040
と	0.2200	0.008	0.023	0.050	...	0.035	0.017	0.008	0.040
実質 α	<u>0.2291</u>	0.005	0.016	0.041	...	0.049	0.025	0.012	0.041 0.028
(着色部分)	0.2300	0.005	0.016	0.040	...	0.051	0.026	0.012	0.028
	0.2430	0.003	0.009	0.025	...	0.051	0.022	0.012	0.047 0.025
	0.2450	0.003	0.009	0.023	...	0.084	0.046	0.024	0.023

(0.011+0.025=0.036)
 4以下、18以上：実質 $\alpha = 0.023$
 (0.011+0.012=0.023)

割合の検定における第1種の誤りの確率 α



有意に高いといえる f は?、有意に低いといえる f は?
 $= 1 - \text{BINOMDIST}(17-1, 50, 0.2120, \text{TRUE}) = 0.025$
 $= 1 - \text{BINOMDIST}(18-1, 50, 0.2120, \text{TRUE}) = 0.012$

π	片側							両側
	f							
	4	5	6	...	17	18	19	
0.2000	0.018	0.048	0.103	...	0.014	0.006	0.003	0.033
0.2100	0.012	0.034	0.076	...	0.023	0.010	0.004	0.035
0.2120	0.011	0.031	0.072	...	0.025	0.012	0.005	0.036 0.023
0.2160	0.010	0.027	0.063	...	0.030	0.014	0.006	0.024
0.2180	0.009	0.025	0.055	...	0.032	0.015	0.007	0.024 0.040
0.2200	0.008	0.023	0.050	...	0.035	0.017	0.008	0.040
0.2291	0.005	0.016	0.041	...	0.049	0.025	0.012	0.041 0.028
0.2300	0.005	0.016	0.040	...	0.051	0.026	0.012	0.028
0.2430	0.003	0.009	0.025	...	0.084	0.046	0.022	0.047 0.025
0.2450	0.003	0.009	0.023	...	0.084	0.046	0.024	0.023

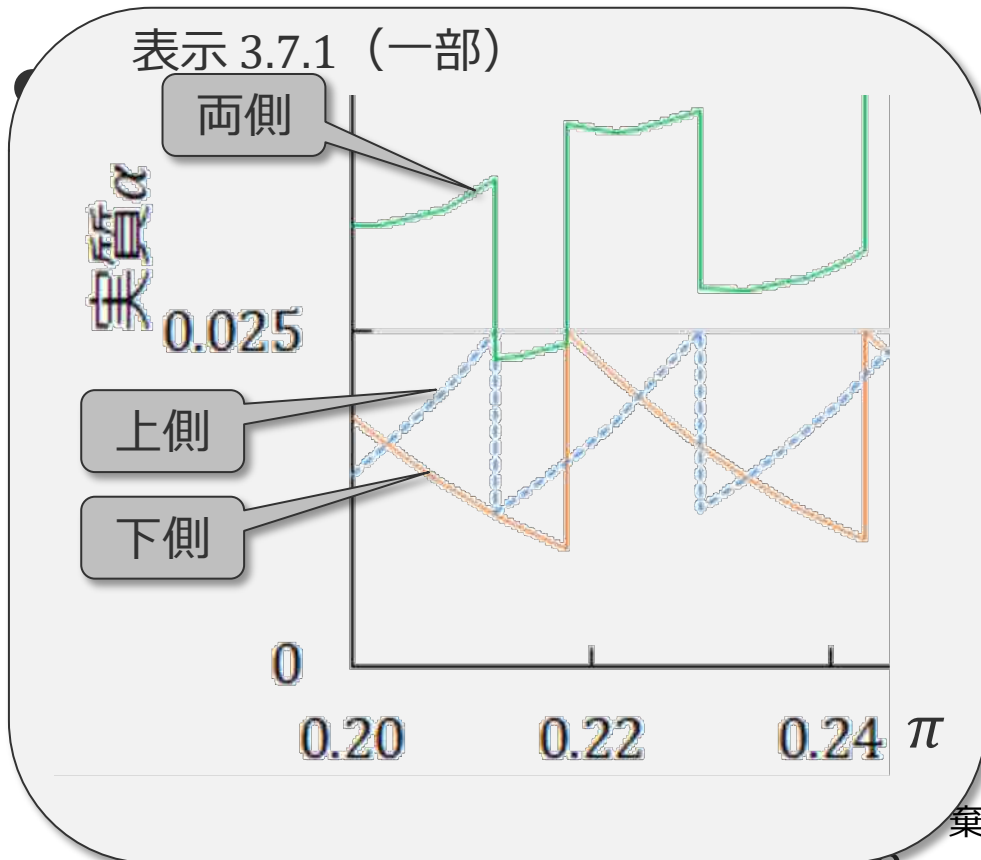
(0.011+0.025=0.036)
 4以下、18以上：実質 $\alpha = 0.023$
 (0.011+0.012=0.023)

分布
による
棄却限界値
と
実質 α
(着色部分)

実質 α

片側 上側

割合の検定における第1種の誤りの確率 α



有意に高いといえる f は?、有意に低いといえる f は?

$$1 - \text{BINOMDIST}(17-1, 50, 0.2120, \text{TRUE}) = 0.025$$

$$1 - \text{BINOMDIST}(18-1, 50, 0.2120, \text{TRUE}) = 0.012$$

	π	片側							両側
		4	5	6	...	17	18	19	
二項分布	0.2000	0.018	0.048	0.103	...	0.014	0.006	0.003	0.033
による	0.2100	0.012	0.031	0.072	...	0.023	0.010	0.004	0.035
棄却限界値	0.2120	0.011	0.031	0.072	...	0.025	0.012	0.005	0.036 0.023
と	0.2160	0.010	0.027	0.063	...	0.030	0.014	0.006	0.024
実質 α	0.2180	0.009	0.025	0.056	...	0.032	0.015	0.007	0.024 0.040
(着色部分)	0.2200	0.008	0.023	0.050	...	0.035	0.017	0.008	0.040
	0.2291	0.005	0.016	0.041	...	0.049	0.025	0.012	0.041 0.028
	0.2300	0.005	0.016	0.040	...	0.051	0.026	0.012	0.028
	0.2430	0.003	0.009	0.025	...	0.079	0.043	0.022	0.047 0.025
	0.2450	0.003	0.009	0.023	...	0.084	0.046	0.024	0.023

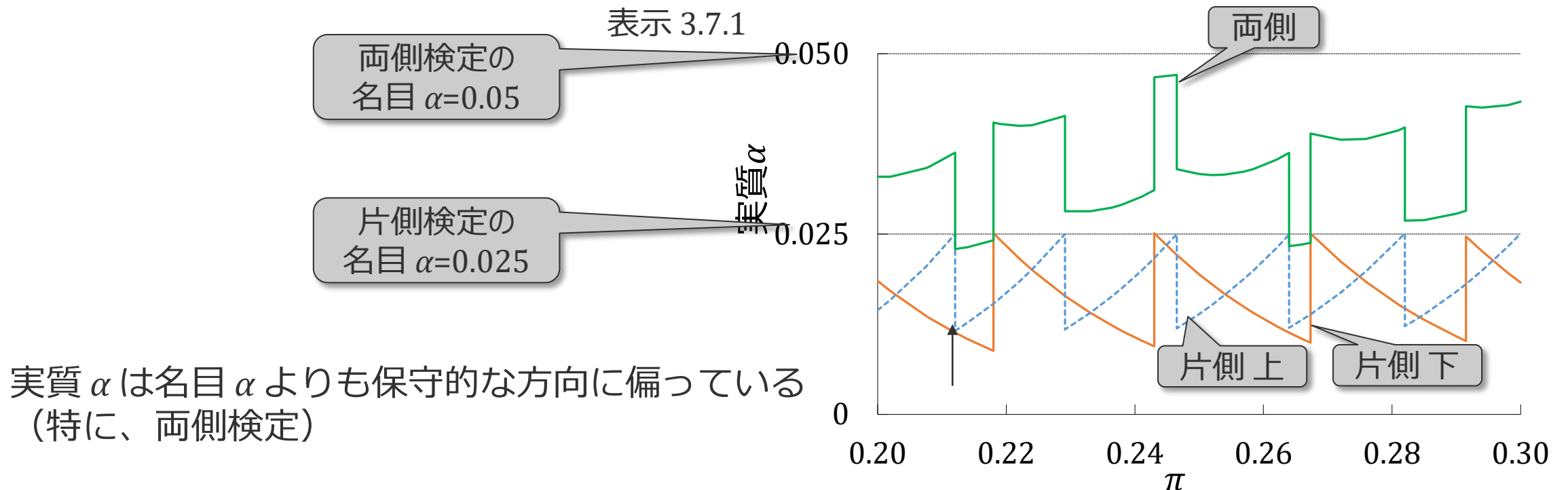
(0.011+0.025=0.036)
 4以下、18以上：実質 $\alpha = 0.023$
 (0.011+0.012=0.023)

● 2項分布による割合の検定

$n=50$ 、従来の有効率 $\pi = [0.20, 0.30]$ 、新薬が有意に高いといえる f はオレンジの実践

片側検定：実質 α が名目 $\alpha = 0.025$ を超えないように棄却限界値を調整

両側検定：実質 α が名目 $\alpha = 0.05$ を超えないように棄却限界値を調整



実質 α は名目 α よりも保守的な方向に偏っている
(特に、両側検定)

割合の検定における第1種の誤りの確率 α

●正規近似 (Pearson) による割合の検定、連続修正なし

$n=50$ 、従来の有効率 $\pi=0.2075$ 、新薬が有意に高いといえる f は？、有意に低いといえる f は？

$$E[f] = 50 \times 0.2075 = 10.375 \quad D[f] = \sqrt{50 \times 0.2075 \times (1 - 0.2075)} = 2.8674$$

$$u = (4 - 10.375) / 2.8674 = -2.2232 \quad = \text{NOEMSDIST}(-2.2232) = 0.013$$

$$u = (16 - 10.375) / 2.8674 = 1.9617 \quad = \text{NOEMSDIST}(-1.9617) = 0.025$$

$$u = (17 - 10.375) / 2.8674 = 2.3105 \quad = \text{NOEMSDIST}(-2.8674) = 0.010$$

$$n\pi = 50 \times 0.2 = 10 \geq 5$$

正規分布への近似は問題ない

$\pi=0.2075$ で説明

		$n = 50$							
		π	片側					両側	
			f						
			4	5	6	...	16	17	18
正規近似 による 棄却限界値 と実質 α (着色部分)	0.2000	0.017	0.039	0.079	...	0.017	0.007	0.002	
	0.2050	0.014	0.033	0.068	...	0.022	0.009	0.003	
	0.2075	0.013	0.030	0.064	...	0.025	0.010	0.004	
	0.2100	0.012	0.028	0.059	...	0.028	0.012	0.005	
	0.2140	0.010	0.025	0.053	...	0.034	0.015	0.006	
	0.2200	0.007	0.018	0.039	...	0.052	0.025	0.011	
	0.2240	0.007	0.018	0.039	...	0.052	0.025	0.011	

下側確率

上側確率

割合の検定における第1種の誤りの確率 α

●正規近似 (Pearson) による割合の検定、連続修正なし

$n=50$ 、従来の有効率 $\pi=0.2075$ 、新薬が有意に高いといえる f は？、有意に低いといえる f は？

$$E[f] = 50 \times 0.2075 = 10.375 \quad D[f] = \sqrt{50 \times 0.2075 \times (1 - 0.2075)} = 2.8674$$

$$u = (4 - 10.375) / 2.8674 = -2.2232 \quad = \text{NOEMSDIST}(-2.2232) = 0.013$$

$$u = (16 - 10.375) / 2.8674 = 1.9617 \quad = \text{NOEMSDIST}(-1.9617) = 0.025$$

$$u = (17 - 10.375) / 2.8674 = 2.3105 \quad = \text{NOEMSDIST}(-2.8674) = 0.010$$

片側検定 ($\alpha = 0.025$) の

棄却域は 4 以下、16 or 17 以上

この計算した実質 α は、

棄却限界値を決めるために

正規近似して求めた値

→ 棄却限界値から正確な

実質 α 確率を2項分布で算出

2つを併記

		$n = 50$								
		π	片側						両側	
			f							
			4	5	6	...	16	17	18	
正規近似による棄却限界値と実質 α (着色部分)	0.2000		0.017	0.039	0.079	...	0.017	0.007	0.002	
	0.2050		0.014	0.033	0.068	...	0.022	0.009	0.003	
	0.2075		0.013	0.030	0.064	...	0.025	0.010	0.004	
	0.2100		0.012	0.028	0.059	...	0.028	0.012	0.005	
	0.2140		0.010	0.025			0.034	0.015	0.008	
	0.2200		0.008	0.020			0.044	0.020	0.008	
	0.2240		0.007	0.018	0.039	...	0.052	0.025	0.011	

棄却限界値が階段状に変化

実質 α

正規近似による実質 α

割合の検定における第1種の誤りの確率 α

●正規近似 (Pearson) による割合の検定、連続修正なし

正規近似で求めた棄却域 (上段) から、正確な確率を2項分布から算出 (下段)

$n=50$ 、従来の有効率 $\pi=0.2075$ の例

片側検定 ($\alpha = 0.025$) の

棄却域は **4** 以下、**16** or **17** 以上

下側 **4** 以下 : 実質 $\alpha = 0.014$

上側 **16** 以上 : 実質 $\alpha = 0.042$

17 以上 : 実質 $\alpha = 0.020$

$= \text{BINOMDIST}(4, 50, 0.2075, \text{TRUE})$

$= 0.014$

$= 1 - \text{BINOMDIST}(16-1, 50, 0.2075, \text{TRUE})$

$= 0.042$

$= 1 - \text{BINOMDIST}(17-1, 50, 0.2075, \text{TRUE})$

$= 0.020$

		$n = 50$							
		π	片側					両側	
			f						
			4	5	6	...	16	17	18
正規近似による棄却限界値と実質 α (着色部分)	0.2000	0.017	0.039	0.079	...	0.017	0.007	0.002	
	0.2050	0.014	0.033	0.068	...	0.022	0.009	0.003	
	0.2075	0.013	0.030	0.064	...	0.025	0.010	0.004	
	0.2100	0.012	0.028	0.059	...	0.028	0.012	0.005	
	0.2140	0.010	0.025	0.053	...	0.034	0.015	0.006	
	0.2200	0.008	0.020	0.044	...	0.044	0.020	0.008	
	0.2240	0.007	0.018	0.039	...	0.052	0.025	0.011	
実質 α (2項分布の確率に換算)	0.2000	0.018					0.031		0.049
	0.2050	0.015					0.038		0.053
	0.2075	0.014					0.042	0.020	0.056 0.034
	0.2100	0.012						0.023	0.035
	0.2140	0.010	0.029					0.027	0.038 0.056
	0.2200		0.023					0.035	0.058
	0.2240		0.020					0.041 0.020	0.061 0.040

正規近似による実質 α

上側

下側

割合の検定における第1種の誤りの確率 α

●正規近似 (Pearson) による割合の検定、連続修正なし

正規近似で求めた棄却域 (上段) から、正確な確率を2項分布から算出 (下段)

$n=50$ 、従来の有効率 $\pi=0.2075$ の例

片側検定 ($\alpha=0.025$) の

棄却域は 4 以下、16 or 17 以上

下側 4 以下 : 実質 $\alpha = 0.014$

上側 16以上 : 実質 $\alpha = 0.042$

17以上 : 実質 $\alpha = 0.020$

両側検定 ($\alpha=0.05$) の棄却域

4以下、16以上 : 実質 $\alpha = 0.056$

($0.014+0.042=0.056$)

4以下、17以上 : 実質 $\alpha = 0.034$

($0.014+0.020=0.034$)

		$n = 50$									
		π	片側					両側			
			f								
			4	5	6	...	16	17	18		
正規近似 による 棄却限界値 と実質 α (着色部分)	0.2000	0.017	0.039	0.079	...	0.017	0.007	0.002			
	0.2050	0.014	0.033	0.068	...	0.022	0.009	0.003			
	0.2075	0.013	0.030	0.064	...	0.025	0.010	0.004			
	0.2100	0.012	0.028	0.059	...	0.028	0.012	0.005			
	0.2140	0.010	0.025	0.053	...	0.034	0.015	0.006			
	0.2200	0.008	0.020	0.044	...	0.044	0.020	0.008			
	0.2240	0.007	0.018	0.039	...	0.052	0.025	0.011			
実質 α (2項分布 の確率に 換算)	0.2000	0.018				0.031			0.049		
	0.2050	0.015				0.038			0.053		
	0.2075	0.014				0.042	0.020		0.056	0.034	
	0.2100	0.012					0.023		0.035		
	0.2140	0.010	0.029				0.027		0.038	0.056	
	0.2200		0.023				0.035		0.058		
	0.2240		0.020				0.041	0.020	0.061	0.040	

割合の検定における第1種の誤りの確率 α

●正規近似 (Pearson) による割合の検定、連続修正なし

正規近似で求めた棄却域 (上段) から、正確な確率を2項分布から算出 (下段)

$n=50$ 、従来の有効率 $\pi=0.2075$ の例

片側検定 ($\alpha=0.025$) の

棄却域は 4 以下、16 or 17 以上

下側 4 以下 : 実質 $\alpha = 0.014$

上側 16 以上 : 実質 $\alpha = 0.042$

17 以上 : 実質 $\alpha = 0.020$

両側検定 ($\alpha=0.05$) の棄却域

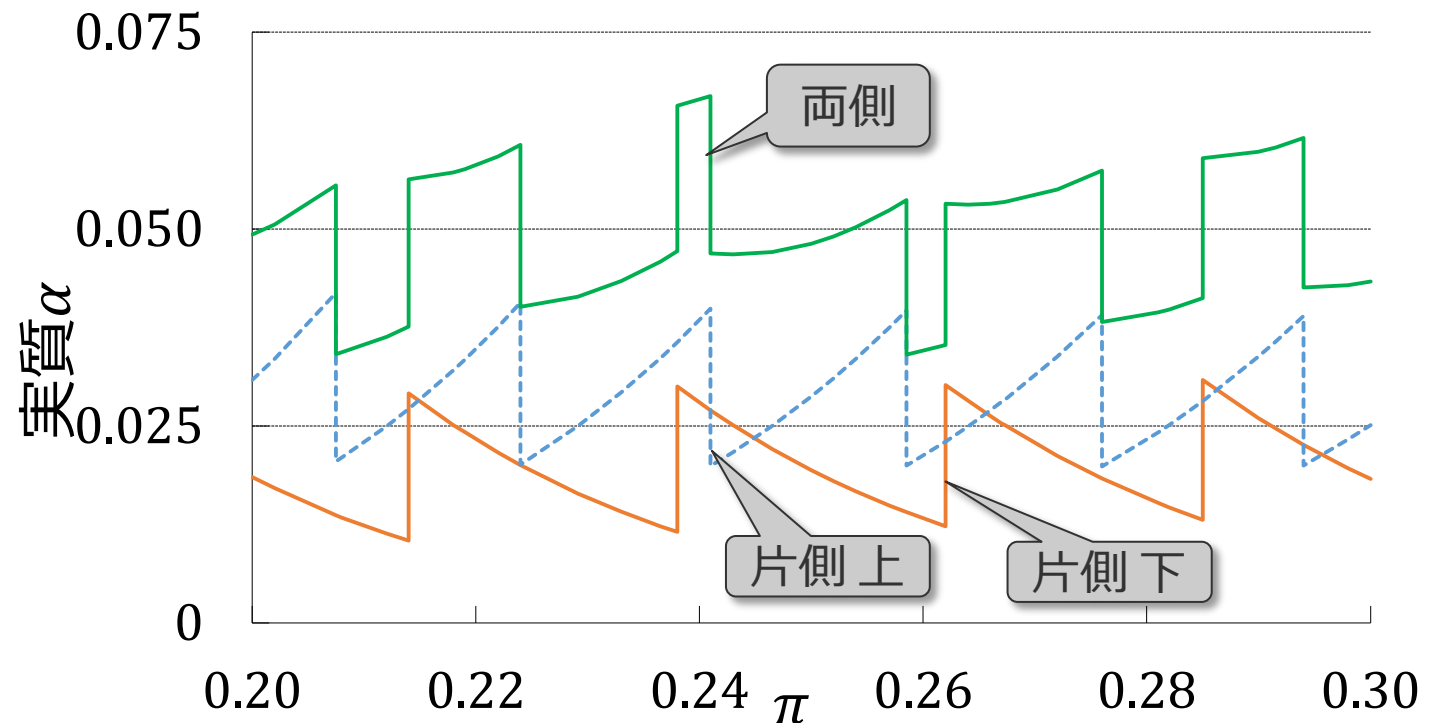
4 以下、16 以上 : 実質 $\alpha = 0.056$

($0.014+0.042=0.056$)

4 以下、17 以上 : 実質 $\alpha = 0.034$

($0.014+0.020=0.034$)

表示 3.7.2 実質的な危険率 (正規近似、連続修正なし)



割合の検定における第1種の誤りの確率 α

●正規近似 (Pearson) による割合の検定、連続修正なし

正規近似で求めた棄却域 (上段) から、正確な確率を2項分布から算出 (下段)

$n=50$ 、従来の有効率 $\pi=0.2075$ の例

片側検定 ($\alpha=0.025$) の

棄却域は 4 以下、16 or 17 以上

下側 4 以下 : 実質 $\alpha = 0.014$

上側 16 以上 : 実質 $\alpha = 0.042$

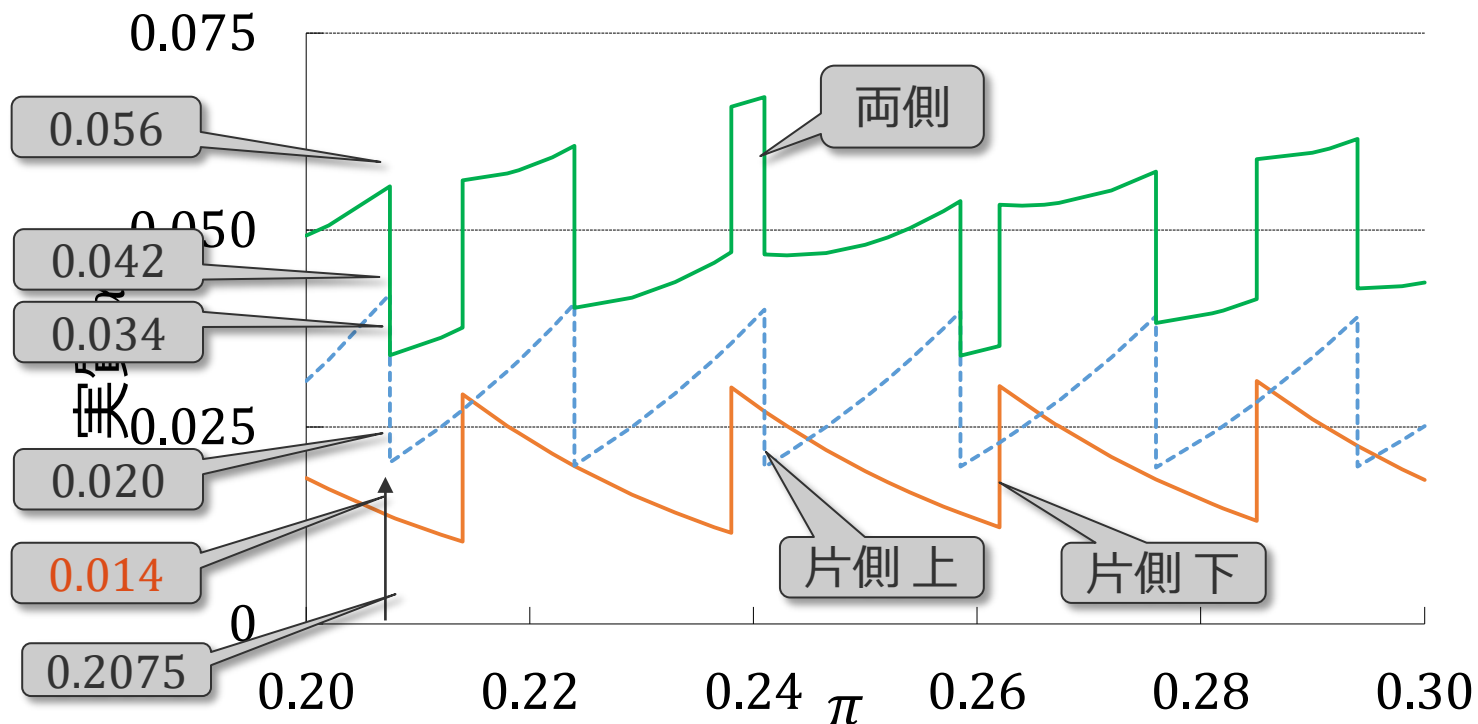
17 以上 : 実質 $\alpha = 0.020$

両側検定 ($\alpha=0.05$) の棄却域

4 以下、16 以上 : 実質 $\alpha = 0.056$
($0.014 + 0.042 = 0.056$)

4 以下、17 以上 : 実質 $\alpha = 0.034$
($0.014 + 0.020 = 0.034$)

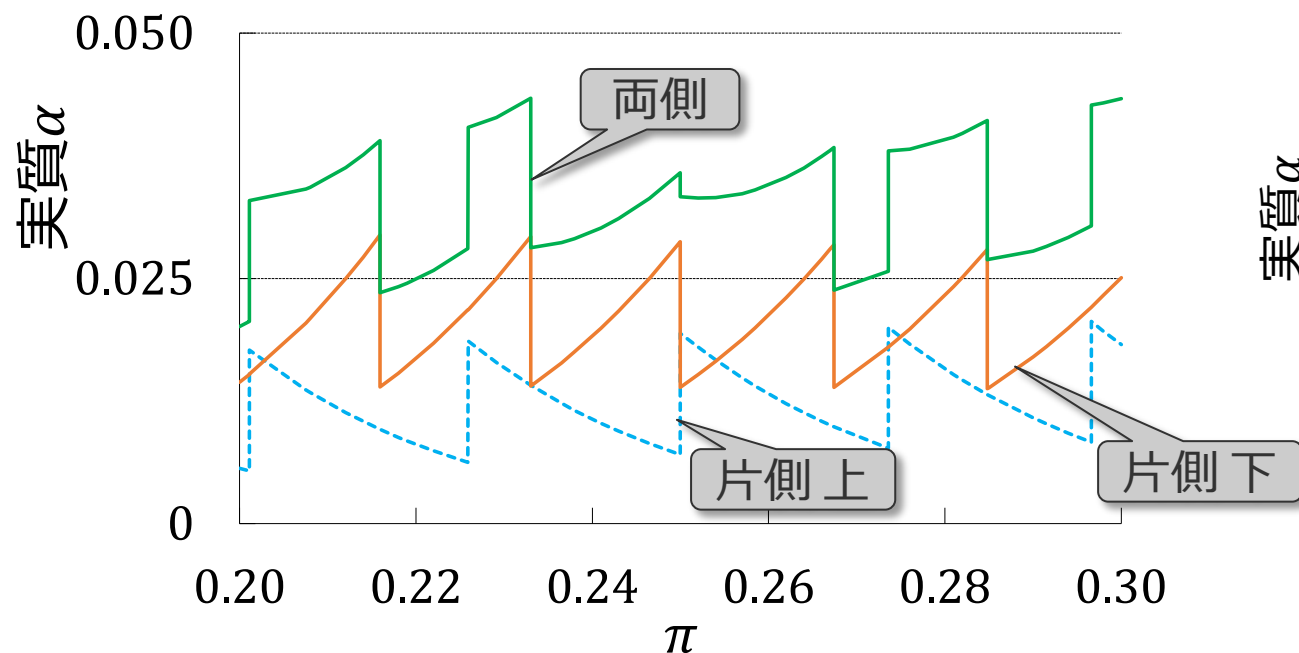
表示 3.7.2 実質的な危険率 (正規近似、連続修正なし)



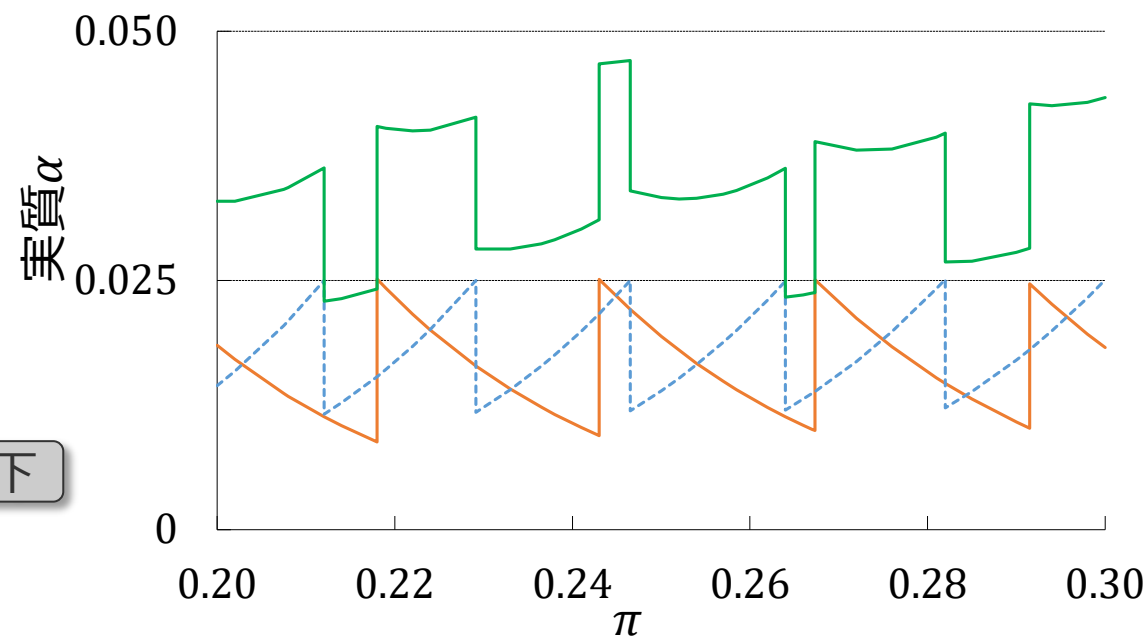
- 正規近似 (Pearson) による割合の検定、連続修正あり

正規近似 (連続修正あり) の実質的な第1種の誤りの確率は、2項分布による正確法と同傾向
両者とも、実質 α は名目 α よりも保守的な方向に偏っている

実質的な危険率 (正規近似、連続修正あり)



表示 3.7.1 実質的な危険率 (正確法)



割合の検定における第1種の誤りの確率 α

● 2項分布と正規近似による検定の実質 α

2項分布による検定

片側の実質 α は0.025 を超えない

両側の実質 α は0.05 を超えない

両者とも名目 α よりずっと小さい

→ 保守的な偏りをもつ

正規分布による検定 (連続修正あり)

2項分布による検定と同じ傾向

→ 保守的な偏りをもつ

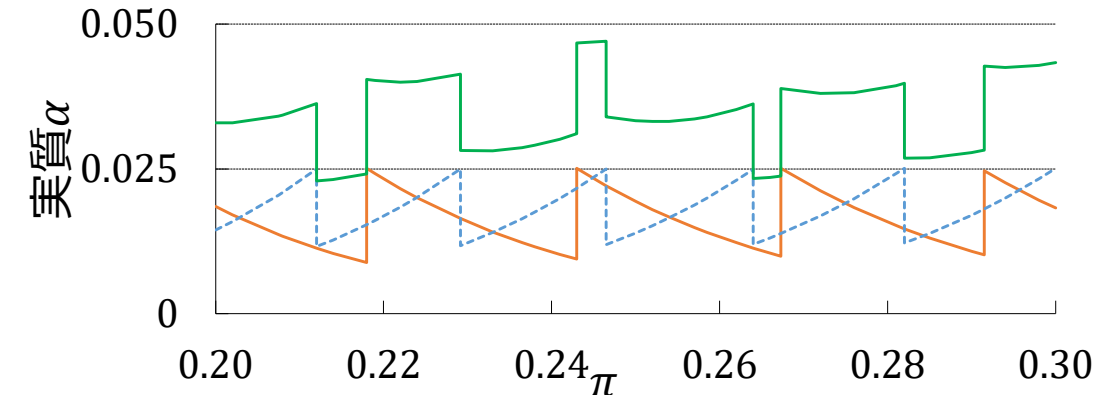
正規分布による検定 (連続修正なし)

片側の実質 α は0.025前後で変化

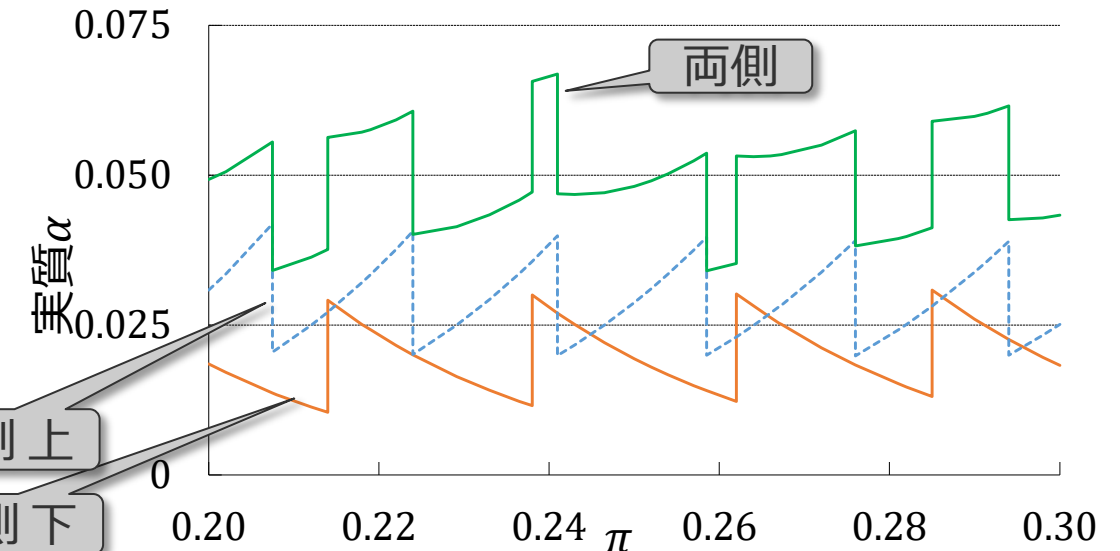
(平均的に下側は大きめ、上側は小さめ)

両側の実質 α は0.05 前後で変化

表示 3.7.1 2項分布



表示 3.7.2 正規近似 (連続修正なし)



割合の検定における第1種の誤りの確率 α

● 2項分布と正規近似による検定の実質 α

2項分布による検定

片側の実質 α は0.025 を超えない

両側の実質 α は0.05 を超えない

両者とも名目 α よりずっと小さい

→ 保守的な偏りをもつ

正規分布による検定 (連続修正あり)

2項分布による検定と同じ傾向

→ 保守的な偏りをもつ

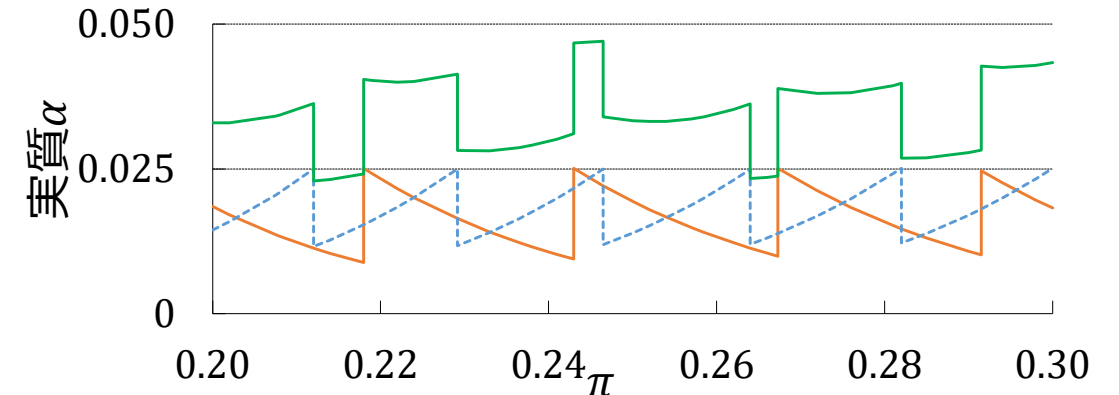
正規分布による検定 (連続修正なし) → JMP が採用

片側の実質 α は0.025前後で変化

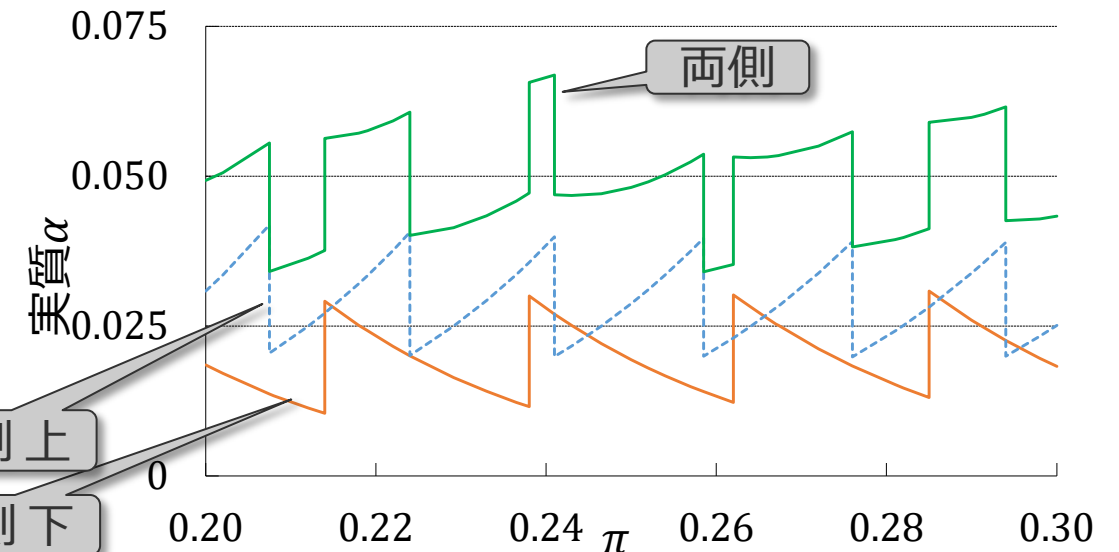
(平均的に下側は大きめ、上側は小さめ)

両側の実質 α は0.05 前後で変化

表示 3.7.1 2項分布



表示 3.7.2 正規近似 (連続修正なし)



●割合の検定

第 1 種の誤りの確率を厳格に保証しなければならない場合

(新しい医薬品の開発過程で、結果を行政当局に提出して認可を取る場合など)

2 項分布による検定、正規分布による検定 (連続修正あり)

平均的な危険率を保証する場合

(企業内の決定のための結論を出す場合など)

正規近似による検定 (連続修正なし)

(mid-p 法という方法もあるが、実務的にはこれで十分)

ただし、正規近似をするには、 $n\pi \geq 5$ および $n(1-\pi) \geq 5$ ([§3.1](#))

●割合の区間推定

2 項分布の確率を使う方法、連続修正を加えた正規近似による方法は、

実質的信頼率 $(1 - \alpha)$ が大きくなり、保守的な区間推定になる

平均的な危険率を、指定した危険率に近づけたい場合は Score 法を用いる

●割合の検定

第1種の誤りの確率を厳格に保証しなければならない場合

(新しい医薬品の開発過程で、結果を行政当局に提出して認可を取る場合など)

2項分布による検定、正規分布による検定 (連続修正あり)

平均的な危険率を保証する場合

(企業内の決定のための結論を出す場合など)

正規近似による検定 (連続修正なし)

(mid-p 法という方法もあるが、実務的にはこれで十分)

ただし、正規近似をするには、 $n\pi \geq 5$ および $n(1-\pi) \geq 5$ ([§3.1](#))

●割合の区間推定

2項分布の確率を使う方法、連続修正を加えた正規近似による方法は、
 実質的信頼率 $(1 - \alpha)$ が大きくなり、保守的な区間推定になる
 平均的な危険率を、指定した危険率に近づけたい場合はScore法を用いる

連続修正を加えない
正規近似

●割合の検定、推定

1組の計数値データ、yes（またはno）が2項分布に従う
第1部の§2「1組のデータの解析」に対応

第1部では解析手法が限定されていたが、
ここでは、近似法が用いられるので、近似の種類によって、複数の結果が得られる。

その中で出てくる「連続修正」については、用いるべきかどうかについて、議論が多い

●割合の差の検定、推定

次の節

2組の計数値データ、yes（またはno）が2項分布に従う
第1部の§3「2組のデータの解析」に対応

さらに複雑になるので、この節を十分に理解しておくことが必要



- 作成 片瀬雅彦
- 監修 松本一彦、長谷文雄
- 作成時期 2020年7月11日
- 改訂 2021年3月8日、2021年5月5日
2022年8月2日