



3 計数値の解析

3.4 多項分布（名義尺度）

テキスト

芳賀敏郎（2016）医薬品開発のための統計解析

第3部 非線形モデル改訂版、サイエンティスト社、p.288



第3部 非線形モデル

1. 非線形最小2乗法（基礎）

- 1.1 線形と非線形、1.2 非線形最小2乗法の基本的な考え方、1.3 指数曲線のあてはめ、1.4 Emaxモデルとロジスティック曲線

2. 非線形最小2乗法（応用）

- 2.1 誤差を考慮した解析、2.2 効力比、2.3 併用効果（相乗・拮抗効果）、2.4 モデルの探索（複数の曲線の同時あてはめ）、2.5 薬物動態の解析

3. 計数値の解析

- 3.1 2項分布、3.2 割合の推定・検定と区間推定、3.3 割合の差の推定・検定と区間推定、**3.4 多項分布（名義尺度）**、3.5 多項分布（順序尺度）、3.6 要因が複数の場合

4. ロジスティック回帰分析

- 4.1 復習、4.2 ロジスティック回帰分析（基本）、4.3 ロジスティック回帰分析（応用）

3.4 多項分布（名義尺度）

p.187

- (1) 反応カテゴリーの順序に意味のない場合とある場合
- (2) JMP [二変量の関係] による解析
- (3) 尤度比検定
- (4) Pearson のカイ 2 乗検定
- (5) JMP [モデルのあてはめ]（名義尺度）による解析
- (6) $a \times b$ で a が 3 以上 ($a \geq 3$) の場合
- (7) JMP [モデルのあてはめ] による解析

テキストの
該当ページ

★プレゼンテーションの
スピーカーノートを、
PDF の注釈に変換してあります

使用するファイル

Excelファイル「改3計数値.xlsx」、JMPファイル「34-2xb.jmp」 「34-4x4.jmp」

サイエンティスト社ホームページからダウンロード

JMP 10.0.2 の出力を表示

はじめに

●度数表と $a \times b$ 分割表

対照群と比較群で、薬剤投与ごとの副作用（初めに発症した副作用）を調査

データ1		
id	処方	結果
1	対照群	なし
2	比較群	あり
3	比較群	なし
4	対照群	あり
5	比較群	あり
6	比較群	あり
7	対照群	なし
8	対照群	なし
9	比較群	あり
10	対照群	なし
...
24	対照群	なし
25	対照群	あり

度数表		
処理	結果	度数
対照群	なし	11
対照群	あり	4
比較群	なし	3
比較群	あり	7

質的データを要約

2 × 2 分割表		
処理	結果	
	なし	あり
対照群	11	4
比較群	3	7

2 カテゴリー

2 カテゴリー

データ2		
id	処方	結果
1	対照群	発熱
2	比較群	なし
3	比較群	発熱
4	対照群	下痢
5	比較群	なし
6	比較群	下痢
7	対照群	なし
8	対照群	発熱
9	比較群	なし
10	比較群	発熱
...
117	対照群	なし
118	対照群	なし

度数表		
処理	結果	度数
対照群	なし	52
対照群	発熱	10
対照群	下痢	5
比較群	なし	33
比較群	発熱	8
比較群	下痢	10

3 カテゴリー

2 × 3 分割表			
処理	結果		
	なし	発熱	下痢
対照群	52	10	5
比較群	33	8	10

2 カテゴリー

● $a \times b$ 分割表

2×2 分割表、 $a \times 2$ 分割表・・・§3.1~3.3

結果のカテゴリー (b) が2つ

→ **2項分布**に従う

2× b 分割表、 $a \times b$ 分割表

結果のカテゴリー (b) が3つ以上

→ **多項分布**に従う

カテゴリーの種類

副作用の種類：名義尺度・・・§3.4

薬効の程度：順序尺度・・・§3.5

2×2 分割表

処理	副作用	
	なし	あり
対照群	52	18
比較群	33	27

2× b 分割表 (b : 名義尺度)

処理	副作用		
	なし	発熱	下痢
対照群	52	10	5
比較群	33	8	10

2× b 分割表 (b : 順序尺度)

処理	薬効		
	-	+	++
対照群	52	10	5
比較群	33	8	10

 $a \times 2$ 分割表

処理	副作用	
	なし	あり
対照群	42	18
比較群1	33	27
比較群2	24	36

 $a \times b$ 分割表 (b : 名義尺度)

処理	副作用		
	なし	発熱	下痢
対照群	22	23	15
比較群1	29	21	10
比較群2	37	13	10

 $a \times b$ 分割表 (b : 順序尺度)

処理	薬効		
	-	+	++
対照群	22	23	15
比較群1	29	21	10
比較群2	37	13	10

● $a \times b$ 分割表

2×2 分割表、 $a \times 2$ 分割表 . . . §3.1~3.3

結果のカテゴリー (b) が2つ

→ **2項分布**に従う

2×2 分割表

処理	副作用	
	なし	あり
対照群	52	18
比較群	33	27

$a \times 2$ 分割表

処理	副作用	
	なし	あり
対照群	42	18
比較群1	33	27
比較群2	24	36

2× b 分割表、 $a \times b$ 分割表

結果のカテゴリー (b) が3つ以上

→ **多項分布**に従う

2× b 分割表 (b : 名義尺度)

処理	副作用		
	なし	発熱	下痢
対照群	52	10	5
比較群	33	8	10

$a \times b$ 分割表 (b : 名義尺度)

処理	副作用		
	なし	発熱	下痢
対照群	22	23	15
比較群1	29	21	10
比較群2	37	13	10

カテゴリーの種類

副作用の種類 : 名義尺度 . . . §3.4

薬効の程度 : 順序尺度 . . . §3.5

2× b 分割表 (b : 順序尺度)

処理	薬効		
	-	+	++
対照群	52	10	5
比較群	33	8	10

$a \times b$ 分割表 (b : 順序尺度)

処理	薬効		
	-	+	++
対照群	22	23	15
比較群1	29	21	10
比較群2	37	13	10

はじめに

● 2 項分布と多項分布

2 項分布

結果が 2 つだけの試行において
用いられる確率分布 (2 値データ)

多項分布

結果がたくさんある試行において
用いられる確率分布

n 匹の実験動物に投与して、
副作用「なし」「発熱」「下痢」が
 f_1, f_2, f_3 匹であったとき、
その生起確率 π_1, π_2, π_3 を考える

$$f_1 + f_2 + f_3 = n$$

$$\pi_1 + \pi_2 + \pi_3 = 1$$

2×2 分割表

処理	副作用	
	なし	あり
対照群	52	18
比較群	33	27

$a \times 2$ 分割表

処理	副作用	
	なし	あり
対照群	42	18
比較群1	33	27
比較群2	24	36

2× b 分割表 (b : 名義尺度)

処理	副作用		
	なし	発熱	下痢
対照群	52	10	5
比較群	33	8	10

$a \times b$ 分割表 (b : 名義尺度)

処理	副作用		
	なし	発熱	下痢
対照群	22	23	15
比較群1	29	21	10
比較群2	37	13	10

2× b 分割表 (b : 順序尺度)

処理	薬効		
	-	+	++
対照群	52	10	5
比較群	33	8	10

$a \times b$ 分割表 (b : 順序尺度)

処理	薬効		
	-	+	++
対照群	22	23	15
比較群1	29	21	10
比較群2	37	13	10



(1) 反応カテゴリーの順序に 意味のない場合とある場合

本節は「順序に意味のない場合」

●2 × b 分割表の例

事例：対照群と比較群の2水準を比較、結果のカテゴリー（反応カテゴリー）を2種類設定

意味がない場合：最初に出現した副作用を「なし」「発熱」「下痢」「発疹」に分類

意味がある場合：薬による症状の改善度を「-」「±」「+」「++」に分類

同じデータでも、カテゴリーに意味がある場合とない場合で、解析方法は異なる

表示 3.4.1 2×4 分割表の仮想データ

	効果				計
	なし	発熱	下痢	発疹	
副作用	なし	発熱	下痢	発疹	
改善度	-	±	+	++	
対照群	52	10	5	3	70
比較群	33	8	10	9	60

b : 結果系
目的変数 *y*

a : 原因系
説明変数 *x*

順序に意味がない
カテゴリー

順序に意味がある
カテゴリー

●2 × b 分割表の例

事例：対照群と比較群の2水準を比較、結果のカテゴリー（反応カテゴリー）を2種類設定

意味がない場合：最初に出現した副作用を「なし」「発熱」「下痢」「発疹」に分類

意味がある場合：薬による症状の改善度を「-」「±」「+」「++」に分類

同じデータでも、カテゴリーに意味がある場合とない場合で、解析方法は異なる

カテゴリーは排他的でなくてはならない

多項分布を適用するため

副作用は最初に出現した症状

1人が2つのカテゴリーに

含まれてはならない

どのようにグラフ化するか？

表示 3.4.1 2×4 分割表の仮想データ

副作用	効果				計
	なし	発熱	下痢	発疹	
改善度	-	±	+	++	
対照群	52	10	5	3	70
比較群	33	8	10	9	60

b : 結果系
目的変数 y

a : 原因系
説明変数 x

順序に意味がない
カテゴリー

順序に意味がある
カテゴリー

反応カテゴリーの順序に意味のない場合とある場合

●グラフ化

反応カテゴリーの順番に意味がない

反応カテゴリーの順番に意味がある

並べ替え可

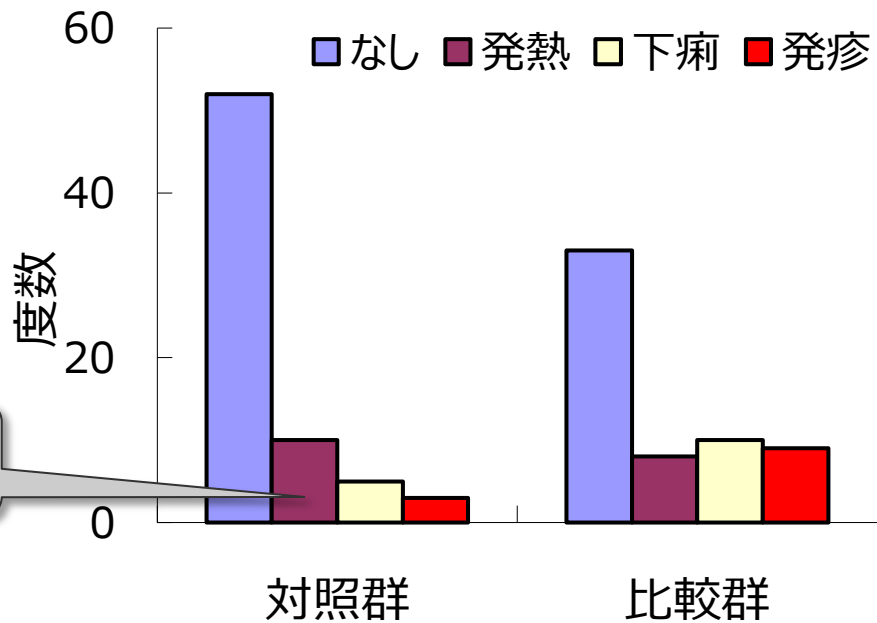
処理	結果（副作用）			
	なし	発熱	下痢	発疹
対照群	52	10	5	3
比較群	33	8	10	9

並べ替え不可

処理	結果（改善度）			
	-	±	+	++
対照群	52	10	5	3
比較群	33	8	10	9

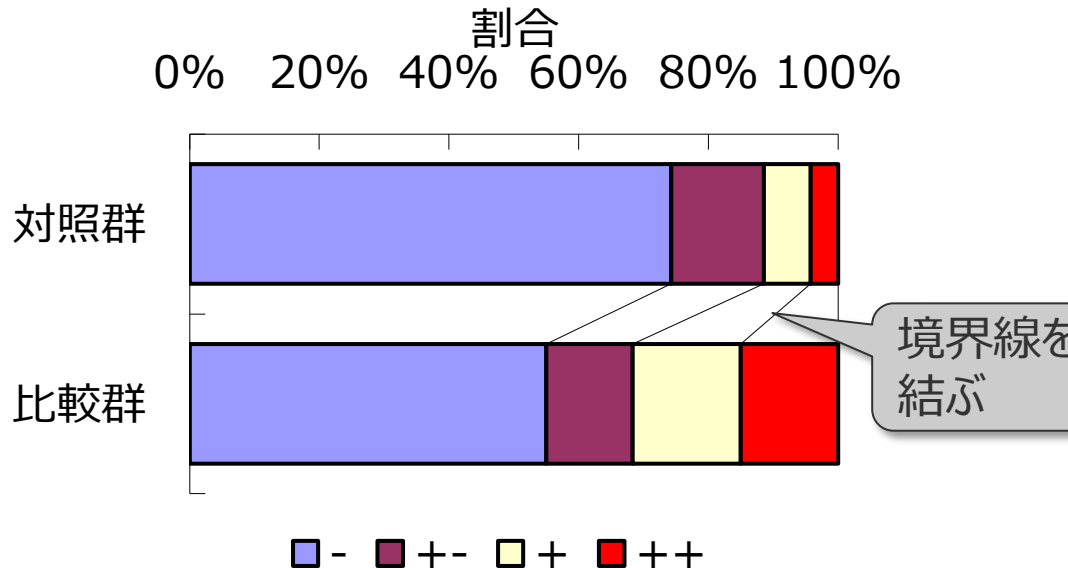
表示3.4.2

棒グラフ



並べ替え可

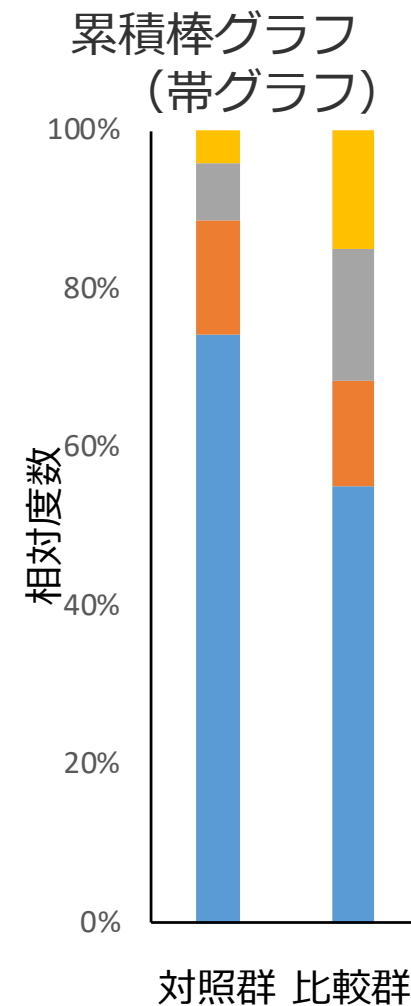
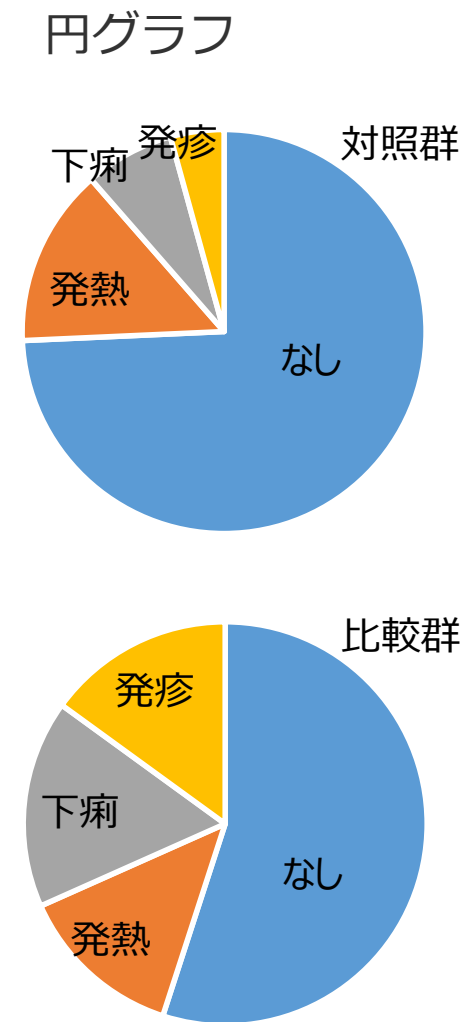
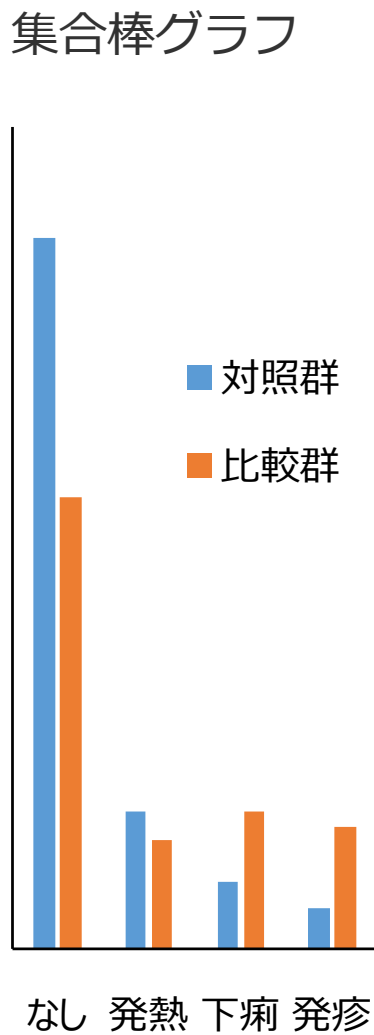
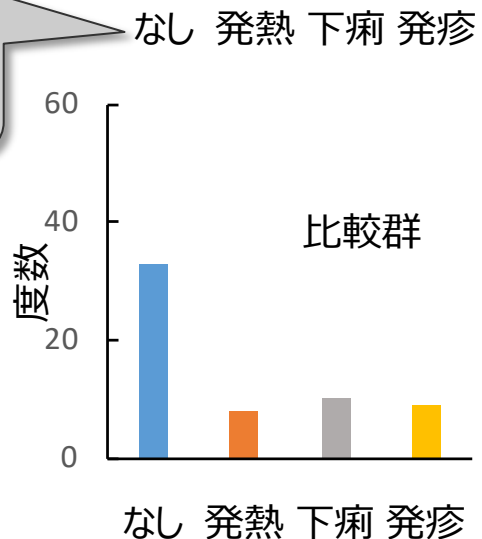
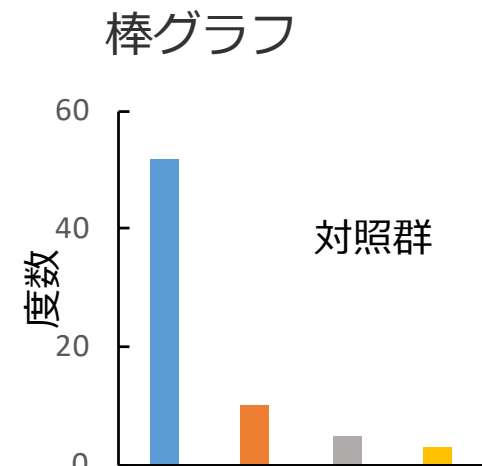
累積棒グラフ（積み上げ棒グラフ、帯グラフ）



境界線を結ぶ

反応カテゴリーの順序に意味のない場合とある場合

●グラフ化 名義尺度

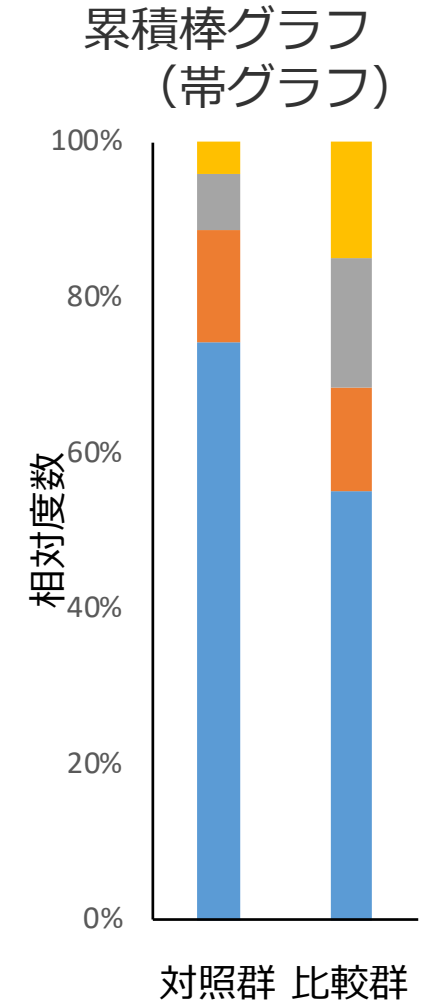
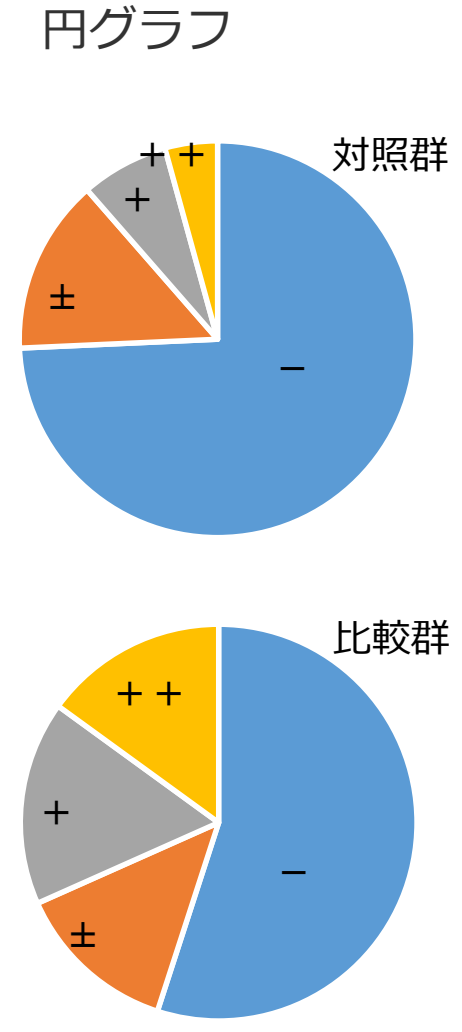
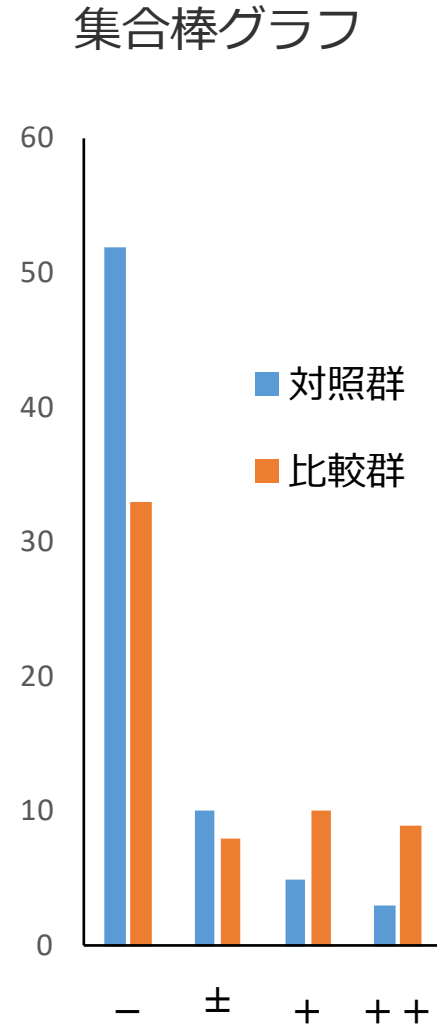
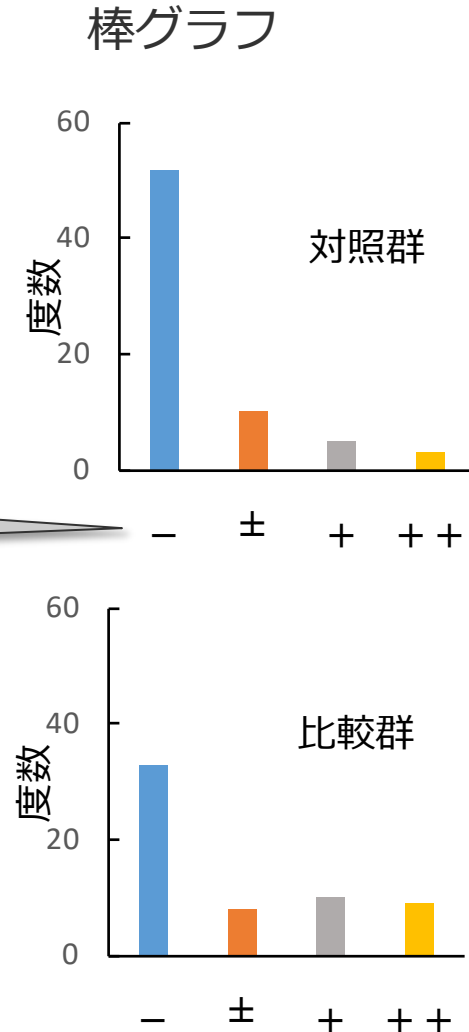


並べ替え可
意味のある並べ替え
度数の降順、昇順

反応カテゴリーの順序に意味のない場合とある場合

●グラフ化 順序尺度

並べ替え
不可



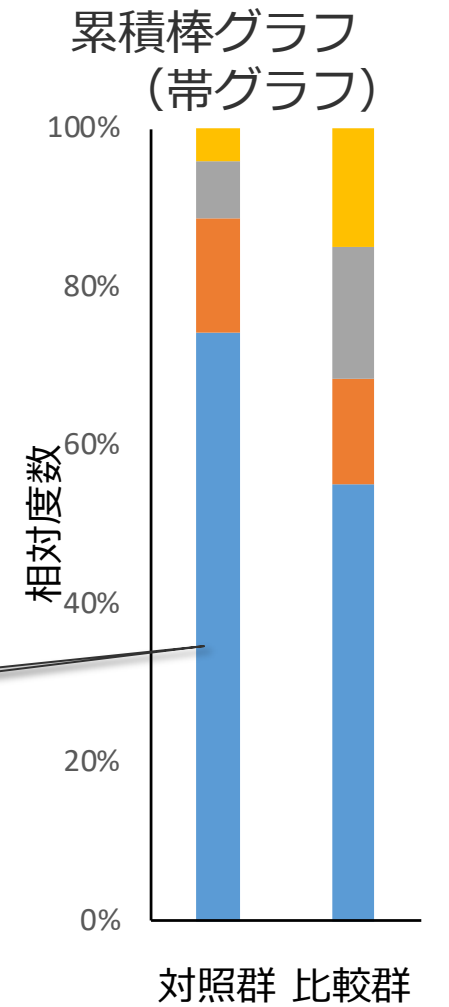
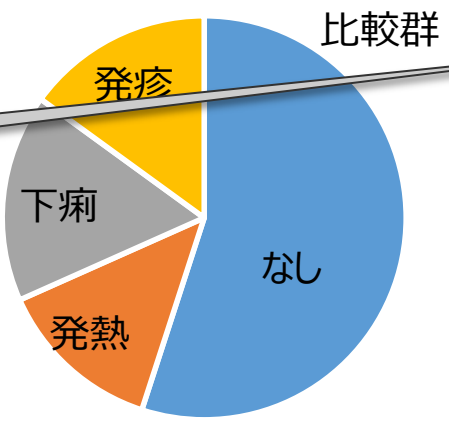
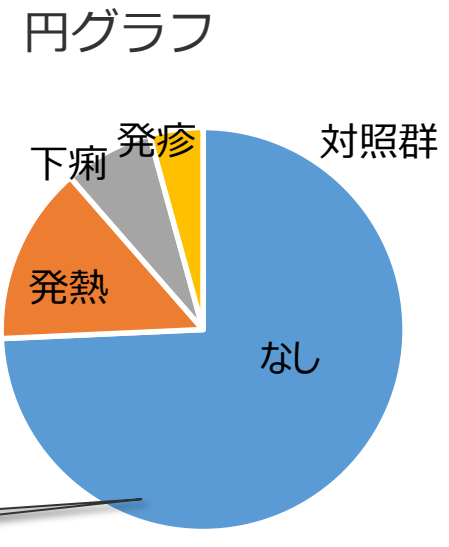
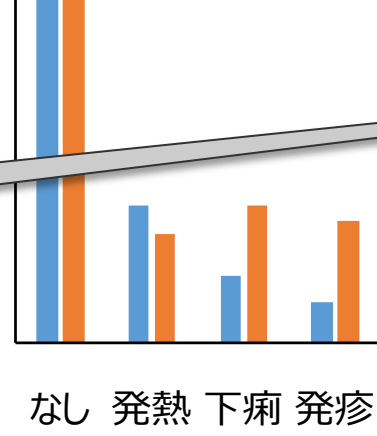
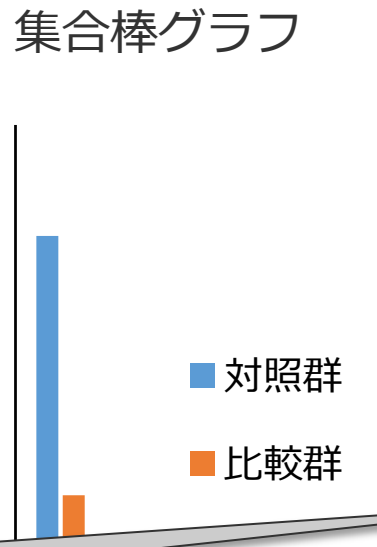
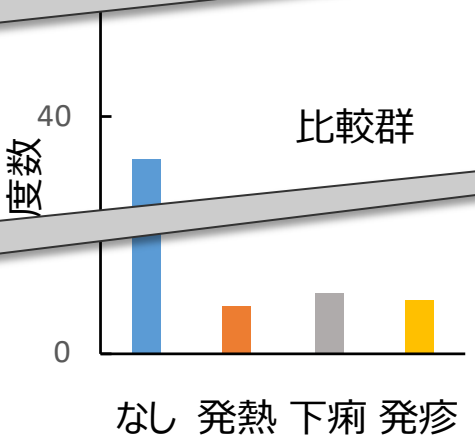
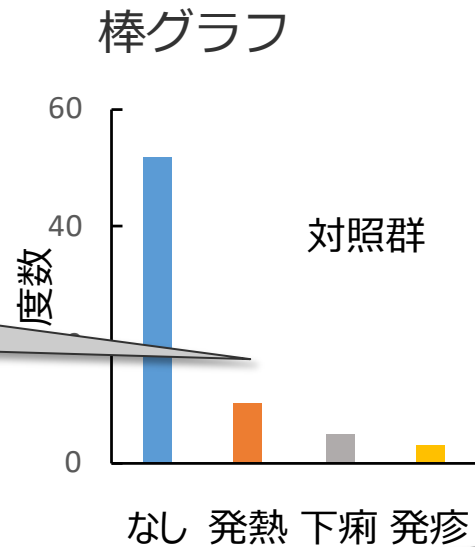
反応カテゴリーの順序に意味のない場合とある場合

●グラフ化 名義尺度

度数の比較

構成割合の
視覚的な表現
訴求力がある

構成割合の
比較



●探索的なデータ解析

最初に出現した副作用を比較

(1) 処理	副作用			
	なし	発熱	下痢	発疹
対照群	52	10	5	3
比較群	33	8	10	9

1回の実験データについて、色々な面から探索的な解析を徹底的に実行することは、未知の傾向などを発見するのに役立つ



カテゴリーの集約

(2) 処理	副作用	
	なし	あり
対照群	52	18
比較群	33	27



カテゴリーの集約

(3) 処理	副作用		
	なし	発熱+下痢	発疹
対照群	52	15	3
比較群	33	18	9

比較群の副作用ありの合計
 $12+9+17=38$
 合計が (2) の18 を超える

副作用の出現総数を比較

(a) 処理	発熱	
	なし	あり
対照群	58	12
比較群	51	9

(b) 処理	下痢	
	なし	あり
対照群	61	9
比較群	39	21

(c) 処理	発疹	
	なし	あり
対照群	53	17
比較群	34	26

●探索的なデータ解析

最初に出現した副作用を比較

(1) 処理	副作用			
	なし	発熱	下痢	発疹
対照群	52	10	5	3
比較群	33	8	10	9

事後の探索的な解析において、
多重性の問題に注意
事後解析は「後付けの解釈」になる
追加実験で確認が必要

(第2部 §1.3)

↓

↓

カテゴリーの集約

カテゴリーの集約

(2) 処理	副作用	
	なし	あり
対照群	52	18
比較群	33	27

(3) 処理	副作用		
	なし	発熱+下痢	発疹
対照群	52	15	3
比較群	33	18	9

副作用の出現総数を比較

(a) 処理	発熱	
	なし	あり
対照群	58	12
比較群	51	9

(b) 処理	下痢	
	なし	あり
対照群	61	9
比較群	39	21

(c) 処理	発疹	
	なし	あり
対照群	53	17
比較群	34	26



(2) JMP [二変量の関係] による解析

グラフ化

Pearson のカイ 2 乗検定

尤度比検定

JMP [二変量の関係] による解析

●JMPファイルの読み込み

JMP ファイル「34-2xb.jmp」を読み込み

●データ

表示 3.4.1 2×4 の分割表の仮想データ

群	副作用				計
	なし	発熱	下痢	発疹	
対照群	52	10	5	3	70
比較群	33	8	10	9	60



列番号	用途	変数名	尺度	値
1	X	群	名義	対照群、比較群
2		副作用	名義	なし 発熱 下痢 発疹
3	Y	改善度	順序	- +- + ++
4		y	連続	1 2 3 4
5	度数	度数	連続	

本節で使用

次節で使用

列番号	1	2	3	4	5
	群	副作用	改善度	y	度数
1	対照群	なし	-	1	52
2	対照群	発熱	+-	2	10
3	対照群	下痢	+	3	5
4	対照群	発疹	++	4	3
5	比較群	なし	-	1	33
6	比較群	発熱	+-	2	8
7	比較群	下痢	+	3	10
8	比較群	発疹	++	4	9

●カテゴリーの順序の指定

名義尺度では、カテゴリーの順序を正しく設定することが重要（順序尺度ではなが指定する）
基準となるカテゴリーが最後になるように設定
群の基準は「対照群」、副作用の基準は「なし」

JMPヒント「カテゴリーの順序の指定」 p.217

▼ 列(5/0)
■ 群*
■ 副作用*
■ 改善度*
▲ y
▲ 度数

* : 順序が設定済
このマークをクリックして順序を変更可

列番号	1	2	3	4	5	
	1	対照群	なし	-	1	52
	2	対照群	発熱	+ -	2	10
	3	対照群	下痢	+	3	5
	4	対照群	発疹	++	4	3
	5	比較群	なし	-	1	33
	6	比較群	発熱	+ -	2	8
	7	比較群	下痢	+	3	10
	8	比較群	発疹	++	4	9

JMP [二変量の関係] による解析

p.189

●カテゴリーの順序の指定

[列プロパティ]

> [値の順序]

[列プロパティ]

> [データの出現順]

群	副作用	効果度	...	度数
1 対照群	ない			
2 対照群	発熱			
3 対照群	下痢			
4 対照群	発熱			
5 比較群	ない			
6 比較群	発熱			
7 比較群	下痢			
8 比較群	発熱			

列情報...

列プロパティ

尺度

役割

計算式...

セルの色

ラベルあり/ラベルなし

スクロールロック/ロック解除

表示しない/再表示

除外する/除外しない

データフィルタ

並べ替え

列の削除

ノート

範囲チェック

リストチェック

欠測値のコード

値ラベル

値の順序

値の色

カラーグラデーション

軸

コード変換

配合

データの出現順

仕様限界

JMP [二変量の関係] による解析

●カテゴリーの順序の指定

列「副作用」の
カテゴリーの順序

基準になる
カテゴリーをを
最後に位置させる

副作用 - JMP

テーブル'34-2xb'の'副作用'

列名

ロック

データタイプ

尺度

列プロパティ

値の順序

オプションの項目

値の順序

レポートに表示する順番にデータを指定

発熱

下痢

発疹

なし

オプションの項目

削除

削除

上へ移動

下へ移動

逆転

OK

キャンセル

適用

ヘルプ

JMP [二変量の関係] による解析

p.189

- [二変量の関係]

[分析] > [二変量の関係]

[Y, 目的変数] : 「副作用」

[X, 説明変数] : 「群」

[度数] : 「度数」

二変量の関係 - JMP

各Xに対するYの分布。いろいろな分析の種類がある。

列の選択

- 群
- 副作用
- 改善度
- y
- 度数

分割表

- 二変量
- 一元配置
- ロジスティック
- 分割表

選択した列に役割を割り当てる

Y, 目的変数	副作用
X, 説明変数	群
ブロック	オプション
重み	オプション(数値)
度数	度数
By	オプション

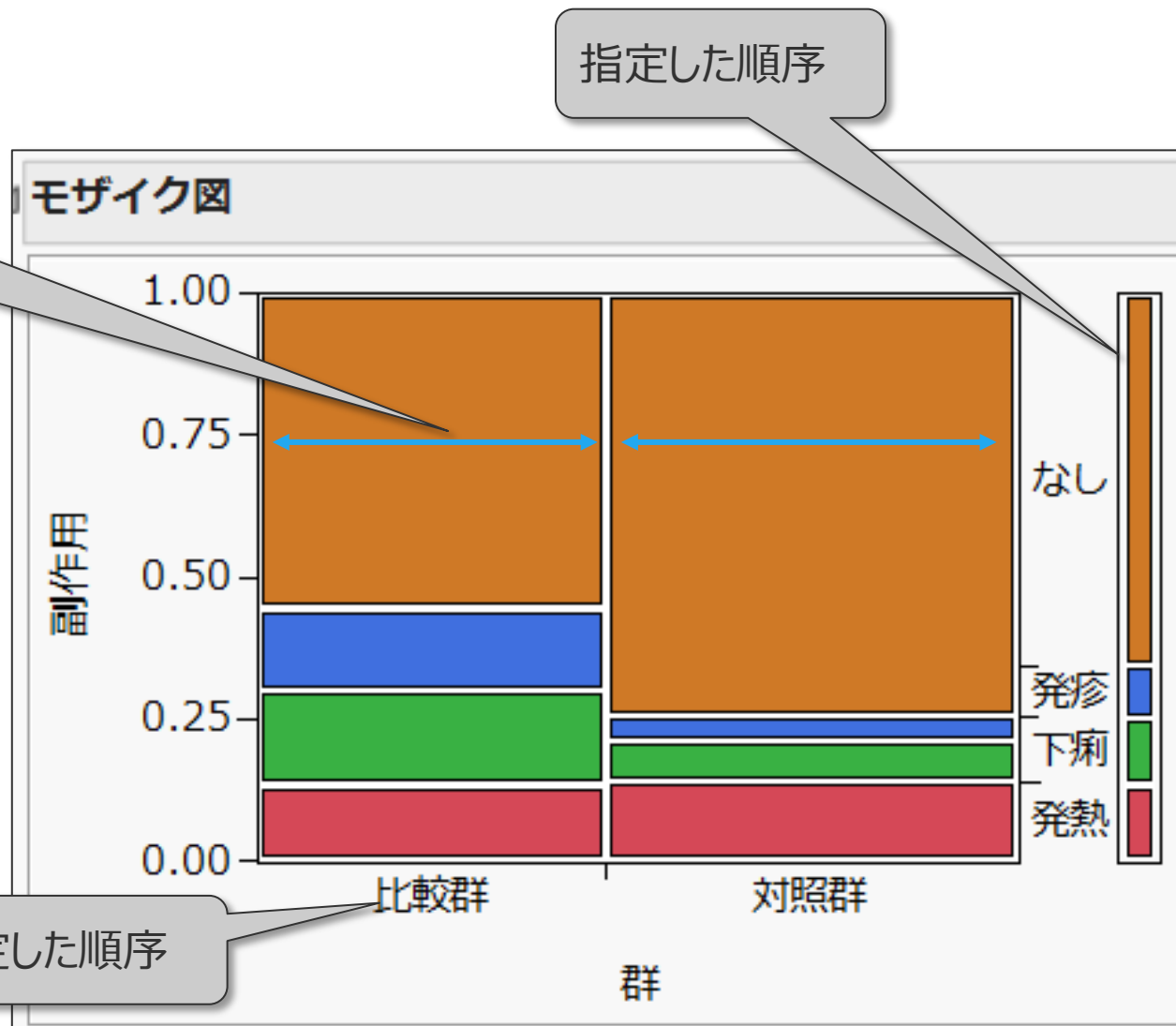
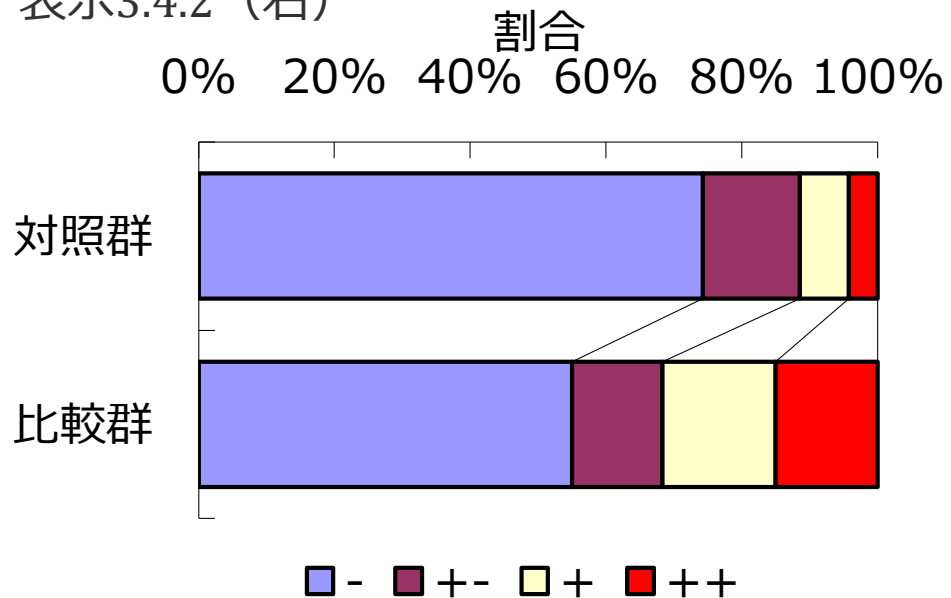
アクション

- OK
- キャンセル
- 削除
- 前回の設定
- ヘルプ

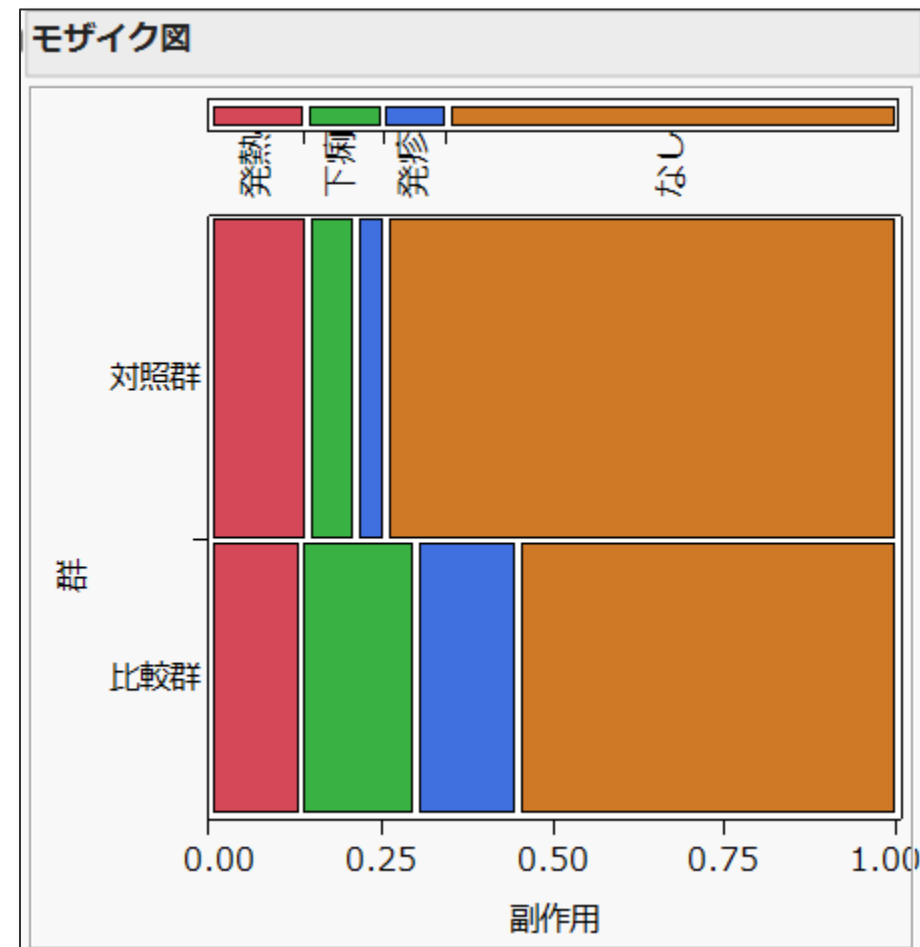
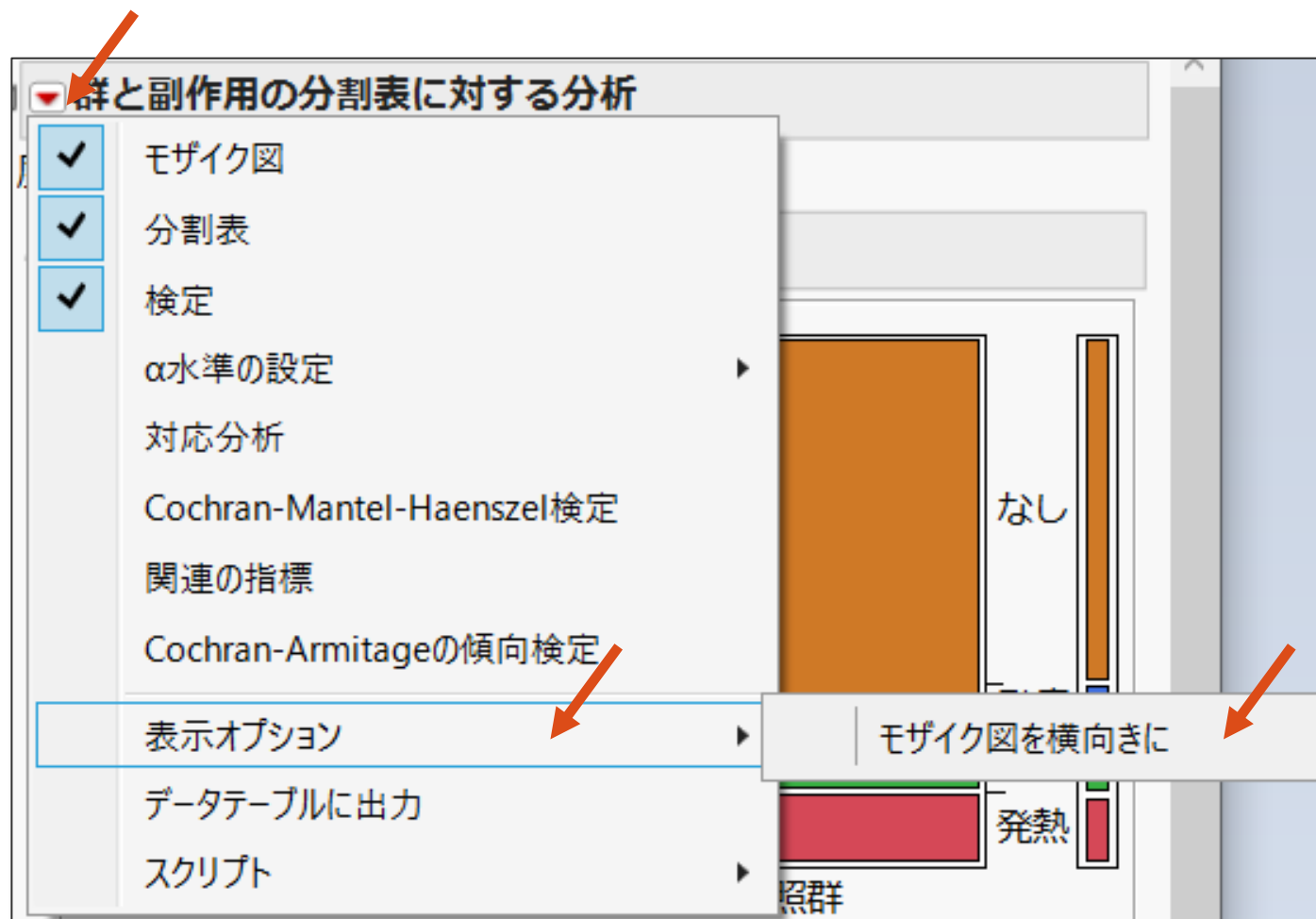
● [二変量の関係] : モザイク図

柱の幅は
サンプルサイズを表す
比較群 : 60
対照群 : 70

表示3.4.2 (右)



- [二変量の関係] : モザイク図

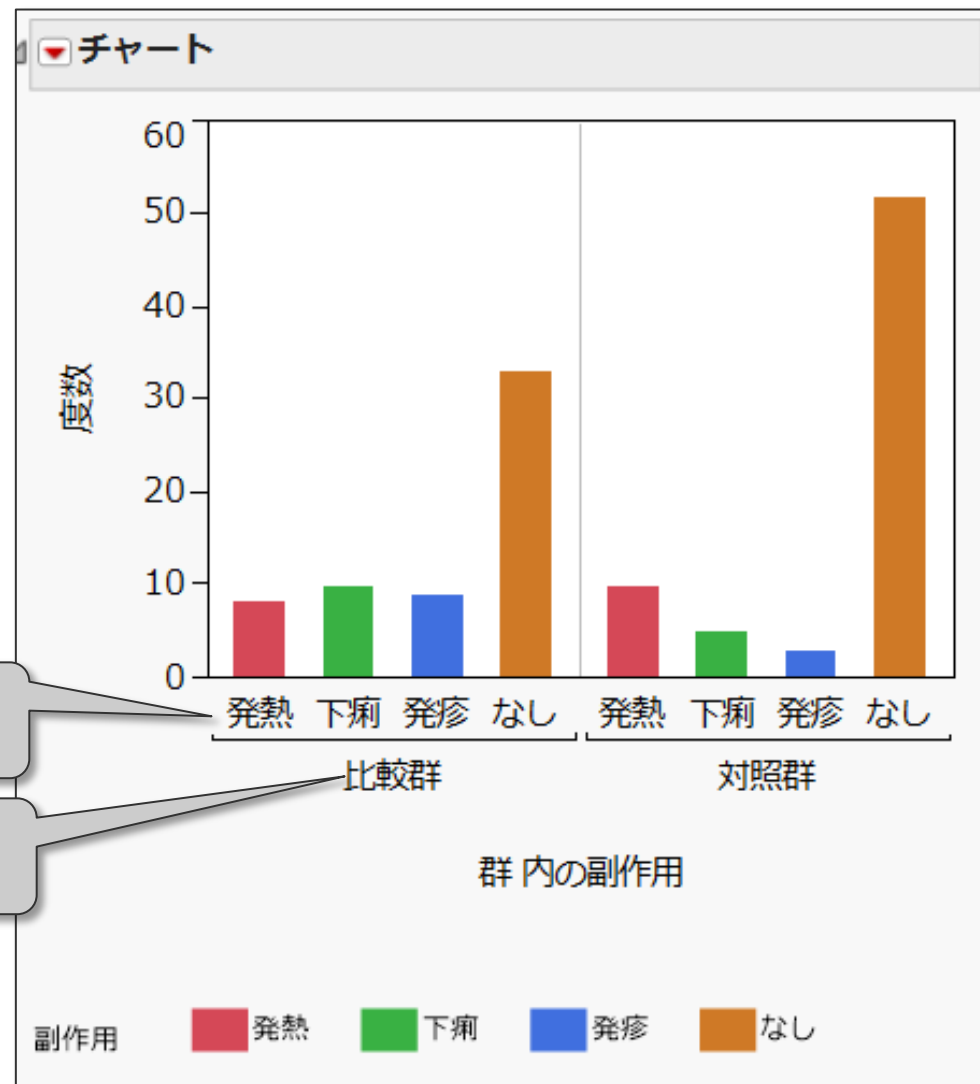
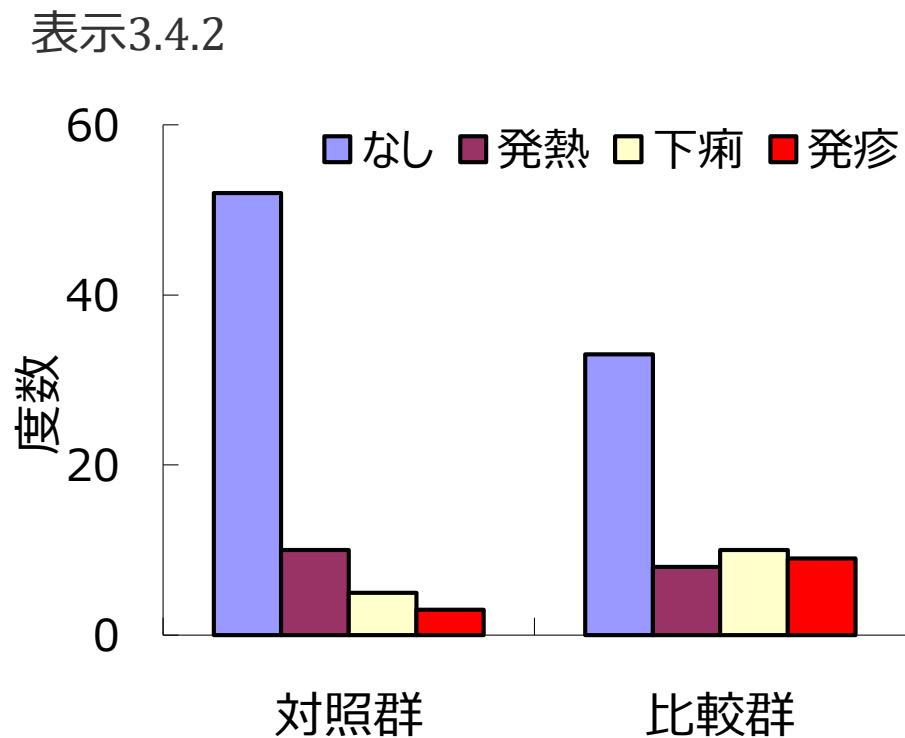


- [二変量の関係] : 棒グラフ

[グラフ] > [チャート] >
[統計量] : 「度数」を [データ] に指定
[カテゴリー,x水準] : 「群」、「副作用」を指定
(この順番で指定)

● [二変量の関係] : 棒グラフ

表示3.4.3
JMP による棒グラフ



● [二変量の関係]

尤度比検定、Pearsonのカイ2乗検定により、
対照群と比較群で、
副作用の割合が有意に異なる ($\alpha=0.05$)

H_0 : 2水準によって、副作用の発症の割合に
違いがない

(2水準と副作用の出方は互いに独立)

H_1 : 2水準によって、副作用の発症の割合に
違いがある

(2水準と副作用の割合の間に関連がある)

分割表						
		副作用				
度数	発熱	下痢	発疹	なし		
行%						
比較群	8	10	9	33	60	
	13.33	16.67	15.00	55.00		
対照群	10	5	3	52	70	
	14.29	7.14	4.29	74.29		
	18	15	12	85	130	

検定				
	N	自由度	(-1)*対数尤度	R2乗(U)
	130	3	4.2871613	0.0323
検定	カイ2乗	p値(Prob>ChiSq)		
尤度比	8.574	0.0355*		
Pearson	8.417	0.0381*		



(3) 尤度比検定

尤度比検定 (G 検定)
Pearson のカイ 2 乗検定

尤度比検定

●尤度比検定の計算 (§3.3 参照)

表示3.4.5
(改変)

$$f_{11} \ln f_{11} = 52 \times \ln 52 = 205.46$$

.....

$$f_{24} \ln f_{24} = 9 \times \ln 9 = 19.78$$

$$T_{(1)} = 414.655 \quad \text{オレンジ}$$

$$T_{1.} \ln T_{1.} = 70 \times \ln 70 = 297.39$$

$$T_{2.} \ln T_{2.} = 60 \times \ln 60 = 245.66$$

$$T_{(2)} = 543.055 \quad \text{グリーン}$$

$$T_{.1} \ln T_{.1} = 85 \times \ln 85 = 377.63$$

.....

$$T_{.4} \ln T_{.4} = 12 \times \ln 12 = 29.82$$

$$T_{(3)} = 500.092 \quad \text{ブルー}$$

イエロー

$$T_{(4)} = T_{..} \ln T_{..} = 130 \times \ln 130 = 632.779$$

f	なし	発熱	下痢	発疹	計
対照群	f_{11}	f_{12}	f_{13}	f_{14}	$T_{1.}$
比較群	f_{21}	f_{22}	f_{23}	f_{24}	$T_{2.}$
計	$T_{.1}$	$T_{.2}$	$T_{.3}$	$T_{.4}$	$T_{..}$

f	なし	発熱	下痢	発疹	計
対照群	52	10	5	3	70
比較群	33	8	10	9	60
計	85	18	15	12	130

$f \cdot \ln(f)$	なし	発熱	下痢	発疹	計
対照群	205.46	23.03	8.05	3.30	297.39
比較群	115.38	16.64	23.03	19.78	245.66
計	377.63	52.03	40.62	29.82	632.78

対立仮説	414.655	543.055	128.401
帰無仮説	500.092	632.779	132.688

差 4.287
カイ2乗 8.574 p 値 0.0355

●尤度比検定の計算

$$f_{11} \ln f_{11} = 52 \times \ln 52 = 205.46$$

.....

$$f_{24} \ln f_{24} = 9 \times \ln 9 = 19.78$$

$$T_{(1)} = 414.655 \quad \text{オレンジ}$$

$$T_{1.} \ln T_{1.} = 70 \times \ln 70 = 297.39$$

$$T_{2.} \ln T_{2.} = 60 \times \ln 60 = 245.66$$

$$T_{(2)} = 543.055 \quad \text{グリーン}$$

$$T_{.1} \ln T_{.1} = 85 \times \ln 85 = 377.63$$

.....

$$T_{.4} \ln T_{.4} = 12 \times \ln 12 = 29.82$$

$$T_{(3)} = 500.092 \quad \text{ブルー} \quad \text{イエロー}$$

$$T_{(4)} = T_{..} \ln T_{..} = 130 \times \ln 130 = 632.779$$

表示3.4.5
(改変)

f	なし	発熱	下痢	発疹	計
対照群	f_{11}	f_{12}	f_{13}	f_{14}	$T_{1.}$
比較群	f_{21}	f_{22}	f_{23}	f_{24}	$T_{2.}$
計	$T_{.1}$	$T_{.2}$	$T_{.3}$	$T_{.4}$	$T_{..}$

f	なし	発熱	下痢	発疹	計
対照群	52	10	5	3	70
比較群	33	8	10	9	60
計	85	18	15	12	130

$f \cdot \ln(f)$	なし	発熱	下痢	発疹	計
対照群	205.46	23.03	8.05	3.30	297.39
比較群	115.38	16.64	23.03	19.78	245.66
計	377.63	52.03	40.62	29.82	632.78

対立仮説	414.655	543.055	128.401
帰無仮説	500.092	632.779	132.688

差 4.287
カイ2乗 8.574 p 値 0.0355

●尤度比検定の計算

$$f_{11} \ln f_{11} = 52 \times \ln 52 = 205.46$$

.....

$$f_{24} \ln f_{24} = 9 \times \ln 9 = 19.78$$

$$T_{(1)} = 414.655 \quad \text{オレンジ}$$

$$T_{1.} \ln T_{1.} = 70 \times \ln 70 = 297.39$$

$$T_{2.} \ln T_{2.} = 60 \times \ln 60 = 245.66$$

$$T_{(2)} = 543.055 \quad \text{グリーン}$$

$$T_{.1} \ln T_{.1} = 85 \times \ln 85 = 377.63$$

.....

$$T_{.4} \ln T_{.4} = 12 \times \ln 12 = 500.092$$

$$T_{(3)} = 500.092 \quad \text{ブルー} \quad \text{イエロー}$$

$$T_{(4)} = T_{..} \ln T_{..} = 130 \times \ln 130 = 632.779$$

$$\begin{aligned} \chi^2 &= 2 \times \left((T_{(4)} - T_{(3)}) - (T_{(2)} - T_{(1)}) \right) \\ &= 2 \times \left((632.779 - 500.092) - (543.055 - 414.655) \right) \\ &= 2 \times (132.688 - 128.401) = 2 \times 4.287 = 8.574 \end{aligned}$$

f	なし	発熱	下痢	発疹	計
対照群	52	10	5	3	70
比較群	33	8	10	9	60
計	85	18	15	12	130
$f \cdot \ln(f)$	なし	発熱	下痢	発疹	計
対照群	205.46	23.03	8.05	3.30	297.39
比較群	115.38	16.64	23.03	19.78	245.66
計	377.63	52.03	40.62	29.82	632.78

対立仮説	414.655	543.055	128.401
帰無仮説	500.092	632.779	132.688

$=\text{CHIDIST}(8.574,3)$
 $=0.0355$

差	4.287
カイ乗	8.574
p値	0.0355

●尤度比検定の計算

この χ^2 統計量を
 G^2 または G と書き表されることもある
 (JMP マニュアル を参照)
 この尤度比検定を G 検定、 G^2 検定ともいう

$$\begin{aligned} \chi^2 &= 2 \times \left((T_{(4)} - T_{(3)}) - (T_{(2)} - T_{(1)}) \right) \\ &= 2 \times \left((632.779 - 500.092) - (543.055 - 414.655) \right) \\ &= 2 \times (132.688 - 128.401) = 2 \times 4.287 = 8.574 \end{aligned}$$

$$T_2 \cdot \ln T_2 = 60 \times \ln 60 = 245.66$$

$$T_{(2)} = 543055 \quad \text{グリーン}$$

$$T_{.1} \ln T_{.1} = 85 \times \ln 85 = 377.63$$

.....

$$T_{.4} \ln T_{.4} = 12 \times \ln 12 = 500.092$$

$$T_{(3)} = 500.092 \quad \text{ブルー} \quad \text{イエロー}$$

$$T_{(4)} = T_{..} \ln T_{..} = 130 \times \ln 130 = 632.779$$



f	なし	発熱	下痢	発疹	計
対照群	52	10	5	3	70
比較群	33	8	10	9	60
計	85	18	15	12	130
$f \cdot \ln(f)$	なし	発熱	下痢	発疹	計
対照群	205.46	23.03	8.05	3.30	297.39
比較群	115.38	16.64	23.03	19.78	245.66
計	377.63	52.03	40.62	29.82	632.78

対立仮説	414.655	543.055	128.401
帰無仮説	500.092	632.779	132.688

=CHIDIST(8.574,3)
 =0.0355

差 4.287
 カイ2乗 8.574
 p値 0.0355



●多項分布 (補足)

2項分布：結果が2通り (二値データ)

$$p_f = {}_n C_f \pi^f (1 - \pi)^{n-f} = \frac{n!}{f! (n-f)!} \pi^f (1 - \pi)^{n-f} \quad (3.1.2 \quad \underline{\S 3.1})$$

$$p_{f_1, f_2} = \frac{n!}{f_1! f_2!} \pi_1^{f_1} \pi_2^{f_2} \quad \pi_1 + \pi_2 = 1 \quad f_1 + f_2 = n$$

2項係数

多項分布：結果が3通り以上 (下の事例は $n=3$)

$$p_{f_1, f_2, f_3} = \frac{n!}{f_1! f_2! f_3!} \pi_1^{f_1} \cdot \pi_2^{f_2} \cdot \pi_3^{f_3} \quad \pi_1 + \pi_2 + \pi_3 = 1 \quad f_1 + f_2 + f_3 = n$$

多項係数

●多項分布（補足）

2項分布 結果が2通り

白玉30%、赤玉70%の多数の玉を含む袋から10個とりだしたときに、白玉2個、赤玉8個となる確

$$p_{2,8} = \frac{10!}{2!8!} \times 0.3^2 \times 0.7^8$$

	白	赤	計
π	0.3	0.7	1
f	2	8	10

多項分布 結果が3通り以上

白玉20%、赤玉50%、黒玉30%の多数の玉を含む袋から20個とりだしたときに、
白玉6個、赤玉8個、黒玉6個となる確率

$$p_{6,8,6} = \frac{20!}{6!8!6!} \times 0.2^6 \times 0.5^8 \times 0.3^6$$

	白	赤	黒	計
π	0.2	0.5	0.3	1
f	6	8	6	20

注) 各色の玉は、それぞれ独立して取り出されることが前提

帰無仮説の下での対数尤度

(§3.3 p.173 参照)

$$\begin{aligned}
 -\ln L_0 &= -\ln \left(\frac{70!}{52! 10! 5! 3!} \times 0.654^{52} \times 0.138^{10} \times 0.115^5 \times 0.092^3 \right) \\
 &+ \left(-\ln \left(\frac{60!}{33! 8! 10! 9!} \times 0.654^{33} \times 0.138^8 \times 0.115^{10} \times 0.092^9 \right) \right) \\
 &= -\ln \left(\frac{70!}{52! 10! 5! 3!} \right) - \ln \left(\frac{60!}{33! 8! 10! 9!} \right) + \mathbf{132.688}
 \end{aligned}$$

対立仮説の下での対数尤度

引き算で多項係数の部分は相殺

$$\begin{aligned}
 -\ln L_1 &= -\ln \left(\frac{70!}{52! 10! 5! 3!} \times 0.743^{52} \times 0.143^{10} \times 0.171^5 \times 0.043^3 \right) \\
 &+ \left(-\ln \left(\frac{60!}{33! 8! 10! 9!} \times 0.550^{33} \times 0.133^8 \times 0.167^{10} \times 0.150^9 \right) \right) \\
 &= -\ln \left(\frac{70!}{52! 10! 5! 3!} \right) - \ln \left(\frac{60!}{33! 8! 10! 9!} \right) + \mathbf{128.401}
 \end{aligned}$$

尤度比の対数值 (対数尤度の差)

$$\begin{aligned}
 -\ln LR &= -\ln L_0 - (-\ln L_1) \\
 &= \mathbf{132.688} - \mathbf{128.401} \\
 &= 4.287
 \end{aligned}$$

比較群

対照群

度数

	なし	発熱	下痢	発疹	計
対照群	52	10	5	3	70
比較群	33	8	10	9	60
計	85	18	15	12	130

割合

	なし	発熱	下痢	発疹	計
対照群	0.743	0.143	0.071	0.043	1
比較群	0.550	0.133	0.167	0.150	1
併合	0.654	0.138	0.115	0.092	1

帰無仮説の下での対数尤度

(§3.3 p.173 参照)

$$\begin{aligned}
 -\ln L_0 &= -\ln \left(\frac{70!}{52! 10! 5! 3!} \times 0.654^{52} \times 0.138^{10} \times 0.115^5 \times 0.092^3 \right) \\
 &+ \left(-\ln \left(\frac{60!}{33! 8! 10! 9!} \times 0.654^{33} \times 0.138^8 \times 0.115^{10} \times 0.092^9 \right) \right) \\
 &= -\ln \left(\frac{70!}{52! 10! 5! 3!} \right) - \ln \left(\frac{60!}{33! 8! 10! 9!} \right) + \mathbf{132.688}
 \end{aligned}$$

対立仮説の下での対数尤度

引き算で多項係数の部分は相殺

$$\begin{aligned}
 -\ln L_1 &= -\ln \left(\frac{70!}{52! 10! 5! 3!} \times 0.743^{52} \times 0.143^{10} \times 0.171^5 \times 0.043^3 \right) \\
 &+ \left(-\ln \left(\frac{60!}{33! 8! 10! 9!} \times 0.550^{33} \times 0.133^8 \times 0.167^{10} \times 0.150^9 \right) \right) \\
 &= -\ln \left(\frac{70!}{52! 10! 5! 3!} \right) - \ln \left(\frac{60!}{33! 8! 10! 9!} \right) + \mathbf{128.401}
 \end{aligned}$$

尤度比の対数值 (対数尤度の差)

$$\begin{aligned}
 -\ln LR &= -\ln L_0 - (-\ln L_1) \\
 &= \mathbf{132.688} - \mathbf{128.401} \\
 &= 4.287
 \end{aligned}$$

JMP [モデルのあてはめ] の出力
 差 4.287
 対立仮説 : 完全 128.401
 帰無仮説 : 縮小 132.688
 (表示 3.4.7)

計	85	18	15	12	130
割合					
	なし	発熱	下痢	発疹	計
対照群	0.743	0.143	0.071	0.043	1
比較群	0.550	0.133	0.167	0.150	1
併合	0.654	0.138	0.115	0.092	1



(4) Pearson のカイ 2 乗検定

尤度比検定

Pearson のカイ 2 乗検定

Pearson のカイ 2 乗検定

● 2 × 2 分割表の近似解

表示3.4.6
(改変)

f	なし	発熱	下痢	発疹	計
対照群	f_{11}	f_{12}	f_{13}	f_{14}	$T_{1\cdot}$
比較群	f_{21}	f_{22}	f_{23}	f_{24}	$T_{2\cdot}$
計	$T_{\cdot 1}$	$T_{\cdot 2}$	$T_{\cdot 3}$	$T_{\cdot 4}$	$T_{\cdot\cdot}$

期待度数

(§3.3 p.174 参照)

$$\hat{f}_{ij} = \frac{T_{i\cdot} \cdot T_{\cdot j}}{T_{\cdot\cdot}} = \frac{T_{2\cdot} \cdot T_{\cdot 1}}{T_{\cdot\cdot}} = \frac{60 \times 85}{130} = 39.231$$

相対的外れ

$$\frac{(f_{ij} - \hat{f}_{ij})}{\sqrt{\hat{f}_{ij}}} = \frac{(f_{21} - \hat{f}_{21})}{\sqrt{\hat{f}_{21}}} = \frac{33 - 39.231}{\sqrt{39.231}} = -0.995$$

$$\chi^2 = 0.921^2 + 0.099^2 + \dots + 1.169^2 + 1.471^2 = 8.417$$

f	なし	発熱	下痢	発疹	計
対照群	52	10	5	3	70
比較群	33	8	10	9	60
計	85	18	15	12	130

期待度数	なし	発熱	下痢	発疹	計
対照群	45.769	9.692	8.077	6.462	70
比較群	39.231	8.308	6.923	5.538	60
計	85	18	15	12	130

相対的外れ	なし	発熱	下痢	発疹	2乗和
対照群	0.921	0.099	-1.083	-1.362	3.885
比較群	-0.995	-0.107	1.169	1.471	4.532
2乗和	1.838	0.021	2.540	4.018	8.417

χ^2 乗 8.417 自由度 3 p 値 0.0381

Pearson のカイ 2 乗検定

● 2 × 2 分割表の近似解

カイ 2 乗値の自由度

$$(a - 1)(b - 1) = (2 - 1)(4 - 1) = 3$$

相対的外れを求める計算式の中で、
 実測度数と期待度数の差は、
 横計と縦計が 0 になるという制約条件がある

Excel関数で p 値を計算

$$=1 - \text{CHISQ.DIST}(8.417, 3, \text{TRUE}) = 0.0381$$

$$=\text{CHIDIST}(8.417, 3) = 0.0381$$

$$\frac{(f_{ij} - \hat{f}_{ij})}{\sqrt{\hat{f}_{ij}}}$$

実測度数 - 期待度数

	なし	発熱	下痢	発疹	計
対照群	6.231	0.308	-3.077	-3.462	0
比較群	-6.231	-0.308	3.077	3.462	0
計	0	0	0	0	0

表示3.4.6
(改変)

f	なし	発熱	下痢	発疹	計
対照群	f_{11}	f_{12}	f_{13}	f_{14}	$T_{1\cdot}$
比較群	f_{21}	f_{22}	f_{23}	f_{24}	$T_{2\cdot}$
計	$T_{\cdot 1}$	$T_{\cdot 2}$	$T_{\cdot 3}$	$T_{\cdot 4}$	$T_{\cdot \cdot}$

f	なし	発熱	下痢	発疹	計
対照群	52	10	5	3	70
比較群	33	8	10	9	60
計	85	18	15	12	130

期待度数	なし	発熱	下痢	発疹	計
対照群	45.769	9.692	8.077	6.462	70
比較群	39.231	8.308	6.923	5.538	60
計	85	18	15	12	130

相対的外れ	なし	発熱	下痢	発疹	2乗和
対照群	0.921	0.099	-1.083	-1.362	3.885
比較群	0.995	-0.107	1.169	1.471	4.532
2乗和	1.838	0.021	2.540	4.018	8.417

χ^2 乗 8.417 自由度 3 p値 0.0381



(5) JMP [モデルのあてはめ] (名義尺度) による解析

モデル全体の検定
パラメータ推定値
効果の尤度比検定

JMP [モデルのあてはめ] (名義尺度) による解析

p.191

- [モデルのあてはめ]

JMP ファイル

「34-2xb.jmp」を
読み込み

[モデルのあてはめ]

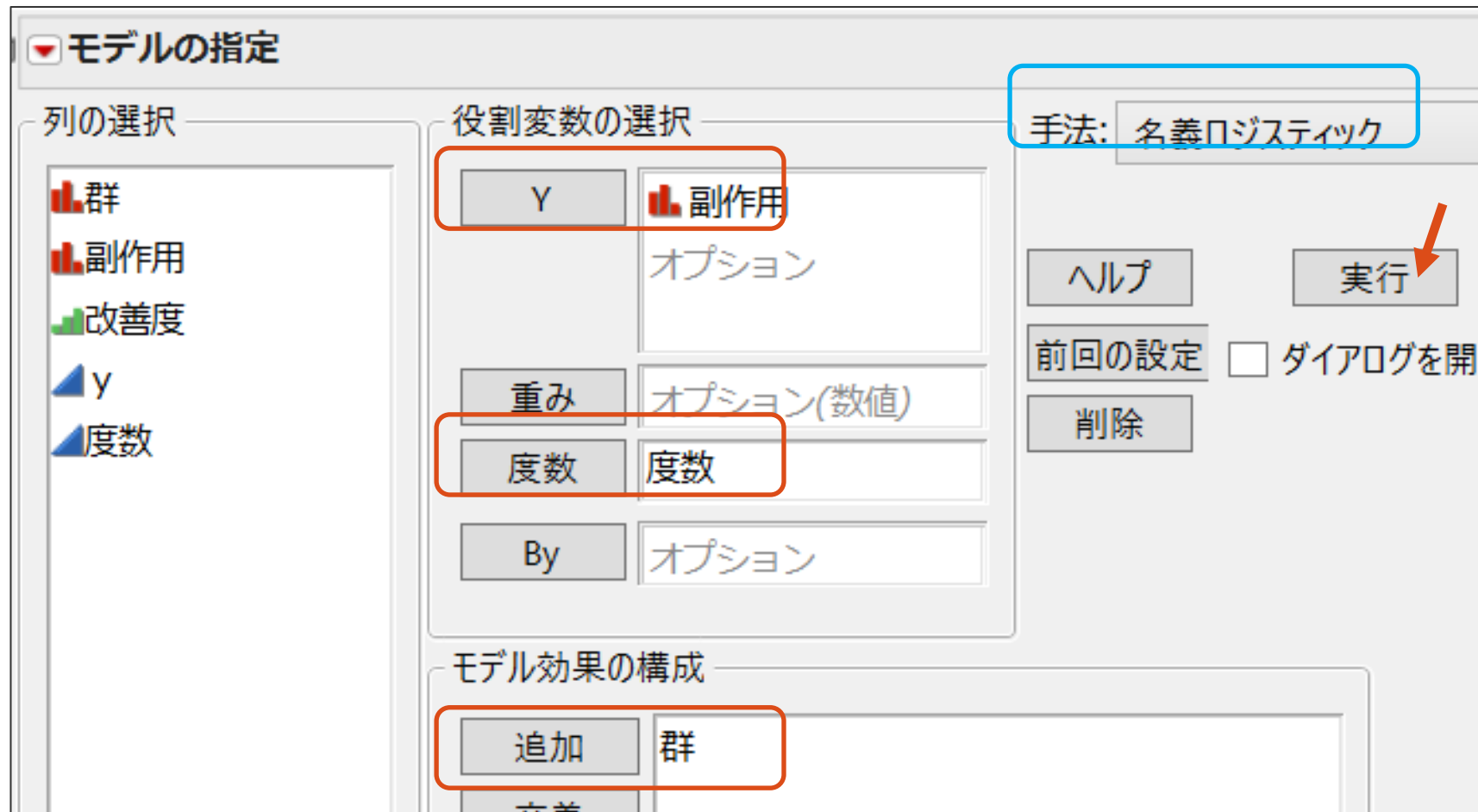
[役割変数の選択]

[Y] : 「副作用」

[度数] : 「度数」

[モデル効果の構成]

「群」



JMP [モデルのあてはめ] (名義尺度) による解析

●モデル全体の検定 尤度比検定

表示3.4.5 (一部)

対立仮説	414.655	543.055	128.401
帰無仮説	500.092	632.779	132.688
	差		4.287
	カイ2乗		8.574
			p値 0.0355

表示3.4.7

▲モデル全体の検定

モデル	(-1)*対数尤度	自由度	カイ2乗	p値(Prob>ChiSq)
差	4.28716	3	8.574323	0.0355*
完全	128.40064			
縮小	132.68780			

▲効果の尤度比検定

要因	パラメータ数	自由度	尤度比カイ2乗	p値(Prob>ChiSq)
群	3	3	8.57432267	0.0355*

JMP [モデルのあてはめ] の出力
 差 4.287
 対立仮説 : 完全 128.401
 帰無仮説 : 縮小 132.688
 (§3.3 p.174 参照)

●パラメータ推定値

基準となる副作用「なし」に対して
「発熱」, 「下痢」, 「発疹」の発生数を
組合わせた2 × 2 分割表の検定を行っている

<i>f</i>	なし 発熱		なし 下痢		なし 発疹	
対照群	52	10	52	5	52	3
比較群	33	8	33	10	33	9
計	85	18	85	15	85	12

表示3.4.7

		パラメータ推定値				
		項	推定値	標準誤差	カイ2乗	p値(Prob>ChiSq)
発熱/なし	切片		-1.5328623	0.2619799	34.24	<.0001*
	群[比較群]		0.1157963	0.2619799	0.20	0.6585
下痢/なし	切片		-1.7678641	0.2956069	35.77	<.0001*
	群[比較群]		0.57394167	0.2956069	3.77	0.0522
発疹/なし	切片		-2.0759572	0.3514179	34.90	<.0001*
	群[比較群]		0.77667422	0.3514179	4.88	0.0271*

推定値は次の対数オッズに対するものです： 発熱/なし, 下痢/なし, 発疹/なし

JMP [モデルのあてはめ] (名義尺度) による解析

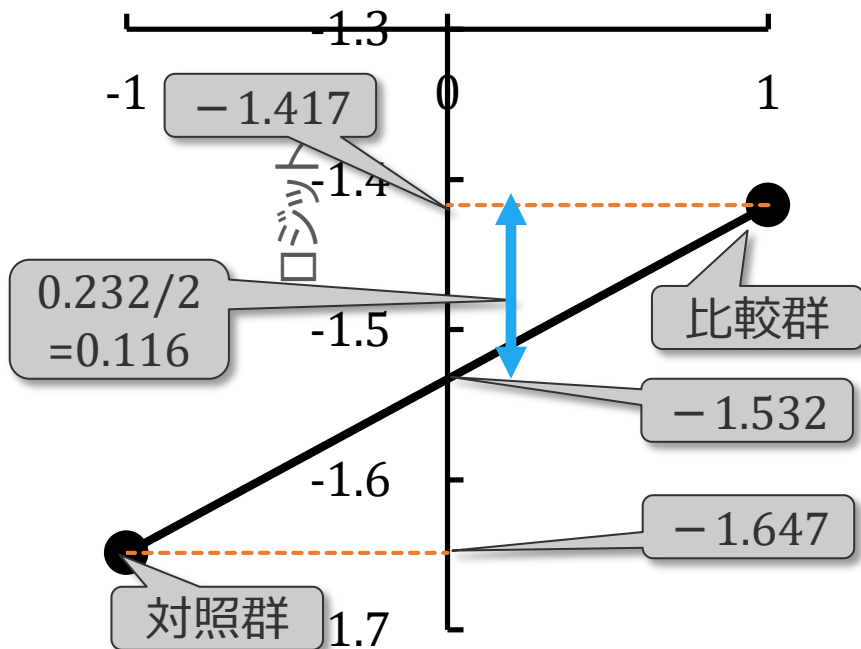
●パラメータ推定値

「なし」と「発熱」のカイ2乗検定

$\ln O = \ln(10/52) = -1.649 \dots$ 対象群

$\ln O = \ln(8/33) = -1.417 \dots$ 比較群

$\ln OR = -1.417 - (-1.649) = 0.232$



表示3.4.8

	なし	発熱	対数オッズ	標準誤差	カイ2乗
対照群	52	10	-1.649		
比較群	33	8	-1.417		
差			0.232	0.524	0.195
和			-3.066	0.524	34.235

対数オッズ比

項	推定値	標準誤差	カイ2乗	p値(Prob>ChiSq)
切片	-1.5328623	0.2619799	34.24	<.0001*
群[比較群]	0.1157963	0.2619799	0.20	0.6585
切片	-1.7678641	0.2956069	35.52	<.0001*
群[比較群]	0.57394167	0.2956069	3.77	0.0522
切片	-2.0759572	0.3514179	34.77	<.0001*
群[比較群]	0.77667422	0.3514179	7.71	0.005271*

推定値は次の対数オッズに対するものです

0.232/2 = 0.116
 0.524/2 = 0.262
 2群の平均に対して、比較群がどれだけ違うかを示している

JMP [モデルのあてはめ] (名義尺度) による解析

●パラメータ推定値

「なし」と「発熱」のカイ2乗検定

$\ln O = \ln(10/52) = -1.649 \dots$ 対象群

$\ln O = \ln(8/33) = -1.417 \dots$ 比較群

$\ln OR = -1.417 - (-1.649) = 0.232$

$$V[\ln OR] = \frac{1}{52} + \frac{1}{10} + \frac{1}{33} + \frac{1}{8} = 0.275$$

$s.e. [\ln OR] = \sqrt{0.275} = 0.524$ (§3.3)

$$\chi^2 = \left(\frac{0.232}{0.524} \right)^2 = 0.195$$

=CHIDIST(0.195, 1)=0.658

$$\ln O = -1.533 + \begin{pmatrix} -0.116 \\ 0.116 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{対照群} \\ \text{比較群} \end{pmatrix}$$

表示3.4.8

	なし	発熱	対数オッズ	標準誤差	カイ2乗
対照群	52	10	-1.649		
比較群	33	8	-1.417		
差			0.232	0.524	0.195
和			-3.066	0.524	34.235

対数オッズ比

パラメータ推定値

項	推定値	標準誤差	カイ2乗	p値(Prob>ChiSq)
切片	-1.5328623	0.2619799	34.24	<.0001*
群[比較群]	0.1157963	0.2619799	0.20	0.6585

() 内は基準化標準正規分布に従う
この2乗値はカイ2乗分布に従う
(第1部§2.7)

0.232/2 = 0.116
0.524/2 = 0.262
2群の平均に対して、比較群がどれだけ違うかを示している



(6) $a \times b$ 分割表で a が 3 以上の場合

名義尺度の分割表の一般形



$a \times b$ 分割表で a が 3 以上の場合

● $a \times b$ 分割表 (b 順序に意味がない場合)

原因系 (行, a) と結果系 (列, b) のカテゴリーが3つ以上、考え方は $2 \times b$ 分割表と同じ

● 事例

対照群と薬剤 1 ~ 3 の 4 水準を設け、それぞれ10匹に処理して、結果をA~Dに分類した
(結果の例：副作用の種類、発疹の種類など順序に意味がない名義尺度)

ID	処理区	結果	ID	処理区	結果	ID	処理区	結果	ID	処理区	結果
1	薬剤 1	C	11	対照群	B	21	薬剤 1	B	31	薬剤 2	B
2	薬剤 1	C	12	対照群	C	22	薬剤 1	A	32	対照群	B
3	薬剤 1	D	13	薬剤 3	A	23	薬剤 3	C	33	対照群	A
4	対照群	B	14	対照群	B	24	薬剤 1	B	34	対照群	B
5	薬剤 2	C	15	薬剤 2	D	25	薬剤 3	B	35	薬剤 2	D
6	薬剤 3	C	16	対照群	D	26	対照群	C	36	薬剤 2	C
7	薬剤 3	B	17	薬剤 2	D	27	対照群	A	37	薬剤 2	B
8	薬剤 3	C	18	薬剤 2	C	28	薬剤 2	C	38	薬剤 1	B
9	薬剤 3	C	19	薬剤 1	D	29	薬剤 3	C	39	薬剤 3	C
10	薬剤 1	B	20	薬剤 2	C	30	薬剤 1	A	40	薬剤 3	C



表示3.4.9 $a \times b$ 分割表 (一部)

度数	A	B	C	D	計
対照群	2	5	2	1	10
薬剤1	2	4	2	2	10
薬剤2	0	2	5	3	10
薬剤3	1	2	7	0	10
計	5	13	16	6	40

40匹に各水準が無作為に割り付けられ、独立に実験されていることが前提



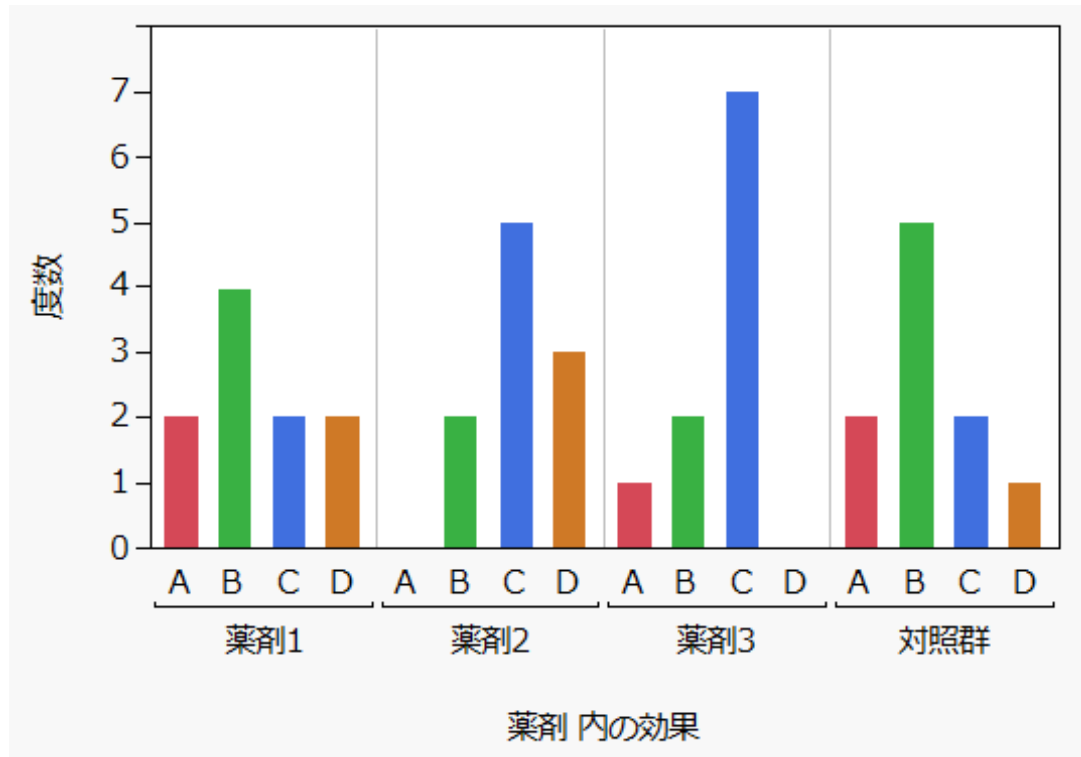
$a \times b$ 分割表で a が 3 以上の場合

● $a \times b$ 分割表 (b 順序に意味がない場合)

Pearson のカイ 2 乗検定、尤度比検定

H_0 : 各水準によって、A、B、C、D の分類の割合に差がない (水準と分類は互いに独立)

H_1 : 各水準によって、A、B、C、D の分類の割合に差がある (水準と分類の間に関連がある)



表示3.4.9 $a \times b$ 分割表 (一部)

度数	A	B	C	D	計
対照群	2	5	2	1	10
薬剤1	2	4	2	2	10
薬剤2	0	2	5	3	10
薬剤3	1	2	7	0	10
計	5	13	16	6	40

40匹に各水準が無作為に割り付けられ、独立に実験されていることが前提

$a \times b$ 分割表で a が 3 以上の場合

●カイ 2 乗検定 (近似解)

期待度数

$$\hat{f}_{ij} = \frac{T_{i.} \cdot T_{.j}}{T_{..}} = \frac{T_{4.} \cdot T_{.2}}{T_{..}} = \frac{10 \times 13}{40} = 3.25$$

相対的外れ

$$\frac{(f_{ij} - \hat{f}_{ij})}{\sqrt{\hat{f}_{ij}}} = \frac{(f_{42} - \hat{f}_{42})}{\sqrt{\hat{f}_{42}}} = \frac{2 - 3.25}{\sqrt{3.25}} = -0.69$$

$$\begin{aligned} \chi^2 &= 0.67^2 + 0.97^2 + \\ &\quad \dots 1.50^2 + (-1.22)^2 \\ &= 12.110 \end{aligned}$$

(§3.3 参照)

相対的外れ	A	B	C	D	2乗和
対照群	0.67	0.97	-1.00	-0.41	2.56
薬剤1	0.67	0.42	-1.00	0.41	1.79
薬剤2	-1.12	-0.69	0.50	1.22	3.48
薬剤3	-0.22	-0.69	1.50	-1.22	4.28
2乗和	2.20	2.08	4.50	3.33	12.11

χ^2 12.110 自由度 9 p 値 0.2072

表示3.4.9
(改変)

f	A	B	C	D	計
対照群	f_{11}	f_{12}	f_{13}	f_{14}	$T_{1.}$
...	
薬剤3	f_{41}	f_{42}	f_{43}	f_{44}	$T_{4.}$
計	$T_{.1}$	$T_{.2}$	$T_{.3}$	$T_{.4}$	$T_{..}$

度数	A	B	C	D	計
対照群	2	5	2	1	10
薬剤1	2	4	2	2	10
薬剤2	0	2	5	3	10
薬剤3	1	2	7	0	10
計	5	13	16	6	40

期待度数	A	B	C	D	計
対照群	1.25	3.25	4.00	1.50	10
薬剤1	1.25	3.25	4.00	1.50	10
薬剤2	1.25	3.25	4.00	1.50	10
薬剤3	1.25	3.25	4.00	1.50	10
計	5	13	16	6	40

$a \times b$ 分割表で a が 3 以上の場合

●カイ 2 乗検定

カイ 2 乗値の自由度

$$(a - 1)(b - 1) = (4 - 1)(4 - 1) = 9$$

相対的外れの計算式の中で、実測度数と期待度数の差は、横計と縦計が 0 になるという制約条件がある (p.191)

Excel関数で p 値を計算

$$=1 - \text{CHISQ.DIST}(12.110, 9, \text{TRUE}) = 0.2072$$

$$=\text{CHIDIST}(12.110, 9) = 0.2072$$

水準によって

A~Dの分類の割合に差が

あるとは言えない ($\alpha=0.05$)

(度数不足で正しい判断が不可)

表示3.4.9
(改変)

f	A	B	C	D	計
対照群	f_{11}	f_{12}	f_{13}	f_{14}	$T_{1\cdot}$
...	
薬剤3	f_{41}	f_{42}	f_{43}	f_{44}	$T_{4\cdot}$
計	$T_{\cdot 1}$	$T_{\cdot 2}$	$T_{\cdot 3}$	$T_{\cdot 4}$	$T_{\cdot\cdot}$

度数	A	B	C	D	計
対照群	2	5	2	1	10
薬剤1	2	4	2	2	10
薬剤2	0	2	5	3	10
薬剤3	1	2	7	0	10
計	5	13	16	6	40

期待度数	A	B	C	D	計
対照群	1.25	3.25	4.00	1.50	10
薬剤1	1.25	3.25	4.00	1.50	10
薬剤2	1.25	3.25	4.00	1.50	10
薬剤3	1.25	3.25	4.00	1.50	10
計	5	13	16	6	40

相対的外れ	A	B	C	D	2乗和
対照群	0.67	0.97	-1.00	-0.41	2.56
薬剤1	0.67	0.42	-1.00	0.41	1.79
薬剤2	-1.12	-0.69	0.50	1.22	3.48
薬剤3	-0.22	-0.69	1.50	-1.22	4.28
2乗和	2.20	2.08	4.50	3.33	12.11

χ^2	12.110	自由度	9	p 値	0.2072
----------	--------	-----	---	-------	--------

$a \times b$ 分割表で a が 3 以上の場合

●尤度比検定

(§3.3 参照) 表示3.4.10 (改変)

$$f_{11} \ln f_{11} = 2 \times \ln 2 = 1.39$$

.....

$$f_{44} \ln f_{44} = 0 \times \ln 0 \sim 0 \cdot \cdot \cdot \text{計算不能、0 とする}$$

$$T_{(1)} = 48.26 \text{ オレンジ}$$

$$T_{1.} \ln T_{1.} = 10 \times \ln 10 = 23.03$$

.....

$$T_{4.} \ln T_{4.} = 10 \times \ln 10 = 23.03$$

$$T_{(2)} = 92.10 \text{ グリーン}$$

$$T_{.1} \ln T_{.1} = 5 \times \ln 5 = 8.05$$

.....

$$T_{.4} \ln T_{.4} = 6 \times \ln 6 = 8.05$$

$$T_{(3)} = 96.50 \text{ ブルー}$$

イエロー

$$T_{(4)} = T_{..} \ln T_{..} = 40 \times \ln 40 = 147.56$$

f	A	B	C	D	計
対照群	f_{11}	f_{12}	f_{13}	f_{14}	$T_{1.}$
...		
薬剤3	f_{41}	f_{42}	f_{43}	f_{44}	$T_{4.}$
計	$T_{.1}$	$T_{.2}$	$T_{.3}$	$T_{.4}$	$T_{..}$

度数	A	B	C	D	計
対照群	2	5	2	1	10
薬剤1	2	4	2	2	10
薬剤2	0	2	5	3	10
薬剤3	1	2	7	0	10
計	5	13	16	6	40

	A	B	C	D	計
対照群	1.39	8.05	1.39	0.00	23.03
薬剤1	1.39	5.55	1.39	1.39	23.03
薬剤2	0.00	1.39	8.05	3.30	23.03
薬剤3	0.00	1.39	13.62	0.00	23.03
計	8.05	33.34	44.36	10.75	147.56

計	48.26	92.10	43.84	差	カイ2乗	p値
	96.50	147.56	51.05			

$a \times b$ 分割表で a が 3 以上の場合

●尤度比検定

表示3.4.10
(改変)

$$f_{11} \ln f_{11} = 2 \times \ln 2 = 1.39$$

.....

$$f_{44} \ln f_{44} = 0 \times \ln 0 \sim 0 \dots \text{計算不能、0 とする}$$

$$T_{(1)} = 48.26 \quad \text{オレンジ}$$

$$T_{1.} \ln T_{1.} = 10 \times \ln 10 = 23.03$$

.....

$$T_{4.} \ln T_{4.} = 10 \times \ln 10 = 23.03$$

$$T_{(2)} = 92.10 \quad \text{グリーン}$$

$$T_{.1} \ln T_{.1} = 5 \times \ln 5 = 8.05$$

.....

$$T_{.4} \ln T_{.4} = 6 \times \ln 6 = 8.05$$

$$T_{(3)} = 96.50 \quad \text{ブルー}$$

イエロー

$$T_{(4)} = T_{..} \ln T_{..} = 40 \times \ln 40 = 147.56$$

f	A	B	C	D	計
対照群	f_{11}	f_{12}	f_{13}	f_{14}	$T_{1.}$
...		
薬剤3	f_{41}	f_{42}	f_{43}	f_{44}	$T_{4.}$
計	$T_{.1}$	$T_{.2}$	$T_{.3}$	$T_{.4}$	$T_{..}$

度数	A	B	C	D	計
対照群	2	5	2	1	10
薬剤1	2	4	2	2	10
薬剤2	0	2	5	3	10
薬剤3	1	2	7	0	10
計	5	13	16	6	40

	A	B	C	D	計
対照群	1.39	8.05	1.39	0.00	23.03
薬剤1	1.39	5.55	1.39	1.39	23.03
薬剤2	0.00	1.39	8.05	3.30	23.03
薬剤3	0.00	1.39	13.62	0.00	23.03
計	8.05	33.34	44.36	10.75	147.56

計	48.26	92.10	43.84	差	カイ2乗	p値
	96.50	147.56	51.05			

$a \times b$ 分割表で a が 3 以上の場合

●尤度比検定

$$f_{11} \ln f_{11} = 2 \times \ln 2 = 1.39$$

.....

$$f_{44} \ln f_{44} = 0 \times \ln 0 \sim 0 \cdot \cdot \cdot \text{計算不能、0 とする}$$

$$T_{(1)} = 48.26 \quad \text{オレンジ}$$

$$T_{1.} \ln T_{1.} = 10 \times \ln 10 = 23.03$$

.....

$$T_{4.} \ln T_{4.} = 10 \times \ln 10 = 23.03$$

$$T_{(2)} = 92.10 \quad \text{グリーン}$$

$$T_{.1} \ln T_{.1} = 5 \times \ln 5 = 8.05$$

.....

$$T_{.4} \ln T_{.4} = 6 \times \ln 6 = 8.05$$

$$T_{(3)} = 96.50 \quad \text{ブルー}$$

イエロー

$$T_{(4)} = T_{..} \ln T_{..} = 40 \times \ln 40 = 147.56$$

$$\begin{aligned} \chi^2 &= 2 \times \left((T_{(4)} - T_{(3)}) - (T_{(2)} - T_{(1)}) \right) \\ &= 2 \times \left((147.56 - 96.50) - (92.10 - 48.26) \right) \\ &= 2 \times (51.05 - 43.84) = 2 \times 7.21 = 14.418 \end{aligned}$$

度数	A	B	C	D	計
対照群	2	5	2	1	10
薬剤1	2	4	2	2	10
薬剤2	0	2	5	3	10
薬剤3	1	2	7	0	10
計	5	13	16	6	40

	A	B	C	D	計
対照群	1.39	8.05	1.39	0.00	23.03
薬剤1	1.39	5.55	1.39	1.39	23.03
薬剤2	0.00	1.39	8.05	3.30	23.03
薬剤3	0.00	1.39	13.62	0.00	23.03
計	8.05	33.34	44.36	10.75	147.56

計	48.26	92.10	43.84	差	カイ2乗	p値
	96.50	147.56	51.05			

$a \times b$ 分割表で a が 3 以上の場合

●JMPファイルの読み込み

JMP ファイル「34-4x4.jmp」を読み込み

●データ

表示 3.4.9 (一部)

度数	A	B	C	D	計
対照群	2	5	2	1	10
薬剤1	2	4	2	2	10
薬剤2	0	2	5	3	10
薬剤3	1	2	7	0	10
計	5	13	16	6	40

「34-4x4.jmp」

▼ 列(3/0)

- 薬剤*
- 効果
- ▲ 度数

順序が指定済
対照群を最後

値の順序

レポートに

- 薬剤1
- 薬剤2
- 薬剤3
- 対照群

	薬剤	効果	度数
1	薬剤1	A	2
2	薬剤1	B	4
3	薬剤1	C	2
4	薬剤1	D	2
5	薬剤2	A	0
6	薬剤2	B	2
7	薬剤2	C	5

14	対照群	B	5
15	対照群	C	2
16	対照群	D	1

$a \times b$ 分割表で a が 3 以上の場合

●JMP [二変量の関係]

[分析] > [二変量の関係]

[Y, 目的変数] : 「効果」

[X, 説明変数] : 「薬剤」

[度数] : 「度数」

二変量の関係 - JMP

各Xに対するYの分布。いろいろな分析の種類がある。

列の選択

- 薬剤
- 効果
- 度数

選択した列に役割を割り当てる

Y, 目的変数	効果
X, 説明変数	薬剤
ブロック	オプション
重み	オプション(数値)
度数	度数
By	オプション

アクション

- OK
- キャンセル
- 削除
- 前回の設定
- ヘルプ

分割表

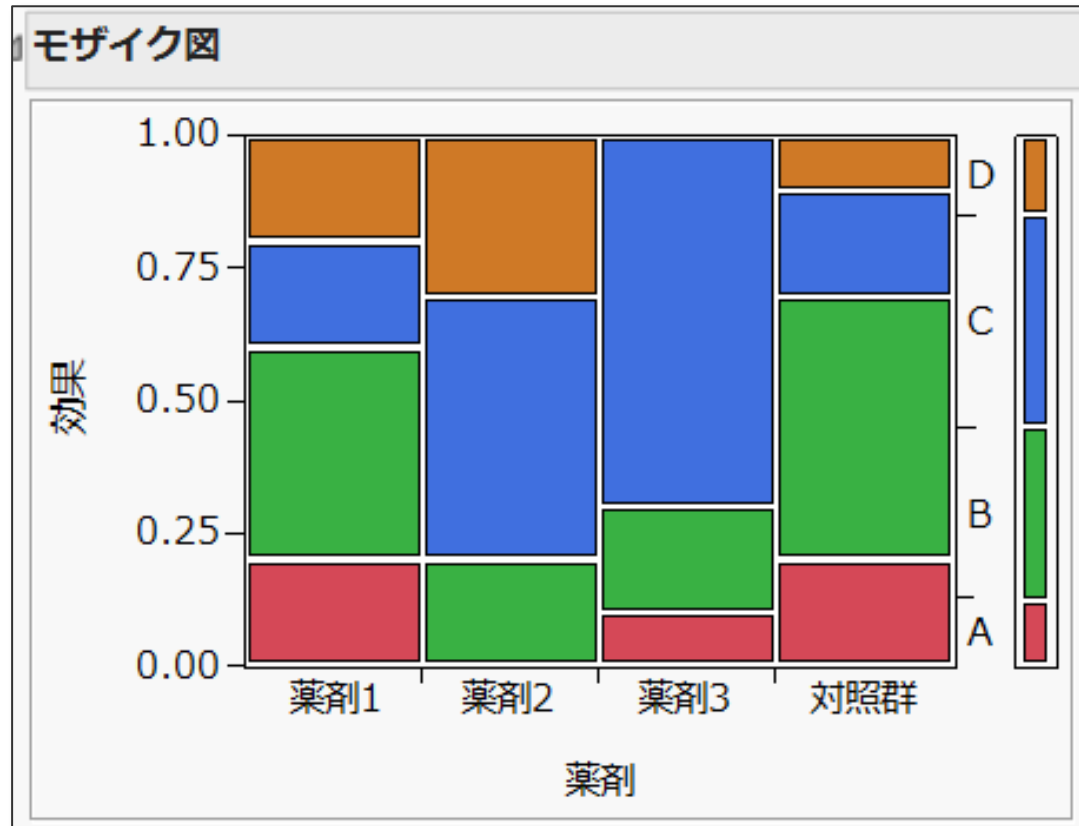
二変量	一元配置
ロジスティック	分割表

$a \times b$ 分割表で a が 3 以上の場合

● Pearson のカイ 2 乗検定、尤度比検定

期待度数の数の 80%以上は 5 以上が必要

すべての期待度数は 2 以上（自由度が 30 以上であれば 1 以上）が必要



検定

	N	自由度	(-1)*対数尤度	R2乗(U)
	40	9	7.2090919	0.1412

検定	カイ2乗	p値(Prob>ChiSq)
尤度比	14.418	0.1082
Pearson	12.110	0.2072

Excelの結果と一致
両者は著しく異なる

警告: セルのうち20%の期待度数が5未満です。カイ2乗に問題がある可能性があります。

警告: 平均セル度数が5未満です。尤度比カイ2乗に問題がある可能性があります。

$a \times b$ 分割表で a が 3 以上の場合

●多重比較 (補足)

[除外する/除外しない] を使って、2水準ごとの比較を繰り返す

(2×4 分割表として解析)

ホルム法による多重比較

(第2部 [§3.3](#))

	薬剤	効果	度数
1	薬剤1	A	2
2	薬剤1	B	4
3	薬剤1	C	2
4	薬剤1	D	2
5	薬剤2	A	0
6	薬剤2	B	2
7	薬剤2	C	5
8	薬剤2	D	3
9	薬剤3	A	1

除外する/除外しない
表示しない/再表示
レベル未指定/レベル指定

検定				
	N	自由度	(-1)*対数尤度	R2乗(U)
	20	3	2.4909131	0.0954
検定	カイ2乗	p値(Prob>ChiSq)		
尤度比	4.982	0.1731		
Pearson	4.152	0.2455		

水準		p値	p値*
薬剤1	薬剤3	0.081	0.4854
対照群	薬剤2	0.091	
対照群	薬剤3	0.112	
薬剤2	薬剤3	0.118	
薬剤1	薬剤2	0.173	
対照群	薬剤1	0.930	



(7) JMP [モデルのあてはめ] による解析

同じデータを「モデルのあてはめ」で解析

JMP [モデルのあてはめ] による解析

p.195

- [モデルのあてはめ]

[分析] >

[モデルのあてはめ]

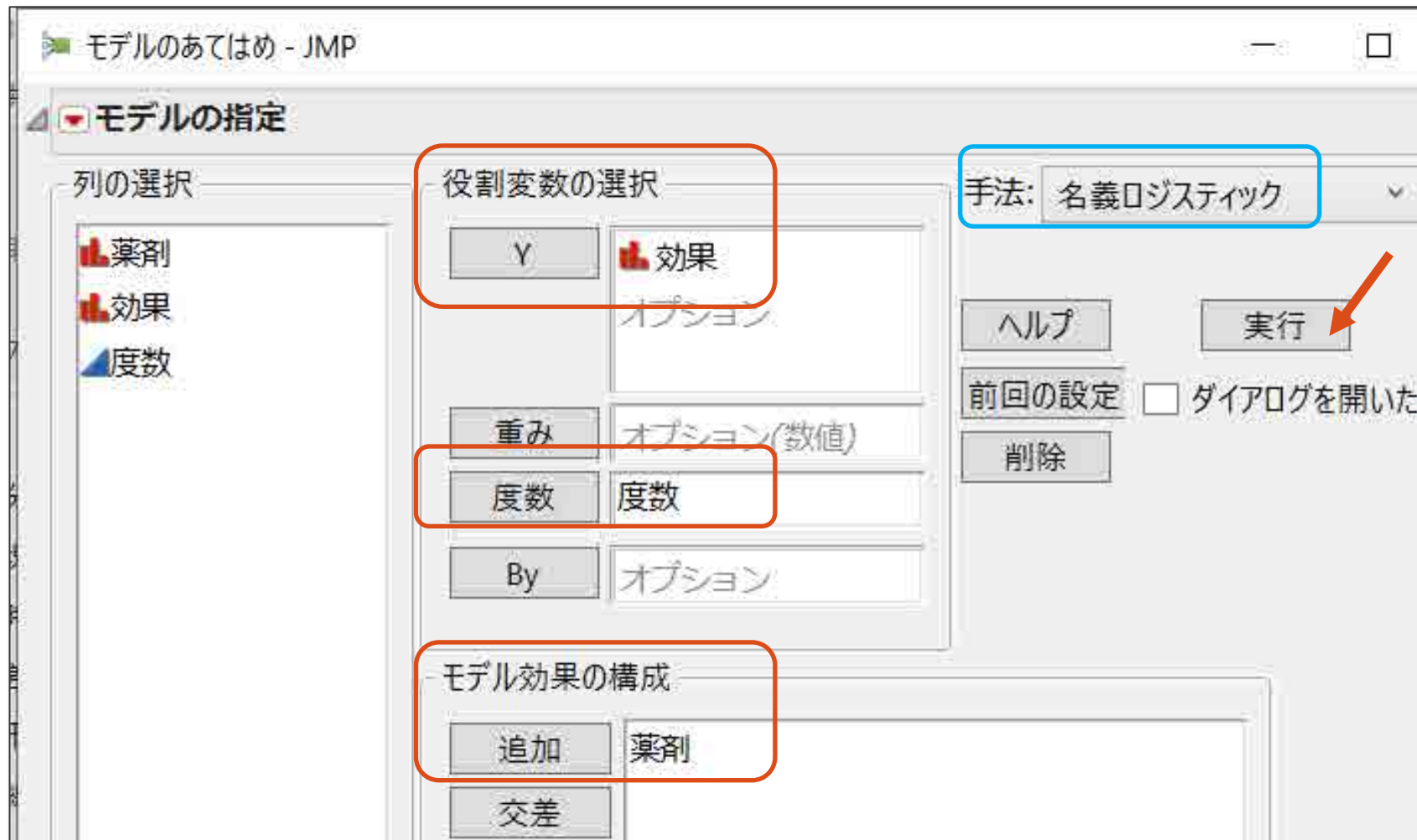
[役割変数の選択]

[Y] : 「副作用」

[度数] : 「度数」

[モデル効果の構成]

: 「群」



JMP [モデルのあてはめ] による解析

- [モデルのあてはめ]

表示3.4.10 (改変)

$7.209 \times 2 = 14.418$

計	48.26	92.10	43.84	差	カイ2乗	p値
	96.50	147.56	51.05	7.21	14.418	0.108

表示3.4.12

モデル全体の検定

モデル	(-1)*対数尤度	自由度	カイ2乗	p値(Prob>ChiSq)
差	7.209092	9	14.41818	0.1082
完全	43.842579			
縮小	51.051671			

差 7.21
 対立仮説 : 完全 43.843
 帰無仮説 : 縮小 51.052

効果の尤度比検定

要因	パラメータ数	自由度	尤度比カイ2乗	p値(Prob>ChiSq)
薬剤	9	9	14.4181831	0.1082

● $a \times b$ 分割表

結果のカテゴリー (b) の順序に意味がない場合 (質的変数 : 名義尺度) . . . 本節

結果のカテゴリー (b) の順序に意味がある場合 (質的変数 : 順序尺度) . . . 次節

解析方法が大きく異なる



- 作成 片瀬雅彦
- 監修 松本一彦、長谷文雄
- 作成時期 2020年8月16日
- 改訂 2021年3月17日、2022年8月22日